

## Modeliranje, simulacija i verifikacija modela industrijskog robota

SLOBODAN Č. ALEKSANDROV, Tehnička škola Trstenik, Trstenik

ZORAN D. JOVANOVIĆ, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Niš

SAŠA S. NIKOLIĆ, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Niš

STANIŠA LJ. PERIĆ, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Niš

Stručni rad

UDC: 004.896

*U ovom radu projektovan je model industrijskog robota antropomorfne konfiguracije sa pet stepeni slobode korišćenjem DH parametara. Model je verifikovan na primeru robota - Mitsubishi RV2AJ. U radu je detaljno prikazan matematički model robota i predstavljeni su parametri za njegovo programiranje. Na osnovu definisanog modela robota, izvršene su simulacije kretanja robota od tačke do tačke, kao i kontinualno kretanje po unapred definisanoj putanji. U cilju verifikacije dobijenog modela, izvršeno je programiranje robota sa istovetnim parametrima koji su korišćeni u simulaciji. Dobijeni rezultati su prikazani i izvršeno je poređenje realnog i simuliranog eksperimenta. U završnom delu rada prikazana je detaljna analiza kretanja robota.*

**Ključne reči:** modeliranje, simulacija, kinematika, robotika, DH parametri

### 1. UVOD

Primena softverskih paketa za modeliranje i simulaciju u robotici ima sve veći značaj kod projektovanja robotskih sistema. Jedan od najčešće korišćenih alata za modeliranje i simulaciju u robotici je "Robotics Toolbox for MATLAB" [1-5], [7-9]. Ovaj softverski alat omogućava rad sa vektorima i matricama, homogene transformacije, modeliranje, rešavanje problema direktne i inverzne kinematike, generisanje trajektorije kretanja i orijentacije robota. Kinematska struktura serijskih robota se najčešće predstavlja generalizovanim modelom preko Denavit-Hartenberg (DH) matrice. Modeliranje i simulacija serijskog robota u mnogim radovima su bazirana na industrijskom robotu Puma 560 [1], [2], [4 - 7]. Primena MATLAB-a za modeliranje i simulaciju robota KUKA prezentovano je u radovima [8], [9]. Modeliranje i simulacija robota Mitsubishi RV2AJ primenom CAD modela u SolidWorks okruženju prezentovano je u radovima [10], [11].

U ovom radu razvijen je DH model industrijskog antropomorfnog robota korišćenjem DH parametara sa pet stepeni slobode – Mitsubishi RV2AJ, na osnovu koga su vršene simulacije kretanja robota od ta-

čke do tačke, kao i kontinualno kretanje po definisanoj putanji. Na osnovu simulacionih putanja robota, industrijski robot je programiran i praćeni su njegovi parametri tokom rada. Poređenjem simulacionih i realnih parametara izvršena je verifikacija tačnosti i pouzdanosti razvijenog modela robota.

### 2. KINEMATIKA ROBOTA

Nezavisno od konstrukcije robota potreban je univerzalni način koji u potpunosti opisuje položaj robota i trajektoriju po kojoj se kreće. Dva osnovna pristupa za definisanje kinematike robota su: Danavit-Hartenbergov (D-H) analitički postupak i numerički postupak na bazi Rodriguesove formule. Prvi pristup se koristi za formiranje kinematskih jednačina robota, a drugi za formiranje dinamičkih jednačina robota. Za rešavanja problema direktne i inverzne kinematike robota, definiše se referentni pravougli koordinatni sistem koji se postavlja u bazu robota, na osnovu koga se određuju spoljašnje koordinate  $(x, y, z)$  vrha robota u prostoru. Svakom zglobu robota pridružuje se pravougli Dekartov koordinatni sistem, tako da se z-osa poklapa sa osom rotacije robota. Na vrhu robota postavlja se koordinatni sistem alata, tako da se prilikom rešavanja kinematike robota vrši transformacija koordinata u odnosu na referentni koordinatni sistem. Unutrašnje koordinate robota predstavljaju skalarne veličine koje opisuju relativni položaj jednog segmenta u odnosu na drugi segment kinematskog para.

---

Adresa autora: Slobodan Aleksandrov, Tehnička škola Trstenik, Trstenik, Vuka Karadžića 11

Rad primljen: 10.07.2013.

Rad prihvaćen: 27.01.2014.

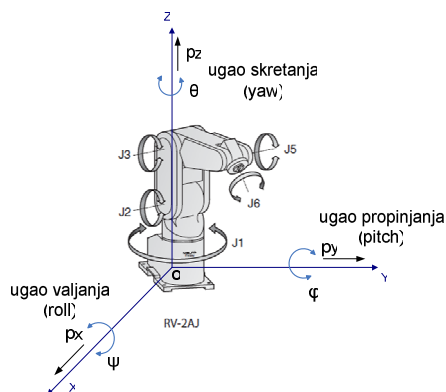
Unutrašnje koordinate najčešće se obeležavaju sa  $q_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ), i čine vektor unutrašnjih koordinata:

