

## MODEL ZA ODREĐIVANJE OPTIMALNE ARHITEKTURE INERCIJALNOG MERNOG BLOKA I OPTIMALNE ORIJENTACIJE SENZORA SA STANOVIŠTA TAČNOSTI IZLAZNIH SIGNALA

UDC: 629.7.052 : 527

### Rezime:

*U članku je izložen model kojim se određuje uticaj arhitekture inercijalnog mernog bloka (IMB), kao dela besplatformskog inercijalnog navigacijskog sistema letelice, na tačnost izlaznih signala iz bloka. Nakon analize 11 mogućih arhitektura IMB, predložena je njego-va optimalna arhitektura.*

*Ključne reči: besplatformski inercijalni navigacijski sistem, inercijalni merni blok, rezervira-nje i orijentacija senzora, tačnost.*

---

## MODEL FOR DETERMINING OPTIMAL ARCHITECTURE OF INERTIAL MEASUREMENT UNITS AND OPTIMAL ORIENTATION OF SENSORS FROM THE POINT OF VIEW OF ACCURACY OF OUTPUT SIGNALS

### Summary:

*This article analyzes a model for determining an optimal architecture of the inertial measurement unit (IMU), as a part of the strapdown inertial navigation system from the point of view of accuracy of output signals. After analysing 11 possible IMUS, an IMU optimal architecture has been proposed.*

*Key words: strapdown inertial navigation system, inertial measurement unit, redundancy and orientation of sensors, accuracy.*

---

### Uvod

Pojavom ekstremno brzih avionskih procesora, koji mogu da obave nekoliko miliona instrukcija u sekundi, hardver uporno nastoji da drži korak sa softve-rom. Naime, sada je postala moguća pri-mena najsloženijih algoritama na bazi kvaterniona, fuzzy-logike, FT (fault-tolerant) analiza i obrada signala u mnogim sistemima višenamenskih borbenih avio-na, a u prvom redu radara i inercijalnih navigacijskih sistema (INS).

Pošto je problem softvera (algoritma) INS-a uglavnom rešen, veliku pa-

žnju konstruktora privlači problem opti-malne konfiguracije IMB i orijentacije senzora u IMB, kao njegovom najsku-pljem i tehnološki najsloženijem delu si-stema.

Postoji veliki broj radova koji se bave analizom konfiguracije i orijenta-cije inercijalnih senzora, žiroskopa i akcelerometara, u okviru IBM [1-3]. Model izložen u ovom članku pokazu-je da tačnost izlaznih signala senzora direktno zavisi od njihove configura-cije i orijentacije u odnosu na ose avi-ona.

## Model određivanja pokazatelja kvaliteta arhitekture inercijalnog mernog bloka

U normalnim radnim uslovima mnoge metode (Kalmana, Potera) koriste prethodna merenja pri proceni ugaonih brzina ili ubrzanja koordinatnog sistema ( $X, Y, Z$ ) aviona u odnosu na inercijalni koordinatni sistem ( $X_p, Y_p, Z_p$ ). Koordinatni sistem mernih senzora vezan je sa koordinatnim sistemom aviona preko linearne jednačine merenja.

U slučaju merenja sa  $n$  senzora, jednačina merenja glasi:

$$m = Hx + \varepsilon \quad (1)$$

gde je:

$m$  –  $n$  – dimenzionalni vektor merenja,  
 $H$  – matrica geometrije dimenzija  $n \times 3$ , čiji redovi sadrže kosinuse pravaca svake merne ose senzora u odnosu na koordinatni sistem aviona,

$x$  – trodimenzionalni vektor stanja (ugaone brzine ili linearna ubrzanja) u pravcu osa  $X, Y$  i  $Z$ ,

$\varepsilon$  –  $n$  – dimenzionalni vektor šuma pri merenju.

Pretpostavka je da su statističke osobine vektora  $\varepsilon$  sledeće:

$$E(\varepsilon) = 0; E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2 I_n \quad (2)$$

gde je:

$E$  – matematičko očekivanje,

$I_n$  – jedinična matrica dimenzije  $n \times n$ ,

$\sigma$  – standardna devijacija greške šuma merenja.

Ova pretpostavka važi za senzor sa jednom memom osom ili SDOF (single degree of freedom). Za senzor sa dve merne ose ili TDOF (two degree of free-

dom) ova pretpostavka ne važi, jer najčešće postoji korelacija mernih signala između dve merne ose. S druge strane, ova pretpostavka omogućuje da se sprovede analiza bez usložavanja matematičkih uslova zbog biranja tipa senzora.

