

## Optimizacija težišta vazduhoplova metodom linearog programiranja

IVAN B. JAKOVLJEVIĆ, Univerzitet u Beogradu,  
Saobraćajni fakultet, Beograd

PETAR D. MIROSAVLJEVIĆ, Univerzitet u Beogradu,  
Saobraćajni fakultet, Beograd

RADOMIR M. MIJAILOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,  
Saobraćajni fakultet, Beograd

Pregledni rad

UDC: 629.7.017

DOI: 10.5937/tehnika1703411J

*U radu je problem formiranja optimalnog plana utovara vazduhoplova rešen metodom linearog programiranja. Metoda je testirana u praksi na vazduhoplovima tipa A320 i B757, a uvođenjem dodatnih ograničenja omogućena je modifikacija procedura u skladu sa zahtevom aviokompanija. Formulacija metode omogućava korišćenje realnih podataka o masi putnika i ručnog prtljaga, za razliku od trenutno zastupljenih prosečnih vrednosti. Predložen model je jednostavan za primenu, nadogradnju, modifikaciju, kao i integraciju u postojeće sisteme.*

**Ključne reči:** težište, optimizacija, lista opterećenja

### 1. UVOD

Udesi vazduhoplova uzrokovani greškama koje se odnose na masu i centražu najčešće nastaju zbog nepravilnog utovara vazduhoplova [1]. Složenost zadatka izrade plana utovara inicirala je razvoj specijalizovanih softvera, koji omogućavaju brz i tačan proračun položaja težišta. Pojedinačne procedure određenih avio kompanija otežavaju zadatak, a zahtevi za što bržim obrtom vazduhoplova često ograničavaju upotrebu tretnih odeljaka vazduhoplova. Ovaj problem je izražen kod širokotrupnih vazduhoplova na rotacionim letovima, a kao rešenje se nudi metoda celobrojnog programiranja [2]. Mogućnost integrisanja zadatka linearog programiranja u postojeće softvere predstavlja svojevrstan sistem za podršku u odlučivanju. Pravilan položaj težišta je ključan faktor bezbednosti i jedan od najbitnijih aspekta pripreme leta. Ako se prate preporuke proizvođača, dobrom centražom je moguće smanjiti potrošnju goriva do 3% po datom letu [3]. Predložena metoda je testirana u realnim uslovima, poštujući procedure aviokompanija, na vazduhoplovima tipa A320 i B757. Rezultati istraživanja pokazuju realnu mogućnost primene predložene metode.

Adresa autora: Ivan Jakovljević, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, Beograd, Vojvode Stepe 305

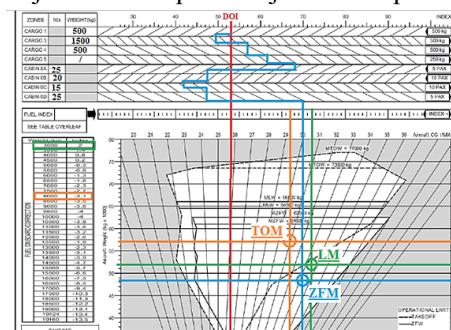
e-mail: ivan.b.jakovljevic@gmail.com

Rad primljen: 03.02.2017.

Rad prihvaćen: 24.02.2017.