$$[q] = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n]^T. \quad (1)$$

Broj unutrašnjih koordinata zavisi od broja stepeni slobode robota ( $n$ ). Spoljašnje koordinate robota opisuju položaj radnog alata robota u odnosu na referentni koordinatni sistem. Pozicija vrha robota opisuje se Dekartovim koordinatama ( $p_x, p_y, p_z$ ), a orijentacija alata robota se opisuje Ojlerovim (Euler) glovima obrtanja ( $\theta, \varphi, \psi$ ). Ugao skretanja  $\theta$  (eng. yaw) odgovara rotaciji oko z-ose referentnog sistema, ugao propinjanja  $\varphi$  (eng. pitch) oko y-ose i ugao valjanja  $\psi$  (eng. roll) oko x-ose (slika 1). Vektor spoljašnjih koordinata  $[r]$  je:

$$[r] = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad \theta \quad \varphi \quad \psi]^T \quad (2)$$

Problem određivanja vektora spoljašnjih koordinata  $[r]$  za zadati vektor unutrašnjih koordinata  $[q]$  poznat je kao direktan kinematski problem. Pri promeni unutrašnjih koordinata, dolazi do promene spoljašnjih koordinata. Funkcija koja preslikava unutrašnje koordinate robota u spoljašnje koordinate je nelinearna i neprekidna vektorska funkcija, i može se opisati kao  $[r] = f[q]$ .



Slika 1 - Referentni koordinatni sistem robota

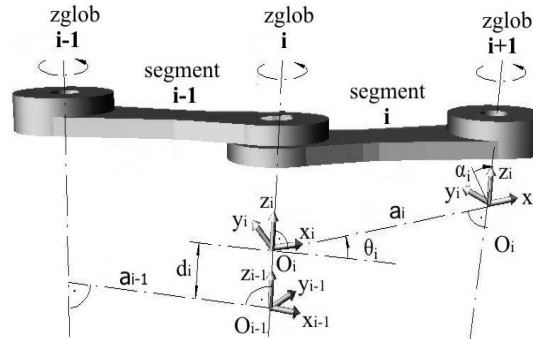
Za rešavanje direktnog kinematskog problema, prvi korak predstavlja definisanje simboličke šeme robota u odnosu na referentni koordinatni sistem i definisanje nultog položaja robota. U nultom položaju robota sve unutrašnje koordinate imaju vrednosti jednake nuli ( $q_i=0$ ). Prema DH konvenciji, baza robota predstavlja nulti segment, prvi pokretni segment označava se brojem 1, sve do poslednjeg segmenta robota koji je označen brojem  $n$ .

Na slici 2 prikazan je kinematski par rotacionih zglobova, na kome su obeleženi D-H parametri:

- Parametar  $a_i$  - rastojanje između osa  $z_{i-1}$  i  $z_i$  duž  $x_i$ -ose (dužina segmenta)

- Parametar  $d_i$  - rastojanje duž ose  $z_{i-1}$  od  $O_{i-1}$  do preseka osa  $x_i$  i  $z_{i-1}$  (pomeraj segmenta)
- Parametar  $\alpha_i$  - ugao između osa  $z_{i-1}$  i  $z_i$  meren oko ose  $x_i$  (ugao uvijanja segmenta)
- Parametar  $\theta_i$  - ugao između osa  $x_i$  i  $x_{i-1}$  meren oko  $z_{i-1}$  ose (ugao rotacije segmenta)

Kod rotacionih zglobova parametri  $a_i, d_i$ , i  $\alpha_i$  su konstantne veličine, dok je promenljiva veličina ugao zakretanja između dva segmenta  $\theta_i$ . Kod rotacionih zglobova, svaki segment se može opisati sa dve veličine i to: dužinom segmenta  $a_i$  (najkraće rastojanje između  $i$ -tog i  $(i+1)$ -vog zgloba), uglom rotacije  $\theta_i$  između  $i$ -tog i  $(i+1)$ -vog zgloba.



Slika 2 - D-H parametri kinematskog para rotacionih zglobova

Za formiranje kinematskog modela potrebno je definisati broj zglobova, tip i njihov međusobni raspored. Prvi korak je identifikacija osa svih zglobova i označavanje osa zglobova od  $z_0$  do  $z_{n-1}$ . Na svakom segmentu definišu se dva koordinatna sistema. Prvi sistem sa koordinatnim početkom  $O_0$  postavlja se u bazu robota, i on predstavlja referentni koordinatni sistem. Drugi koordinatni sistem postavlja se na drugi kraj prvog segmenta, i njegov položaj se menja sa promenom položaja segmenta. Koordinatni početak  $i$ -tog zgloba postavlja se na mestu preseka osa  $z_{i-1}$  i  $z_i$ , a ukoliko su ose paralelne koordinatni početak se postavlja u zglob  $z_i$ . Osa  $x_i$  postavlja se u pravcu koji je normalan u odnosu na ravan određena osama  $z_{i-1}$  i  $z_i$ , a osa  $y_i$  se postavlja tako da se formira desni koordinatni sistem. Sledeći korak je pridruživanje koordinatnog sistema završnog alata robota. Na osnovu parametara  $a_i, d_i, \alpha_i, \theta_i$ , formira se homogena matrica transformacija  $T$ . Na ovaj način se definišu položaji svih koordinatnih sistema i formira ukupna matrica transformacije  ${}^0_n[T]$  koja povezuje poziciju i orijentaciju koordinatnog sistema alata u odnosu na bazni koordinatni sistem. Pri ovim proračunima ne razmatraju se uzroci kretanja kao što su gravitacija, inercija i moment. Homogena matrica transformacije za rotacioni kinematski par između  $i$ -tog i  $(i-1)$ -vog koordinatnog sistema je definisana kao:

$${}_{i-1}^i[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & \alpha_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & \cos \theta_i \sin \alpha_i & \alpha_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Homogena transformaciona matrica  $T$  je dimenzija (4x4) i ona određuje položaj i orijentaciju robota u referentnom koordinatnom sistemu.