Procena  $\hat{x}$  vektora  $x$  po metodi najmanjih kvadrata data je jednačinom [6]:

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T m \quad (3)$$

Ona, u stvari, predstavlja početnu jednačinu modela. Kovarijansna matrica greške vektora stanja tada glasi:

$$C = E[(x - \hat{x})(x - \hat{x})^T] = (H^T H)^{-1} \sigma^2 \quad (4)$$

Iz jednačine (4) sledi da kovarijansna matrica greške zavisi od matrice  $H$  i matrice varijanse  $\sigma^2$  mernog šuma senzora. Radi ispitivanja uticaja konfiguracije ili orijentacije senzora u okviru IMB, može se, bez gubljenja opštosti, normalizovati matrica  $C$  sa  $\sigma^2$ , pa je:

$$C = (H^T H)^{-1} \quad (5)$$

Ako se pretpostavi da je  $\varepsilon$  šum merenja sa normalnom (Gausovom) raspodelom, čija je srednja vrednost nula, iz teorije vektorske analize slučajnih promenljivih je poznato da je tada vektor gustine raspodele slučajnih promenljivih dat formulom:

$$p_\varepsilon(\eta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\det C)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\eta^T C^{-1} \eta}{2}} \quad (6)$$

gde je:

$\eta$  – slučajna normalno raspodeljena promenljiva čija je srednja vrednost nula,

$n$  – broj senzora,

det – oznaka za determinantu.

Geometrijsko mesto tački  $\eta$ , koja predstavlja elipsoid, definisano je jednačinom:

$$\eta^T C^{-1} \eta = k \quad (7)$$

gde je  $k$  – konstanta elipsoida (gustina verovatnoće).

Površina elipsoida oivičena je konstantnom gustinom verovatnoće.

Zapremina tog elipsoida za proizvoljnu vrednost  $k$  je [6]:

$$V = \frac{4}{3} k^{\frac{3}{2}} \pi \sqrt{|C|} \quad (8)$$

Iz izraza (8) sledi da je zapremina elipsoida greške proporcionalna  $\sqrt{|C|}$ . Naime, što je manja zapremina elipsoida greške manja je i greška procene, tako da se  $\sqrt{|C|}$  može uzeti kao pokazatelj kvaliteta tačnosti konfiguracije senzora  $F_p$ :

$$F_p = \sqrt{|C|} = \sqrt{|(H^T H)^{-1}|} \quad (9)$$

Pošto  $F_p$  zavisi od matrice  $H$ , čiji članovi zavise od orijentacije senzora, pri oceni orijentacije senzora matrica  $H$  može se koristiti kao pokazatelj kvaliteta raznih arhitektura IMB. Arhitektura IMB sa  $n$  senzora, koja ima minimalnu vrednost  $F_p$ , ima najbolju tačnost. Minimalna vrednost  $F_p$  proizvoljne arhitekture IMB sa  $n$  senzora određuje se korišćenjem svojstva sopstvene vrednosti matrice.

Neka su  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sopstvene vrednosti matrice  $H^T H$ . Jednačina (9) se tada može napisati kao [6]:

$$F_p = \left( \prod_{i=1}^3 \lambda_i \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Pošto redovi matrice  $H$  predstavljaju kosinuse pravaca senzora u odnosu na ose referentnog koordinatnog sistema, trag matrice  $H^T H$  jednak je zbiru njenih sopstvenih vrednosti [6]:

$$\text{tr}(H^T H) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i = n \quad (11)$$

Ako se izračuna ekstremum jednačine (10) nije teško pokazati da  $F_p$  postaje minimalan ako je:

$$\lambda_i = \frac{n}{3}, \exists i \quad (12)$$

Smenom (12) u (10) dobija se da je minimalna vrednost  $F_p$ , za skup od  $n$  senzora, data izrazom:

$$\min F_p = \sqrt{\left(\frac{3}{n}\right)^3} \quad (13)$$

Uopšte, zavisnost  $F_p$  od  $H$  implicira da je kvalitet, a samim tim i veličina greške u određivanju izlaznih signala iz IMB sa SDOF u funkciji orijentacije mernih (izlaznih) osa senzora. Iz (13) nije teško zaključiti da je, što je više mernih osa (senzora), greška u izračunavanju signala manja. To znači da je IMB u obliku heksade bolji od tetrade, a tetrada bolja od triade.

S druge strane, kod arhitekture IMB sa TDOF sensorima može se pokazati da pokazatelj kvaliteta konfiguracije, u smislu tačnosti, zavisi samo od orijentacije spin ose (spin axes – ulazna osa obrtanja) senzora, a ne od orijentacije mernih osa senzora.

*Određivanje pokazatelja kvaliteta kod arhitekture inercijalnog mernog bloka sa sensorima sa dva stepena slobode*

Posmatraće se konfiguracija od  $N$  senzora TDOF, koji omogućuju  $n = 2N$  merenja. Ako je  $H_s$  matrica geometrije IMB sa  $N$  TDOF senzora, dimenzije  $N \times 3$ , tada je:

$$H_s^T = [h_{1s} \ h_{2s} \dots \ h_{Ns}] \quad (14)$$

gde je  $h_{is}$  – jedinični vektor u pravcu spin ose  $i$ -tog TDOF senzora.