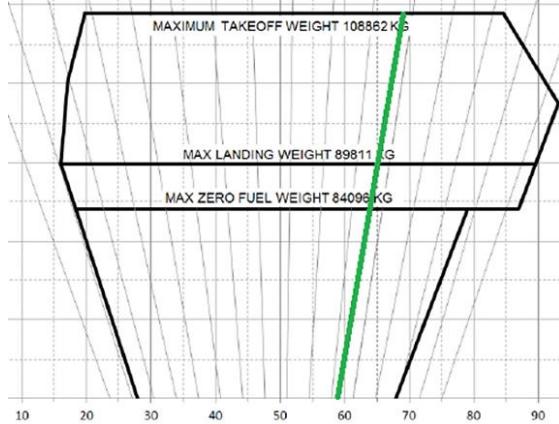
### 2. FORMULACIJA ZADATKA

Osnovni ulazni podatak o težištu vazduhoplova dat je suvim indeksom opterećenja (DOI – Dry Operating Index). Ovaj indeks se dobija tako što se izmeri masa vazduhoplova na točkovima i izračuna momenat u odnosu na zadati datum [4]. Proračun DOI se radi za BEM (Basic Empty Weight) masu vazduhoplova, što podrazumeva da plaćeni teret (payload – putnici, torbe, pošta, roba) nije uračunat. Prilikom izrade liste opterećenja vazduhoplova, ovi podaci ulaze u proračun ZFM (Zero Fuel Mass – masa vazduhoplova bez goriva). Pored ZFM, koje se manifestuje ograničenjem opterećenja u korenu krila vazduhoplova, pri izradi liste opterećenja se uračunavaju još dve mase i njihovi indeksi – TOM (Take Off Mass – masa pri poletanju; uračunava gorivo pri poletanju i ZFM) i LM (Landing Mass – masa pri sletanju; ZFM i razlika ukupnog goriva, putnog goriva i goriva za taksiranje). Na slici 1 prikazan je deo liste opterećenja vazduhoplova A320.



Slika 1 - Lista opterećenja vazduhoplova tipa A320

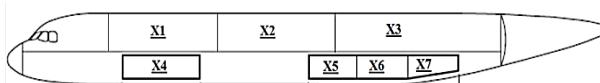
Položaj TOM i LM indeksa direktno zavisi od ZFM, a stepen odstupanja je moguće odrediti korekcijom za gorivo. Na taj način se zadatak svodi na određivanje položaja ZFM, što se može uočiti u praksi. Aviokompanije određuju željeni položaj ZFM indeksa, a realan primer na vazduhoplovu tipa B757 dat je na slici 2 gde je traženi položaj označen zelenom linijom.



Slika 2 - Optimalna linija težišta vazduhoplova B757

Pored vrednosti DOI, masa i položaj plaćenog tereta utiče na položaj ZFM, a ovaj uticaj je moguće predstaviti indeksom  $I_i$ .

Tražene vrednosti (raspored tereta) će u zadatu biti formulisane kao promenljive  $x_i$ , a problem je grafički prikazan na slici 3.



Slika 3 - Uzdužni presek trupa A320

Promenljive koje se javljaju u zadatu su:

- $DOI$  – suva vrednost operativnog indeksa
- $R_{opt}$  – optimalan položaj težišta (zadata vrednost, obično zadnja centraža)
- $F(x)$  – trenutna vrednost indeksa ZFM
- $x_1, x_2, x_3$  – masa putnika izražena u kilogramima u zonama 0A, 0B, 0C, respektivno
- $x_4, x_5, x_6, x_7$  – masa torbi, tereta i pošte izražena u kilogramima u odeljcima 1,3,4,5 respektivno
- $I_1, \dots, I_7$  – uticaj jednog kilograma tereta na indeks ZFM u zoni/odeljku  $x_1, \dots, x_n$  (može biti pozitivno i negativno sa predznakom + ; -)
- $m_p, m_t$  – ukupna masa putnika i tereta (pošte, torbi, robe) izražena u kilogramima respektivno
- $m_1, m_2, m_3$  – maksimalna masa putnika u zoni 0A, 0B, 0C izražena u kilogramima, respektivno
- $m_4, m_5, m_6, m_7$  – maksimalno podno opterećenje u odeljcima 1,3,4,5 izraženo u kilogramima, respektivno.