$$[T] = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Koordinate  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nalaze se u četvrtoj koloni matrice. Kod kretanja robota dominantna su dva oblika: kretanja "od tačke do tačke" (point-to-point) i kretanje po zadatoj trajektoriji.

Kod prvog načina kretanja potrebno je definisati početnu i krajnju tačku putanje. Ove koordinate se mogu zadati u prostoru unutrašnjih ili spoljašnjih koordinata. Za složenija kretanja, potrebno je trajektoriju podeliti na više segmenata, gde se mogu se definisati različite brzine i ubrzanja kretanja robota. Za postizanje zadatog položaja, kretanje se može vršiti po različitim trajektorijama.

U praksi se interpolacija kretanja vrši pomoću polinoma  $n$ -tog stepena, a stepen polinoma  $n$  zavisi od broja ograničenja koja su zadata. Kod planiranja kretanja najjednostavnija je linearna interpolacija, gde je brzina konstantna, a ubrzanje je jednako nuli. Najčešće se koriste interpolacije trajektorije polinomom trećeg ili petog stepena. Kod ovih funkcija ograničenja su: početni i krajnji položaji, brzine i ubrzanja.

U opštem slučaju, ako se vrši upravljanje u prostoru unutrašnjih koordinata za jedan zglobov, potrebno je odrediti skalarnu funkciju  $q(t)$ . U slučaju generisanja putanje od početne do krajnje tačke, u početnom trenutku  $t_0$  zadati su početni položaj  $q(t_0)=q_0$  i početna brzina  $\dot{q}(t_0)=v_0$ , a za krajnji položaj u trenutku  $t_f$ , krajnji položaj  $q(t_f)=q_f$  i brzina na kraju kretanja  $\dot{q}(t_f)=v_f$ . Pored ovih ograničenja moguće je zadati početno i krajnje ubrzanje [16].

Brzina i ubrzanje robota su ograničeni konstrukcijom robota, pa se umesto zadavanja vremena ubrzanja/usporenja, zadaju vrednosti maksimalnog ubrzanja i željene brzine, te se na osnovu njih računaju vremenski intervali. U našem primeru imamo četiri ograničenja i za aproksimaciju se koristi polinom trećeg stepena. Polinom ima četiri nezavisna koeficijenta, koji se mogu odrediti na osnovu ovih ograničenja. Vektor položaja dat je jednačinom:

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3, \quad (5)$$

a željena funkcija brzine se može predstaviti funkcijom:

$$\dot{q}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2. \quad (6)$$

Kombinacijom jednačina sa zadatim ograničenjima formiramo sistem od četiri jednačina:

$$q_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3, \quad (7)$$

$$v_0 = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2, \quad (8)$$

$$q_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3, \quad (9)$$

$$v_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2. \quad (10)$$

Ovaj sistem jednačina može se predstaviti u matricnom obliku:

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ v_0 \\ q_f \\ v_f \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Jednačina (11) uvek ima jedinstveno rešenje i može se predstaviti u obliku:

$$[M][a] = [b], \quad (12)$$

gde je  $M$  matrica koeficijena,  $a$  je vektor koeficijena kubnog polinoma, i  $b$  je vektor početnih uslova (pozicija i brzina). Određivanje kontinualne putanje položaja robota možemo ilustrovati na primeru: Za početne uslove  $v_0=0$ ,  $v_f=0$ ,  $t_0=0$  i  $t_f=1s$ , vrednosti koeficijena  $a_i$  su:

$$a_0=q_0; a_1=0; a_2=3(q_f-q_0) \text{ i } a_3=-2(q_f-q_0).$$

Polinom kojim se vrši interpolacija kretanja robota po zglobovima dobija oblik:

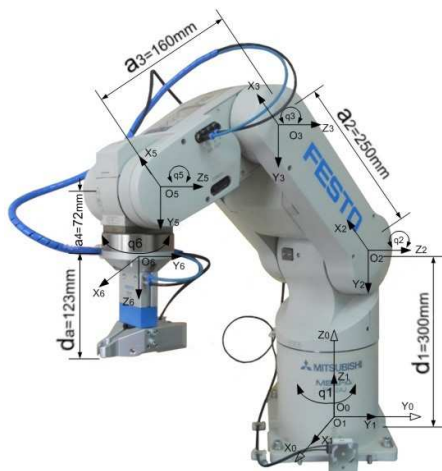
$$q_i(t) = q_0 + 3(q_f - q_0)t^2 - 2(q_f - q_0)t^3, \quad (13)$$