Ako je  $H$  matrica geometrije mernih osa IMB sa TDOF sensorima definisana kao:

$$H^T = [h_{11} \ h_{12} \ h_{21} \ h_{22} \dots \ h_{N1} \ h_{N2}] \quad (15)$$

gde su  $h_{i1}$  i  $h_{i2}$  – jedinični vektori u pravcima dve merne ose  $i$ -tog TDOF senzora, tada je:

$$H^T H = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^2 h_{ij} h_{ij}^T \quad (16)$$

Za bilo koji TDOF senzor, matrica  $[h_{i1} \ h_{i2} \ h_{is}]$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , dimenzije  $3 \times 3$ , ortogonalna je, jer je:

$$h_{is} h_{is}^T + h_{i1} h_{i1}^T + h_{i2} h_{i2}^T = I, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (17)$$

gde je  $I$  – jedinična matrica.

Zamenjujući (17) u (16) i imajući u vidu (14) dobija se da je:

$$H^T H = \sum_{i=1}^N (I - h_{is} h_{is}^T) = NI - H_s^T H_s \quad (18)$$

Takođe, imajući u vidu jednačinu (9), konstatacija da kod arhitekture IMB sa TDOF sensorima pokazatelj kvaliteta  $F_p$ , koji je u funkciji  $H^T H$ , zavisi samo od broja i orijentacije spin osa senzora je tačna, što se vidi iz izvedene jednačine (18).

Na osnovu jednačine (18) može se zaključiti sledeće:

- povećanje broja  $N$  TDOF senzora smanjuje vrednost pokazatelja kvaliteta ( $F_p$ ) i time poboljšava tačnost u određivanju izlaznih signala iz senzora, jer je manja greška;
- za dve konfiguracije IMB sa  $N$  TDOF senzora, čije su matrice spin osa  $H_s$  i  $H'_s$  i ako je  $H_s^T H_s = H_s'^T H_s'$ , vrednost pokazatelja kvaliteta  $F_p$  je ista. Znači, kvalitet bilo koje konfiguracije IMB sa TDOF sensorima direktno je u funkciji orijentacije spin osa senzora.

*Određivanje optimalne orijentacije senzora i varijanse greške u raznim arhitekturama inercijalnog mernog bloka*

U bespilotnim letelicama, kosmičkim brodovima i raketama, gde se trajektorija leta unapred planira i kontroliše u toku misije, karakteristike sistema su u najvećem broju slučajeva najosetljivije na greške merenja u odnosu na neku osu letelica. U tom slučaju poželjno je orijentisati ose rezervisane konfiguracije senzora u pravcima koji daju minimalnu grešku u proceni u odnosu na te ose.

Kod arhitekture IMB vrednosti varijanse greške  $\sigma_u^2$  u proceni, kao i pravac jediničnog vektora  $\vec{u}$ , duž kojega se greške sa takvim varijansama javljaju, određuju se izrazom:

$$\sigma_u^2 = \vec{u}^T \cdot C \cdot \vec{u} \quad (19)$$

Pošto je  $C$  kvadratna matrica trećeg reda data jednačinom (5), onda svaki vektor:

$$\vec{f} \in C^3, (f \neq 0) \quad (20)$$

koji zadovoljava uslov:  $C \cdot \vec{f} = \lambda \cdot \vec{f}$  (21) predstavlja sopstveni vektor matrice  $C$ , a  $\lambda$  – sopstvenu vrednost matrice  $C$  [6].

Vektor  $\vec{f}$  odgovara sopstvenoj vrednosti  $\lambda$ , pa je:

$$\lambda = \sigma_u^2 \quad (22)$$

$$\vec{f} = \vec{u} \quad (23)$$

gde su:  $\sigma_u^{2T} = [\sigma_1^2 \ \sigma_2^2 \ \sigma_3^2]$  i

$u = [u_1 \ u_2 \ u_3]$ ,  $u_1, u_2, u_3$  komponente vektora  $\vec{u}$ , a  $C$  je definisano u jednačini (5), uz uslov:  $\vec{u}^T \cdot \vec{u} = 1$ .

Vrednost varijanse  $\sigma_u^2$  jednaka je sopstvenoj vrednosti matrice  $C$ , a pravci koji odgovaraju tim vrednostima predstavljaju kolone sopstvenog vektora matrice  $C$ . Sopstvene vrednosti i sopstveni vektori matrice  $C$  određuju kvalitet tačnosti i poželjnu orijentaciju senzora u arhitekturi IMB.

### Primena modela na razne arhitekture inercijalnog mernog bloka

Vrednosti pokazatelja kvaliteta  $F_p$  i varijanse greške  $\sigma_u^2$  biće izračunate za nekoliko arhitektura IMB, datih u literaturi ili koje predlažu proizvođači IMB, kod kojih senzori mogu biti jednoosni (SDOF) i dvoosni (TDOF).