Formulacija zadatka linearne programiranja sledi:

$$\min F(x) = |DOI + I_1x_1 + I_2x_2 + I_3x_3 + I_4x_4 + I_5x_5 + I_6x_6 + I_7x_7 - R_{opt}| \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^3 x_i = m_p \quad (1.2)$$

$$\sum_{j=4}^7 x_j = m_t \quad (1.3)$$

$$x_i \leq m_i \quad (1.4.)$$

U slučaju da procedura aviokompanije zahteva korišćenje samo prednjih odeljaka, promenljive  $x_5, x_6, x_7$  uzimaju vrednost 0. Ako je raspored putnika fiksan i ne može se menjati od strane balansera, dovoljno je izjednačiti promenljive  $x_1, x_2, x_3$  sa realnom težinom broja putnika u dатој зони (нпр. 15 putnika у зони 0A -  $x_1 = 15 * avg\ pax\ weight$ ).

Rezultat funkcije cilja je trenutna vrednost indeksa ZFM, a dobijena vrednost promenljivih  $x_i$  daje balanseru plan utovara (број килограма по зони и оделјку, који се могу поделити prosečним масама putnika и торби). Rezultat je izuzetno efikasan план utovara који дaje optimalno решење. Tokom истраживања, data formulacija zadatka linearne programiranje је integrisana u softverski paket excell. На слици 4 дат је план utovara добијен integrisanjem formule u excell.

Raspored putnika						
odeljak	0A	0B	0C	0D	ukupno	
putnika	30	47	47	47	171	180

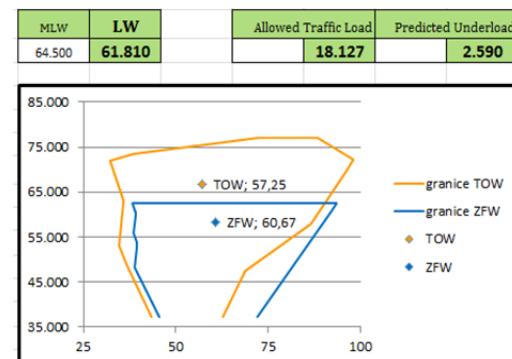
  

Raspored prtljaga									
odeljak	11P	12P	13P	31P	32P	41P	42P	51	ukupno
BULK	6	42	47	0	0	0	0	0	95
AKH									

Slika 4 - Plan utovara A320, dobijen primenom metode linearne programiranja

Uvođenjem ograničenja masa i centraže na osnovu podataka za svaki tip i registraciju vazduhoplova koje zvanično daje proizvođač [5], napravljen je grafički prikaz envelope za A320, koji je takođe predstavljen od strane autora u excell softverskom paketu.

Na slici 5 je prikazana envelopa koja se dobija kao rezultat integrisanja predložene metode, podataka koje daje proizvođač i alata softverskog paketa excell.



Slika 5 - Envelopa A320 dobijena integrisanjem AHM-a i predstavljene metode linearne programiranja

Testiranjem priložene metode u praksi, dobijeno je potpuno poklapanje Ropt sa ZFM u slučaju da je moguće uticati na raspored putnika po zonama i korišćenje svih teretnih odeljaka. Uvođenjem dodatnih ograničenja (procedure aviokompanije, zapreminska opterećenja, fiksni raspored putnika) dobija se blago odstupanje ZFM od Ropt, ali dati plan utovara ispunjava sve zahteve i ograničenja.

U praksi potpuno poklapanje ZFM i Ropt nije neophodno, a često ni moguće usled dodatnih ograničenja, kao i razlike realnih i predviđenih podataka (masa plaćenog tereta), zbog čega postoji operativna zona položaja težišta.

Cilj koji je zadat – ispunjenje svih datih ograničenja uz optimalan položaj težišta, ili položaj blizak optimalnom je potpuno ispunjen i time ovakva formulacija zadatka opisuje realno stanje.