### 3. SIMULACIJA INDUSTRIJSKOG ROBOTA

Robot predstavlja nelinearni sistem koji se može opisati nelinearnim diferencijalnim jednačinama. Za primenu jednostavnije linearne upravljačke strukture, potrebno je sistem matematički modelirati linearnim diferencijalnim jednačinama. Upravljanje robotom se može definisati u prostoru zglobova (*joint space*) i u radnom prostoru (*operation space*). Kod upravljanja u prostoru zglobova, potrebno je na osnovu inverznog kinematskog modela pretvoriti spoljašnje koordinate u unutrašnje. Upravljanje robotom u radnom prostoru zahteva kompleksan algoritam upravljanja. Prednost ove vrste upravljanja je postojanje mogućnosti praćenja promenljivih spoljašnjih koordinata. Nedostatak

ovog načina upravljanja je što se spoljašnje koordinate ne mogu meriti direktno, već se dobijaju rešavanjem direktnog kinematskog modela.

Za verifikaciju simulacionog modela korišćen je industrijski vertikalni robot sa 5 stepeni slobode Mitsubishi RV2AJ (slika 3) [10], [11], [14], [15].



Slika 3 - DH parametri robota RV2AJ

Zglobove robota pokreću naizmenični servomotori, a na vrhu robota se nalazi alat - pneumatska hvataljka. Zglobovi robota su obeleženi simbolima od  $q_1$  do  $q_6$ , s tim da kod ovog tipa robota zglob  $q_4$  ne postoji ( $n=5$ ). Na svakoj osovinu servomotora nalazi se apsolutni enkoder, koji daje informaciju o trenutnom položaju. Servomotori imaju kočnice koje se aktiviraju uvek kada motori nisu u pokretu.

Pozicioniranje robota vrši se promenom položaja u zglobovima  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , dok se orijentacija hvataljke se vrši promenom ugla zglobova  $q_5$  i  $q_6$ . Programiranje robota vrši se programskim jezicima Melfa Basic IV i Move Master [14], [15], [17]. Upravljanje robotom vrši se preko kontrolera CR1-571. Programiranje robota vrši se pomoću komercijalnog softverskog paketa Cosimir Robotics-Profesional, ili pomoću besplatnog softverskog paketa za programiranje robota Robot Explorer, koji je korišćen za programiranje robota [14], [15].

Softverski paket MATLAB predstavlja razvojno okruženje podržano višim programskim jezicima, namenjeno za numerička izračunavanja, kreiranje modela sistema i aplikacija, programiranje, simulaciju, vizuelizaciju i analizu podataka. Za primenu u oblasti sistema automatskog upravljanja najčešće se koriste sledeći alati: Control System Toolbox, Robotics Toolbox, Signal Processing, Optimization, System Identification, Neural Networks i Simulink.

Specijalizovani alat MATLAB-a, za simulaciju kinematike, dinamike i generisanja trajektorije robota je „Robotics Toolbox“. On sadrži veliki broj gotovih

MATLAB funkcija (m-fajlova). Model serijskog robota opisuje se pomoću parametara DH matrica. Parametre DH matrice definiše korisnik, na osnovu tipa robota, fizičkih dimenzija linkova, broja i tipa zglobova.

Direktnom kinematikom određujemo transformacione matrice koje povezuju apsolutne i relativne koordinate segmenata robota. Na osnovu pozicija zglobova, direktnom kinematikom dobijaju se  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinate zglobova. Inverznom kinematikom određujemo parametar položaja zglobova na osnovu pozicije i orijentacije alata robotske ruke.

Za kreiranje modela robota u MATLAB-u potrebno je definisati parametre matrice prema Denavit-Hatzenbergovoj notaciji. Vrednosti parametara robota RV2AJ prikazani su na slici 3 i dati su u tabeli 1.

Tabela 1. D-H parametri robota RV2AJ

Zglob	$\alpha_i$	$a_i$ (mm)	$d_i$ (mm)	Opseg kretanja
$q_1$	$-90^\circ$	300	300	$(-150^\circ \div 150^\circ)$
$q_2$	$0^\circ$	250	0	$(-60^\circ \div 120^\circ)$
$q_3$	$0^\circ$	160	0	$(-110^\circ \div 120^\circ)$
$q_5$	$90^\circ$	72	0	$(-90^\circ \div 90^\circ)$
$q_6$	$90^\circ$	0	0	$(-200^\circ \div 200^\circ)$
alat	0	0	123	-

Na osnovu podataka iz table 1, definiše se model industrijskog robota pomoću Robotics Toolbox-a i vrši generisanje m-fajla. Prvi korak predstavlja definisanje linkova robota i unošenje njegovih parametara. Vrednosti za linkove  $L\{1\}$ ,  $L\{2\}$ ,  $L\{3\}$ ,  $L\{5\}$  i  $L\{1\}$  su:

$$\begin{aligned} & \alpha \quad a \quad \theta \quad d \quad R/P \\ L\{1\} &= \text{link}([\pi/2 \quad 0 \quad 0 \quad 0.3 \quad 0], 'standard'); \\ L\{2\} &= \text{link}([0 \quad 0.25 \quad 0 \quad 0 \quad 0], 'standard'); \\ L\{3\} &= \text{link}([0 \quad 0.16 \quad 0 \quad 0 \quad 0], 'standard'); \\ L\{4\} &= \text{link}([\pi/2 \quad 0.072 \quad 0 \quad 0 \quad 0], 'standard'); \\ L\{5\} &= \text{link}([0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], 'standard') \end{aligned}$$