#### Arhitekture sa SDOF sensorima

Posmatraće se slučaj arhitekture IMB u obliku pravilnog dodekaedra sa 6

SDOF senzora, pri čemu su merne ose SDOF senzora normalne na površine dodekaedra (slika 1), merne ose 1 i 4 senzora su u ravni H-Y i pod uglom od  $58,28^\circ$  u odnosu na +X osu, merna osa 3 je u ravni X-Z i pod uglom od  $31,72^\circ$  u odnosu na +Y osu, itd. Ugao između mernih osa senzora 1 i 4, 2 i 5 i 3 i 6 iznosi  $63,44^\circ$ , odnosno  $\alpha = 58,28^\circ$  i  $\beta = 31,72^\circ$ . Transponovana matrica  $H_1^T$  glasi:<sup>1</sup>

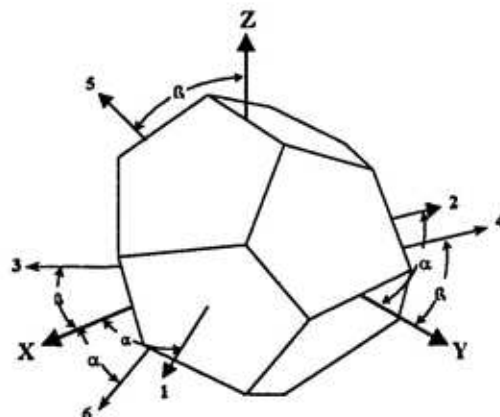
$$H_1^T = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix}$$

gde je:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg(2) \cong 31,71747^\circ$$

$$\sin\theta = \sin \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \cong 0,526,$$

$$\cos\theta = \cos \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \cong 0,851$$



Sl. 1 – Arhitektura IMB sa SDOF sensorima u obliku pravilnog dodekaedra

<sup>1</sup> Arhitektura IMB predložena u [1].

U slučaju orijentacije mernih osa IMB sa 6 SDOF senzora u odnosu na površine pravilnog dodekaedra,<sup>2</sup> pri čemu su merne ose 1. i 2. senzora u ravni H-Z i pod uglom 58,28° u odnosu na X-osu i čine međusobni ugao od 90°, merne ose 3. i 4. senzora u ravni X-Y i pod uglom 58,28° u odnosu na Y-osu, pri čemu čine međusobni ugao od 90° i merne ose 5. i 6. senzora u ravni Z-Y i pod uglom 58,28° u odnosu na Z osu, pri čemu čine međusobni ugao od 90°, matrica  $H_2$  glasi (slika 2):

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0,52573 & 0 & 0,85065 \\ -0,52573 & 0 & 0,85065 \\ 0,85065 & 0,52573 & 0 \\ 0,85065 & -0,52573 & 0 \\ 0 & 0,85065 & 0,52573 \\ 0 & 0,85065 & -0,52573 \end{bmatrix}$$

Na slici 3 prikazan je pravilni oktaedar u kojem komplementarne ose senzora (1 i 2, 3 i 4 i 5 i 6) čine ugao od 90°, jed-

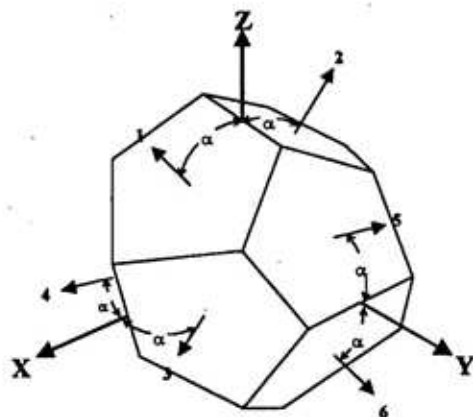
ne sa drugom, i simetrične su u odnosu na ose aviona, odnosno, senzori 1 i 2 su nagnuti za 45° u odnosu na osu Z aviona, senzori 3 i 4 su pomereni za 45° u odnosu na osu X aviona i senzori 5 i 6 su pomereni za 45° u odnosu na osu Y aviona. Ovi senzori su ujedno ortogonalni u odnosu na ivice oktaedra. Za ovaj slučaj matrica  $H_3$  ima vrednost:<sup>3</sup>

$$H_3 = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & 0 & \cos 45^\circ \\ -\cos 45^\circ & 0 & \cos 45^\circ \\ \cos 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ \cos 45^\circ & -\cos 45^\circ & 0 \\ 0 & \cos 45^\circ & \cos 45^\circ \\ 0 & \cos 45^\circ & -\cos 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,707 & 0 & 0,707 \\ -0,707 & 0 & 0,707 \\ 0,707 & 0,707 & 0 \\ 0,707 & -0,707 & 0 \\ 0 & 0,707 & 0,707 \\ 0 & 0,707 & -0,707 \end{bmatrix}$$