### 3. ZAKLJUČAK ISTRAŽIVANJA

Prilikom izrade liste opterećenja vazduhoplova, koriste se razni softverski paketi. Količina izrađenih lista po balanseru beleži konstantan rast, a proces izrade nema bezbednu automatizaciju procesa pripreme liste utovara.

Korišćenjem priloženog modela, omogućava se izuzetno prost dodatak postojećem softveru, koji pruža optimalno rešenje, ili rešenje blisko optimalnom, pri čemu ne može doći do greške balansera prilikom izrade liste opterećenja. Ako je cilj što više umanjiti šansu da će vazduhoplov ispasti iz težišta, moguće je za vrednost

Ropt uzeti indeks na sredini envelope balansa. Nažalost, najveća opasnost po bezbednost prilikom izrade liste opterećenja je ljudska greška, koja se ovim dodatkom eliminiše, a proces balansiranja automatizuje.

Uvođenjem navedenog dodatka produktivnost raste, a u slučaju zadnje centraže, potrošnja goriva se smanjuje, čime se vrši ušteda aviokompanijama, ali se štiti i životna sredina od emisija štetnih gasova.

Dodatak na program se može modifikovati, pruža optimalan plan utovara ili plan najблиži optimalnom, pa

time čini sistem za podršku u odlučivanju. Dalji razvoj predložene metode je moguć uvođenjem posebnih ograničenja na širokotrupnim vazduhoplovima (smanjen broj pretovarnih radnji, raspored tereta po prioritetima, posebna podela na destinacije prilikom multi-leg letova)

### 4. ZAHVALNICA

Autori zahvaljuju kompaniji „Sky Partner“, a posebno Vladimиру Trifunoviću, Dušku Kovačeviću, Borisu Andelkoviću i zaposlenima u CLC-u (Centralised Load Control). Zahvaljujući njihovim sugestijama uočeni su konkretni problemi u praksi i postojeća rešenja.

Predstavljena metodologija je testirana na velikom broju vazduhoplova tipa A320 i B757, čiji vlasnici su klijenti kompanije „Sky Partner“, a time je metoda potvrđena i realizovana.

### LITERATURA

- [1] Čokorilo O, Gvozdenović S, Vasov L, Miroslavljević, P. Uticaj mase i centraže vazduhoplova na bezbednost letenja. *Journal of Applied Engineering Science*, Vol.8, No 2, pp 83-92., 2010.
- [2] Lurkin V, Schyns M, The Airline Container Loading Problem with pickup and delivery, *European Journal of Operational Research*, Vol. 244, No 3, pp 955-965, 2013.
- [3] Airbus Fuel Economy Material Flight Operations Support and Line Assistance – Getting to Grips With Fuel Economy [Internet]. 2004. [citirano 24.01.2017] Dostupno na: <http://ansperformance.eu/references/-library/airbus-fuel-economy.pdf>
- [4] ATPL Training Manual 6, Flight Performance & Planning 1, *Oxford Aviation Academy* Vol 6, 2011
- [5] Airbus Aircraft Handling Manual for A320 – Airbus [Internet]. 2005. [citirano 27.01.2017] Dostupno na: [http://www.airbus.com/fileadmin/media\\_gallery/files/tech\\_data/AC/Airbus\\_AC\\_A320\\_Jun16.pdf](http://www.airbus.com/fileadmin/media_gallery/files/tech_data/AC/Airbus_AC_A320_Jun16.pdf)

## SUMMARY

### OPTIMIZATION OF AIRCRAFT CENTER OF GRAVITY

*In this research, linear programming is the chosen method for optimizing aircraft center of gravity. The method was tested on the Airbus A320 and Boeing 757 aircraft. In order to successfully accommodate the special company requests, certain modifications are applied. Formulation of the proposed method enables the use of real data for the passenger and cabin baggage weight, instead of statistical values which are commonly used. The proposed method is simple to use, modify, upgrade or apply in existing systems.*

**Key words:** *center of gravity, optimization, loading instruction report*