Parametri homogene matrice  $T$  za zadati vektor unutrašnjih koordinata, dobijaju se definisanjem vektora unutrašnjih koordinata ( $qz$ ) i korišćenjem naredbe  $fkine$ :  $qz=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ ;  $T=fkine(rv2,qz)$ .

$T=[1 \ 0 \ 0 \ 0.482; \ 0 \ 1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1 \ 0.312; \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$ . Programski paket MATLAB omogućava rešavanje direktne i inverzne kinematike robota, kao i praćenje trajektorije u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom prostoru. Problem inverzne kinematike zasniva se na proračunu vektora unutrašnjih koordinata  $[q]=[q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]T$ , na osnovu vektora spoljašnjih koordinata  $[r]=[px \ py \ pz \ \theta \ \phi \ \psi]T$ . Rešenje problema

inverzne kinematike nije jednoznačno određeno, već postoje više rešenja, odnosno zadati položaj robot može se zauzeti različitim pozicijama zglobova robota i orijentacijom robotske ruke.

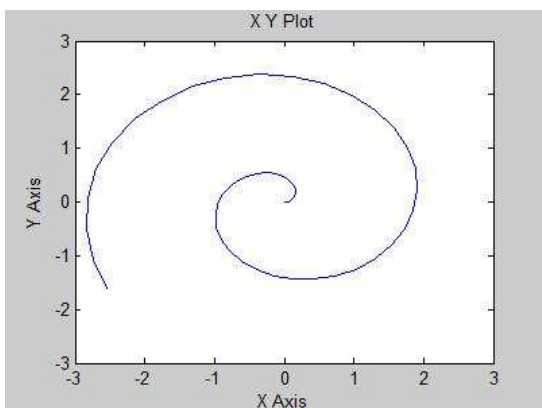
#### 4. VERIFIKACIJA SIMULACIONOG MODELA INDUSTRIJSKOG ROBOTA

Putanja predstavlja kontinualni skup tačaka u prostoru koji odgovaraju proizvoljnoj trodimenzionalnoj krivoj, koja je predstavljena jednačinom:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(\sigma) \\ y(\sigma) \\ z(\sigma) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

gde je  $\sigma$  geometrijski parametar koji opisuje putanju i predstavlja funkciju vremena  $\sigma(t)$ . Jednačina trajektorije po kojoj se kreće vrh robota zadaje se u parametarskom obliku. Pored tipa trajektorije, potrebno je zadati početni i krajnji položaj, vremenski interval u kome se kretanje odvija, kao i zakon promene brzine i ubrzanja tokom kretanja. Kontinualno kretanje robota po zadatoj trajektoriji predstavlja kompleksniji vid kretanja gde vrh robota mora biti u svakom trenutku na analitički zadatoj putanji.

Sve primene robota u industriji zahtevaju orijentaciju alata pod tačno određenim uglom u odnosu na putanju (zavarivanje, sečenje, farbanje, montaža itd.). Za potpunu definiciju kretanja vrha robota potrebno je zadati orijentaciju vrha robota u prostoru - vektor  $r_0 = [\theta \ \varphi \ \psi]^T$ . U ovom radu prikazani su uporedni rezultati simulacije modela robota RV2AJ i kretanja realnog industrijskog robota u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom prostoru. U xy ravni robot je programiran za kretanje po putanji zadata jednačinom:  $x = at \cos t$ ,  $y = bt \sin t$  (Arhimedova spirala).



Slika 4 - Simulacija kretanja robota po trajektoriji

Simulirani oblik trajektorije prikazan je na slici 4, a kretanje industrijskog robota po istoj trajektoriji prikazano je na slici 5.

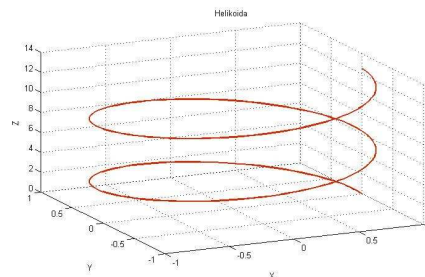


Slika 5 - Kretanje robota po trajektoriji

Kod programiranja industrijskog robota potrebno je definisati apsolutne koordinate početne tačke ( $x_0, y_0, z_0$ ) i početne uslove: brzinu, ubrzanje i granične vrednosti koordinata. Koordnata  $z=z_0$  ima konstantnu vrednost tokom kretanja robota. U programskom kodu potrebno je koristiti funkcije za pretvaranje uglova iz stepena u radijane. Problem koji se može javiti prilikom testiranja programa je da kontroler robota prilikom proračuna inverzne kinematike generiše pozicije koje su van radnog opsega robota. Kod simulacije kretanja robota u trodimenzionalnom prostoru, zadata je helikoida, čiji je parametarski oblik jednačine:

$$x = a \cos t, \quad y = b \sin t, \quad z = bt.$$

Kod programiranja i testiranja industrijskog robota po helikoidi javljaju se slični problem kao kod dvodimenzionalnog kretanja. Brzina kretanja po složenim trajektorijama ograničena je brojem tačaka kroz koje robot prolazi, brzinom procesora kontrolera i geometrijom robota. U ovakvim aplikacijama prioritet predstavlja tačnost i ponovljivost, dok su vednosti brzine od manjeg značaja. Na slici 6 prikazana je simulacija kretanja robota po helikoidi.

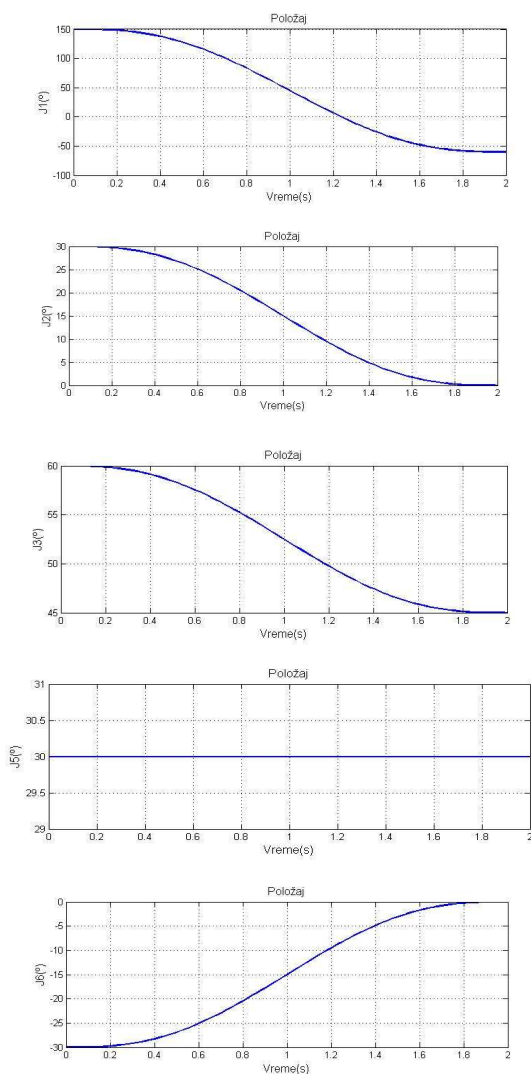


Slika 6 - Simulacija kretanja robota po helikoidi

#### 5. ANALIZA EKSPERIMENTALNIH REZULTATA

Simulacija kretanja industrijskog robota RV2AJ iz tačke A, sa koordinatama položaja  $q_1 = [150 \ 30 \ 60 \ 30 \ -30]$  u tačku B, sa koordinatama  $q_2 = [-60 \ 0 \ 45 \ 30 \ 0]$ , izvršena je u MATLAB-u, u trajanju od  $t=2s$ , sa korakom simulacije  $\Delta t=0.02s$ .