U slučaju ortogonalne arhitekture IMB sa SDOF kod koje su merne ose 3 SDOF senzora međusobno ortogonalne i usmerene u pravcu avionskih osa, matrica  $H_4$  ima vrednost:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

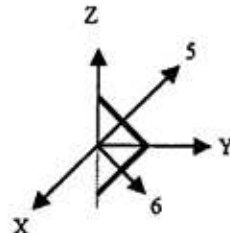
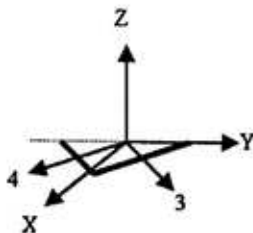
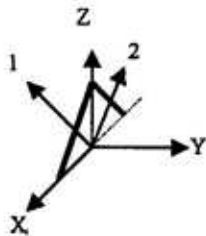
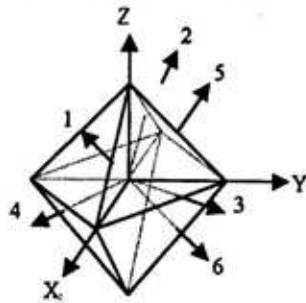
U slučaju konusne arhitekture (slika 4) za IMB sa 4 SDOF senzora sve merne ose senzora su u ravni konusa, pri čemu su merne ose SDOF senzora u pravcu avionskih



Sl. 2 – Druga varijanta arhitektura IMB u obliku pravilnog dodekaedra

<sup>2</sup> Arhitekturu IMB predložili su naučnici sa Masačusetskog instituta J. Gilmore i R. McKern.

<sup>3</sup> Arhitektura IMB predložena u [2].



Sl. 3 – Razmeštaj senzora po oktaedru

osa i međusobno obrazuju konus pod uglom

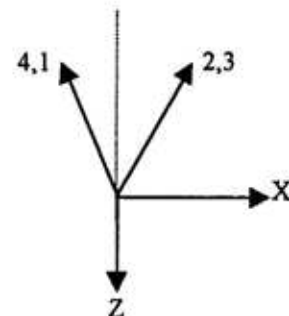
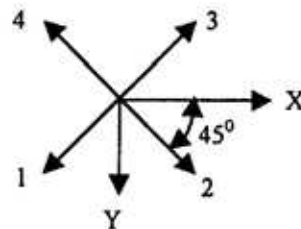
$$54,75^\circ = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right), H_5 \text{ matrica ima}$$

vrednost:<sup>4</sup>

$$H_5 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

U slučaju prikazanom na slici 5,  $H_6$  matrica ima vrednost:<sup>5</sup>

$$H_6 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -1 \\ 0 & -\sqrt{2} & -1 \\ -\sqrt{2} & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



Sl. 4 – Arhitektura IMB u obliku tetrade

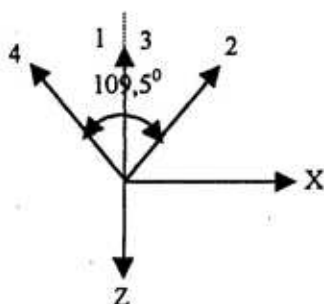
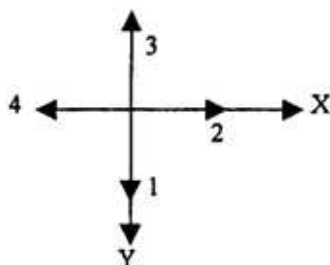
U slučaju konusne konfiguracije IMB sa 5 SDOF senzora čije su merne ose razmeštene oko konusa čiji je cen-

<sup>4</sup> Arhitektura IMB predložena u [2].

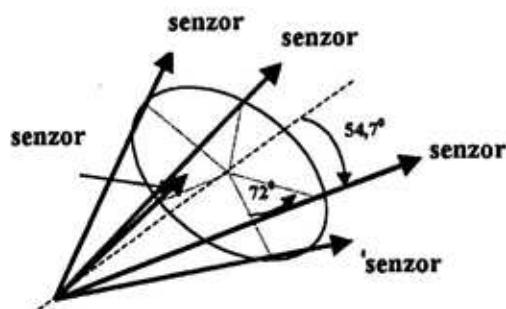
<sup>5</sup> Arhitektura IMB predložena u [3].

tralni ugao  $109,5^\circ$  (slika 6),  $H_7$  matrica ima vrednost:<sup>6</sup>

$$H_7 = \begin{bmatrix} 0,97204 & 0 & -0,23482 \\ -0,60075 & -0,77653 & -0,18997 \\ 0 & 0,47992 & 0,87731 \\ 0 & -0,47992 & 0,87731 \\ -0,60075 & 0,77653 & -0,18997 \end{bmatrix}$$



Sl. 5 – Razmeštaj senzora u obliku tetrade



Sl. 6 – Konusna arhitektura IMB sa 5 senzora

<sup>6</sup> Konusna arhitektura IMB koju su predložile firme Hamilton Standard, Division of United Technologies.

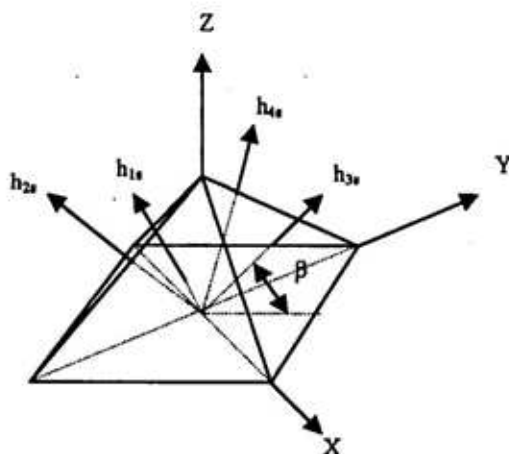
U slučaju konfiguracije IMB sa 8 SDOF, čije merne ose čine ugao od  $45^\circ$  sa jednom od ivica osnove oktaedra, matrica  $H_8$  ima vrednost:<sup>7</sup>

$$H_8 = \begin{bmatrix} 0,70711 & -0,40825 & 0,57735 \\ 0,70711 & 0,40825 & -0,57735 \\ 0,40825 & 0,70711 & 0,57735 \\ -0,40825 & 0,70711 & -0,57735 \\ -0,70711 & 0,40825 & 0,57735 \\ -0,70711 & -0,40825 & -0,57735 \\ -0,40825 & -0,70711 & 0,57735 \\ 0,40825 & -0,70711 & -0,57735 \end{bmatrix}$$

#### Arhitekture IMB sa TDOF senzorima

Razmatraju se sledeće arhitekture IMB:

- simetrična,
- ortogonalna,
- koplanarna.



Sl. 7 – Simetrična arhitektura IMB sa TDOF u obliku pravilnog poluoktaedra

<sup>7</sup> Arhitekturu u obliku oktaedra prva je predložila, proizvela i ispitala firma Teledyne Systems Comp.



Simetrična arhitektura IMB sa TDOF sensorima ima svojstvo da je apsolutna vrednost skalarnog proizvoda dva različita vektora spin osa senzora konstantna, tj.:

$$|h_{ix} \cdot h_{js}| = K, \exists i, j, i \neq j$$

gde je  $K$  – konstanta i za IMB sa TDOF usmerenih na stranice pravilnog poluok-

taedra (slika 7) iznosi  $K = \frac{1}{3}$ , a za IMB sa TDOF usmerenih na stranice pravilnog dodekaedra je  $K = \frac{1}{\sqrt{5}}$ , a  $h_{ix}$  – vektor  $i$ -te spin ose TDOF senzora.

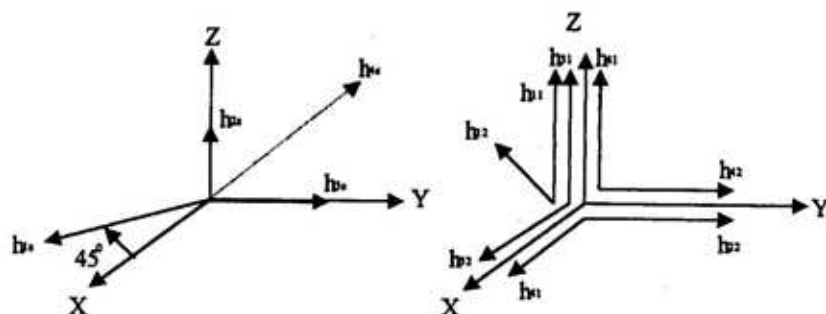
U slučaju 4 TDOF, gde 8 mernih osa i 4 spin ose (normalne na stranice oktaedra) leže na površini konusa sa uglom  $\arccos(-K)$  je:

$$H_9^T = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{3}+1 & -\sqrt{3}+1 & \sqrt{3}-1 & -\sqrt{3}-1 & -\sqrt{3}-1 & \sqrt{3}-1 & -\sqrt{3}+1 & \sqrt{3}+1 \\ -\sqrt{3}+1 & \sqrt{3}+1 & \sqrt{3}+1 & -\sqrt{3}+1 & \sqrt{3}-1 & -\sqrt{3}-1 & -\sqrt{3}-1 & \sqrt{3}-1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