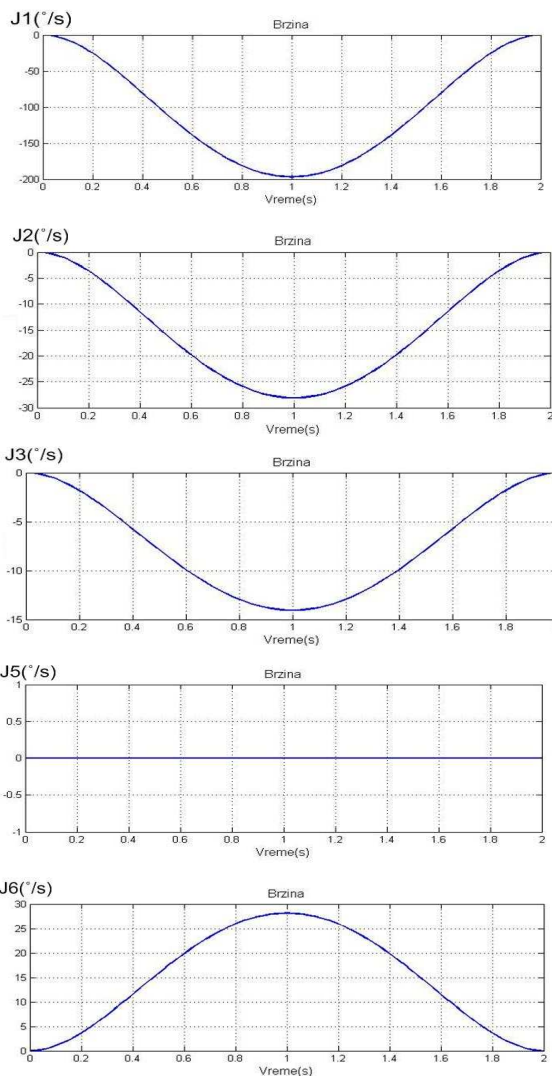




Slika 7 - Promene vrednosti položaja zglobova

Tokom simulacije praćena je promena položaja, brzine i ubzanja u svim zglobovima. Maksimalna vrednost brzina robota RV2AJ po zglobovima je: J1 -180  $^{\circ}/s$ , J2 - 90  $^{\circ}/s$ , J3 - 135  $^{\circ}/s$ , J5 - 180  $^{\circ}/s$ , J6 -210  $^{\circ}/s$ . Na slici 7 prikazane su promene vrednosti položaja u zglobovima J1, J2, J3, J5 i J6. Koordinate početnih i krajnjih položaja robota simuliranog i realnog kretanja su potpuno iste, tako da je odstupanje jednako nuli. Simulacija omogućava praćenje položaja u bilo kom vremenskom trenutku.

Vrednost unutrašnjih koordinata J1 (od 150 do -60), J2 (od 30 do 0) i J3 (od 60 do 45) od tačke A do tačke B se smanjuju tokom vremena, pa je grafik opadajući, koordinata zgloba J5 ima istu vrednost u tačkama A i B pa je grafik konstantan u vremenu, dok zglob J6 menja svoju vrednost od -30 $^{\circ}$  do 0 $^{\circ}$ , tako da je grafik promene položaja rastući.



Slika 8 - Promene vrednosti brzina zglobova

Na slici 8 prikazane su promene vrednosti brzine u zglobovima J1, J2, J3, J5 i J6. Grafik promene brzine zglobova J1, J2, J3 i J6 prikazuje povećanje brzine zglobova od minimalne vrednosti u  $t=0s$ , do maksimalne  $t=1s$ , a zatim smanjenje brzine do nule u trenutku  $t=2s$ . Grafici zglobova J1, J2 i J3 su obrnuti u odnosu na J6, jer se povećanje brzine odnosi na smanjenje vrednosti unutrašnjih koordinata zglobova. Vrednost unutrašnje koordinate J5 se ne menja, pa je brzina u ovom zglobu jednaka nuli.

Za verifikaciju tačnosti definisanog simulacionog modela u MATLAB-u, industrijski robot je pomoću ručnog upravljačkog uređaja doveden u osam različitih položaja, za zadate vrednosti unutrašnjih koordinata date u tabeli. U svakom položaju očitavane su vrednosti spoljašnjih koordinata  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Ovakav postupak ponovljen je u MATLAB-u. Vrednosti simu-

liranih i realnih koordinata za iste tačke u random prostoru robota prikazane su u Tabeli 2.

Na osnovu vrednosti koordinata u tabeli je izračunata i prezentovana relativna greška u procentima za svaku spoljašnju koordinatu. Za približno 50% vrednosti koordinata ova greška je nula, a u ostale vrednosti kreće se u opsegu od 0.01% do 0.41%. Važno je napomenuti da su prilikom definisanja simulacionog

modela zanemareni uticaj gravitacije i inercije. Imajući u vidu ove činjenice, i zanemarljiva odstupanja realnog industrijskog robota od simulacionog modela, prezentovani simulacioni model u MATLAB-u daje pouzdane podatke prilikom simulacije industrijskog robota. Tačnost razvijenog modela omogućava pouzdanu simulaciju i testiranje modela za različite primene robota.

Tabela 2. Upporedni prikaz simuliranih i realnih vrednosti spoljašnjih koordinata vrha robota

Položaj robota	Vrednosti unutrašnjih koordinata zglobova robota	Merena vrednost	Simulirana vrednost	Greška (%)	Merena vrednost	Simulirana vrednost	Greška (%)	Merena vrednost	Simulirana vrednost	Greška (%)
		x	x	$\delta x$	y	y	$\delta y$	z	z	$\delta z$
1	J1=0, J2=0, J3=0, J5=0, J6=0	0	0	0	0	0	0	782	782	0
2	J1=0, J2=90, J3=0, J5=0, J6=0	482	482	0	0	0	0	299	300	0.33
3	J1=0, J2=30, J3=90, J5=45, J6=0	282	282	0	0	0	0	367,5	367	0.14
4	J1=60, J2=0, J3=90, J5=0, J6=0	116	116	0	201	201	0	550	550	0
5	J1=0, J2=30, J3=60, J5=30, J6=0	347.4	347	<b>0.15</b>	0	0	0	479	481	0.41
6	J1=90, J2=30, J3=90, J5=60, J6=120	0	0	0	263.58	264	<b>0.16</b>	364.44	365	0.15
7	J1=45, J2=0, J3=30, J5=0, J6=0	82.05	82	<b>0.06</b>	82.05	82	<b>0.06</b>	750.92	751	0.01
8	J1=-90, J2=30, J3=90, J5=60, J6=0	0	0	0	-263.61	-264	<b>0.23</b>	364.47	365	0.14

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je razvijen model industrijskog antropomorfog robota, koji je korišćen za simulaciju kretanja robota od tačke do tačke, kao i simulaciju kretanja po trajektoriji. Na osnovu simulacionih putanja robota, industrijski robot je programiran i merene su koordinate tokom kretanja industrijskog robota. Poređenjem simulacionih i merenih rezultata izvršena je verifikacija tačnosti i pouzdanosti razvijenog modela robota. Primenom simulacionog modela omogućava se brzo programiranje i kretanja robota, kao i praćenje trenutnih vrednosti parametara robota u bilo kom vremenskom trenutku. S obzirom na visoku tačnost definisanog modela, ova metoda je pogodna za razvoj, programiranje i testiranje jednostavnih i složenih programa robota, čime se olakšava proces programiranja, izbegavaju neželjene havarijske greške i oštećenja veoma skupih industrijskih robota. Kod budućih istraživanja potrebno je proučiti uticaj opterećenja robota na tačnost pozicioniranja i brzinu kretanja.