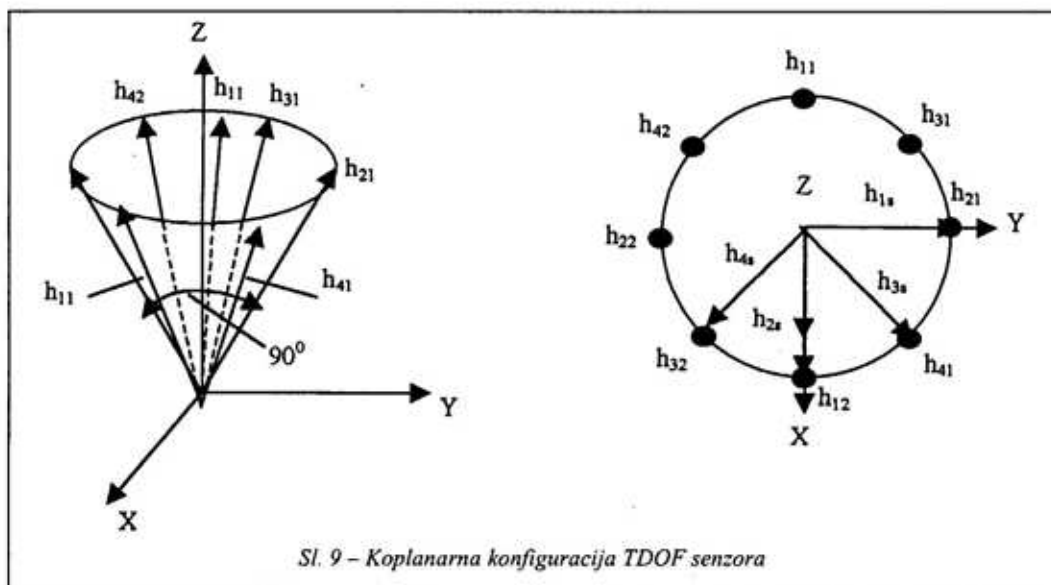
U slučaju *ortogonalne arhitekture* IMB sa TDOF sensorima neke spin ose senzora moraju biti međusobno normalne. Kod ortogonalne konfiguracije IMB sa 4 TDOF senzora, prikazanih na slici 8, tri spin ose:  $h_{2s}$ ,  $h_{3s}$  i  $h_{4s}$  su međusobno ortogonalne, a četvrta spin osa  $h_{1s}$  je u ravni koja je definisana sa dve ( $h_{3s}$ ,  $h_{4s}$ ) od preostale tri ose i pod uglom je od  $45^\circ$  u odnosu na avionsku X-osu. Matrica  $H_{10}$  tada ima sledeću vrednost:

$$H_{10}^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Kod *koplanarne konfiguracije* IMB sa 4 TDOF senzora sve četiri spin ose TDOF senzora moraju da leže u jednoj



Sl. 8 – Ortogonalna konfiguracija TDOF senzora



Sl. 9 – Koplanarna konfiguracija TDOF senzora

ravni, a osam mernih osa su simetrično razmeštene po površini konusa čiji ugao

konusa iznosi  $90^\circ$  (slika 9). Tada matrica  $H_{11}$  ima vrednost:

$$H_{11}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

### Uporedna analiza arhitektura IMB

Primenom jednačina (9), (19) i (23) na matrice  $H_i$  do  $H_{11}$  dobijaju se vrednosti za  $F_p$ ,  $\sigma_u^2$  i  $u_i$ , koje su prikazane u tabelama 1 i 2.

Iz tabela 1 i 2 vidi se da su arhitekture IMB, koje imaju matrice  $H_8$  i  $H_9$ , najbolje za primenu u navigaciji, jer imaju najmanju vrednost pokazatelja kvaliteta  $F_p$ , koji je direktno proporcionalan zapremini elipsoida greške merenja, tj. kovarijansnoj matrici procene greške. Kva-

litet se pogoršava ako spin ose senzora izgube simetričnost.

Komponente  $u_i$  vezane su za koordinatni sistem u kojem je definisana orijentacija svakog senzora iz date arhitekture IMB.<sup>8</sup>

U aplikacijama kod kojih se unapred zna potreba za većom tačnošću ugaone brzine oko jedne ose letelice, najbolja je koplanarna arhitektura  $H_{11}$ , sa orijentacijom osa redundantnog senzora u pravcu  $u_3$ . U tom pravcu od svih navede-

<sup>8</sup> U tabelama 1 i 2 zasenčene su optimalne arhitekture IMB.