## LITERATURA

- [1] P. I. Corke, "A computer tool for simulation and analysis: the robotic toolbox for MATLAB", IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 3(1), pp. 24-32, 1996.
- [2] H. Liu, W. Zhou, X. Lai, S. Zhu, "An efficient inverse kinematic algorithm for a PUMA560 – structured robot manipulator", International Journal of Advanced Robotic Systems, vol. 10, pp. 1-5, 2013.
- [3] M. Gouasmi, M. Ouali, B. Fernini, M. Meghatri, "Kinematic modelling and simulation of a 2-R robot using solid works and verification by MATLAB/Simulink", International Journal of Advanced Robotic Systems, vol. 9, pp. 1-13, 2012.
- [4] A. Nagchaudhuri, "Experience with introducing robotic toolbox for MATLAB in a senior level undergraduate course", Proc. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 13-19, Lake Buena Vista, Florida, USA, 2009.
- [5] I. Milićević, R. Slavković, D. Golubović, "Industrial robot models designing and analysis with application of MATLAB software", Machine Design, pp. 71-78, 2007.
- [6] C. A. Eguti, C.E.O. da Silva, E. Y. Nakao, E. Villani, L. G. Trabasso, "An educational framework for remote control of PUMA robot", ABCM Symposium Series in Mechatronics, vol. 4, pp. 355-363, 2010.
- [7] P. I. Corke, "Robotic toolbox for MATLAB – release 9", 2013.

- [8] F. Chinello, S. Scheggi, F. Morbidi, D. Prattichizzo, "KUKA control toolbox: motion control of robot manipulators with MATLAB", IEEE Robotics Automation Magazine, vol. 18(4), pp. 69-79, 2011.
- [9] F. Chinello, S. Scheggi, F. Morbidi, D. Prattichizzo, "KCT: a MATLAB toolbox for motion control of KUKA robot manipulators", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 4603-4608, Anchorage, Alaska, 2010.
- [10] M. Coman, S. Stan, M. Manić, R. Balan, "Design, simulation and control in virtual reality of a RV-2AJ robot", Proc. 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON '09, 2009. pp. 2040-2045.
- [11] M. Coman, R. Balan, R. Donca, D. Verdes, "Optimization of the control for RV-2AJ", The Romanian Review Precision Mechanics, Optics and Mechatronics, vol. 39, pp. 149-152, 2011.
- [12] E. Dean-Leon, S. Nair, A. Knoll, "User friendly Matlab-toolbox for symbolic robot dynamic modeling used for control design", Proc. International Conference of Robotics and Biomimetics, December 11.-14., 2012, Guangzhou, China, pp. 2181-2188.
- [13] H. Arshad, J. Jamal, S. Sahran, "Teaching robot kinematic in a virtual environment", Proc. of the World Congress on Engineering and Computer Science 2010 vol I, WCECS 2010, October 20 - 22., 2010, San Francisco, USA.
- [14] R. Aleksandrov, S. Aleksandrov, Z. Jovanović, "Novi pristup u nastavi programiranja industrijskog robota", Tehnika i informatika u obrazovanju, 4. Internacionalna konferencija, Tehnički fakultet Čačak, 1 - 3. Jun 2012, pp. 82-89.
- [15] S. Aleksandrov, R. Aleksandrov, Z. Jovanović, S. Čajetinac, "Robot control over the internet using computers and mobile phones", Proc. 12th International Conference Research and Development in Mechanical Industry, RaDMI 2012, 13.-17., September 2012, Vrnjačka Banja, Serbia, pp.715-720.
- [16] M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control", John Wiley & Sons, 2004.
- [17] Mitsubishi Electric Industrial Automation Melfa industrial robot" – Instruction manual, 2005.

## SUMMARY

### MODELLING, SIMULATION AND VALIDATION OF THE INDUSTRIAL ROBOT

*In this paper, a DH model of industrial robot, with anthropomorphic configuration and five degrees of freedom - Mitsubishi RV2AJ, is developed. The model is verified on the example robot Mitsubishi RV2AJ. In paper detailed represented the complete mathematical model of the robot and the parameters of the programming. On the basis of this model, simulation of robot motion from point to point is performed, as well as the continuous movement of the pre-defined path. Also, programming of industrial robots identical to simulation programs is made, and comparative analysis of real and simulated experiment is shown. In the final section, a detailed analysis of robot motion is described.*

**Key words:** modeling, simulation, kinematics, robotics, DH model