Vrednosti pokazatelja kvaliteta raznih arhitektura IMB sa SDOF senzozima sa stanovišta tačnosti određivanja merenog parametra

Arhitektura IMB	Varijanta, matrica H	Pokazatelj kvaliteta arhitekture, $F_p$	min $F_p$	Varijansa greške, $\sigma_u^2$	Pravac orijentacije, $u_i$
Sa SDOF senzozima	6 SDOF, $H_1$	0,354	0,354	0,5	svi pravci
	6 SDOF, $H_2$	0,354	0,354	0,905	$u_1=(0; -0,707; 0,707)$
				0,345	$u_2=(0; 0,707; 0,707)$
				0,5	$u_3=(1; 0; 0)$
	6 SDOF, $H_3$	0,393	0,230	0,5	svi pravci
	3 SDOF, $H_4$	1,000	1,000	1,000	$u_1=(1; 0; 0)$
				1,000	$u_2=(0; 1; 0)$
				1,000	$u_3=(0; 0; 1)$
	4 SDOF, $H_5$	0,650	0,650	0,75	$u_1=(1; 0; 0)$
				0,75	$u_2=(0; 1; 0)$
	4 SDOF, $H_6$	0,650	0,650	0,75	$u_1=(1; 0; 0)$
				0,75	$u_2=(0; 1; 0)$
				0,75	$u_3=(0; 0; 1)$
	5 SDOF, $H_7$	0,465	0,465	0,6	$u_1=(0; 1; 0)$
0,6				$u_2=(0,721; 0; 0,693)$	
0,6				$u_3=(-0,693; 0; 0,721)$	
8 SDOF, $H_8$	0,230	0,230	0,375	svi pravci	

Tabela 2

Vrednosti pokazatelja kvaliteta raznih arhitektura IMB sa TDOF senzozima sa stanovišta tačnosti određivanja merenog parametra

Arhitektura IMB	Varijanta, matrica H	Pokazatelj kvaliteta arhitekture, $F_p$	min $F_p$	Varijansa greške, $\sigma_u^2$	Pravac orijentacije, $u_i$
Sa TDOF senzozima	Simetrična TDOF, $H_9$	0,230	0,230	0,375	svi pravci
	Ortogonalna TDOF, $H_{10}$	0,236	0,230	0,5	$u_1=(0,707; -0,707; 0)$
				0,333	$u_2=(0,707; 0,707; 0)$
				0,333	$u_3=(0; 0; 1)$
	Koplanarna TDOF, $H_{11}$	0,250	0,230	0,5	$u_1=(1; 0; 0)$
				0,5	$u_2=(0; 1; 0)$
0,25				$u_3=(0; 0; 1)$	

nih arhitektura IMB najmanja je greška  $\sigma_u^2$  u određivanju parametra navigacije. Znači, komplanarnu arhitekturu senzora treba postaviti na letelicu, tako da osa letelice, sa najčešćom promenom ugaone brzine, bude duž ose  $u_3$ .

## Zaključak

U ovom članku izložen je model određivanja brojčanog pokazatelja kvaliteta proizvoljne arhitekture IMB sa stanovišta tačnosti određivanja merenog parametra.

Na osnovu analize vrednosti broja-  
nih pokazatelja arhitektura  $H_1$  do  $H_{11}$ ,  
IMB, koje su date u literaturi ili se nalaze  
u proizvodnim programima proizvođača  
INS, pokazalo se da najbolja svojstva za  
primenu kod sistema za upravljanje, na-  
vigaciju i vođenje letelice imaju simetrič-  
ne arhitekture, jer je tačnost u određiva-  
nju ugaonih brzina i ubrzanja ista u prav-  
cu sve tri ose letelice i ne zavisi od ori-  
jentacije osa senzora IMB.

Ortogonalna arhitektura se po svo-  
jim kvalitetima nalazi između simetrične  
i koplanarne arhitekture. Koplanarna ar-  
hitektura se primenjuje kod onih INS ko-  
ji se ugrađuju u letelice kod kojih se me-  
nja i meri ugaona brzina uglavnom oko  
jedne ose objekta.

Predloženi model može se primeniti  
i pri analizi drugog skupa proizvoljnih  
arhitektura IMB.

*Literatura:*

- [1] Daly, K.; Gai, E.; Harrison, J.: Generalized Likelihood Test for FDI in Redundant Sensor Configurations, *J. Guidance and Control*, Vol. 2, No. 1, Jan.-Feb. 1979.
- [2] Gai, E.; Harrison, J.; Daly, K.: FDI Performance of Two Redundant Sensor Configurations, *IEEE Transaction on AES*, Vol. AES-15, №3, Nov. 1979.
- [3] Satin, A.; Gates, R.: Evaluation of Parity Equations for Gyro Failure Detection and Isolation, *AIAA J. Guidance and Control*, Vol. 2, №1, Jan.-Feb. 1978.
- [4] Morrell, F.: Design of a developmental dual fail operational redundant strapped down inertial measurement unit, *Proc. IEEE 1980, NAECON*, Dayton, 1980.
- [5] Mitrinović, D. S.; Mihajlović, D.; Vasić, P. M.: *Linearna algebra, Polinomi, Analitička geometrija*, Građevinska knjiga, Beograd, 1973.
- [6] Bronštejn, I. H.; Semendžev, K. A.: *Spravočnik po matematike*, Nauka, Moskva, 1986.