Иновације у настави, XXVII, 2014/2, стр. 45–55 UDC 371.3:51
519.711

Рад примљен: 02. 02. 2014.
Рад прихваћен: 05. 05. 2014.

др Јасмина Милинковић[1]
Универзитет у Београду, Учитељски факултет

Прегледни рад

Математичко моделовање у наставним системима[2]

Резиме: *Умеће превођења проблема из света реалности у свет математике је важан елемент математичких знања која се стичу током школовања. Оно има посебно истакнуто место у реалистичном математичком образовању (Treffers, Gravemeijer, Van den Heuvel-Panhuizen, Romberg, Usiskin). У раду се бавимо математичким моделовањем у почетној настави математике. Прво, одређујемо епистемолошко значење термина. Друго, приказујемо и анализирамо примере математичког моделовања у реалистичном математичком образовању. Треће, анализирамо место моделовања у актуелном наставном програму. Најзад, сагледавамо могуће правце развоја наставног програма математике на основу упоредне анализе места математичког моделовања у нашем програму и у реалистичном математичком образовању. Циљ рада је да укаже на значај развоја способности примене математичког моделовања у решавању проблема.*

Кључне речи: *настава математике, математичко моделовање, реалистично математичко образовање.*

Увод

Математичко моделовање третирано је као питање од највеће важности у методици наставе математике већ дуги низ година са неумањеним интересовањем (Matos i dr., 2001; Blomhøj &Carreir, 2009). На важност математичког моделовања у настави математике, на пример, указује Грир (Greer, 1997) примећујући да је математичко моделовање оно што повезује две стране математике, прву – утемељеност математике у стварности и другу – поље њеног интересовања су апстрактне структуре.

Неретко, математичко моделовање поистовећује се са проблемском методом. Математичко моделовање се може сматрати неизоставном фазом у оваквом приступу. Међутим, математичко моделовање није ограничено само на решавање проблема. Штавише, када се у на-

1 jasmina.milinkovic@uf.bg.ac.rs

2 Рад представља резултат рада на пројекту Концепције и стратегије обезбеђивања квалитета базичног образовања и васпитања, број 179020, Учитељског факултета у Београду (2011–2014).

стави бавимо математичким моделовањем, циљ није тренутно решавање појединачних проблема, већ уочавање класе ситуација које се могу описати истим моделом.

Могућности примене математичког моделовања у другим наукама, као и сферама људских делатности, побуђују интерес најшире заједнице за ову тему. Заиста, математичко моделовање има примену у физици, астрономији, биологији, хемији, социологији, психологији и многим другим наукама. Вештине и математичке методе које се притом користе су анализа података, уочавање веза, прављење избора погодне између алтернативних репрезентација или препознавање исте структуре и др. Због тога се чини логичним очекивање да математичко моделовање заузме важно место у наставном програму математике. За почетак, ми посвећујемо овај рад разматрању позиције математичког моделовања у савременим наставним системима, а посебно у реалистичном математичком образовању. У другом делу рада бавићемо се математичким моделовањем у нашем образовном систему.

Шта је математичко моделовање?

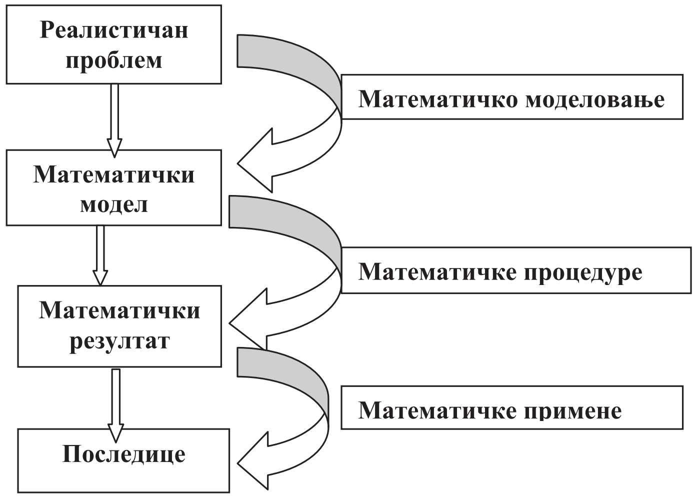
Математичко моделовање је сложен поступак (процес) превођења феномена или проблема у математичку форму. Предмет математичког моделовања могу бити природни и друштвени феномени (физички, биолошки, психички, друштвени, мисаони...), стварни објекти, као и апстрактни објекти, а међу њима и сви математички појмови и поступци. Резултат математичког моделовања је стварање математичког модела или репрезентације феномена или проблема који довољно верно одсликава карактеристике и релације оригиналног феномена са одговарајућег аспекта. Математички модел је формално математички запис који одсликава аспекте проучаваног феномена, често у форми графика, једначине или алгоритма.

Математичко моделовање укључује процес „математизације“ – поступак стварања математичке репрезентације којом се изражава оригинална структура. Другим речима, математизација је процес преласка у „свет математике“. Циљ математичког моделовања је стварање модела чијим проучавањем ће се омогућити уочавање правилности и односа који важе на моделу, а тиме и код оригиналног феномена. Математичко моделовање се заснива на аналогији.

Дир и Инглиш дефинишу модел као „систем елемената, операција, релација и правила који се могу користити за описивање, објашњавање, или предвиђање понашања проучаваног система.“ (Doerr & English, 2003: 112). Најчешће асоцијације на математички модел, као што је указано, јесу математичке формуле, односно математичким симболима изражени односи међу посматраним објектима. Постоје, међутим, и другачији модели, који су такође резултат математичког моделовања. Заједничко својство тих модела је „сведеност“, односно смањеност шума (ометајућих, небитних карактеристика). Врсте модела који су резултат математичког моделовања су: материјални (нпр. жичани модел коцке), реални, апстрактни (нпр. кибернетички, функционални, детерминистички и стохастички).

Математичко моделовање је цикличан процес који се састоји из више фаза: 1) анализа проблема, 2) креирање репрезентације/модела, 3) манипулација и 4) тумачење.

Клауди даје шематски приказ фаза моделовања полазећи од реалистичног проблема (Слика 1).



Слика 1. Циклус математичког моделовања код решавања задатака, адаптирано из Claudi: 2.

Детаљније, циклус моделовања полази од проблемске ситуације постављањем питања. Кроз избор погодне репрезентације процесом математизације долази се до математичког модела са одговарајућим бројем промењљивих. Математичком манипулацијом долази се до резултата у нумеричкој, графичкој или симболичкој форми која се интерпретира, тј. преводи у одговарајућу реалистичну слику проблемске ситуације. Анализом постигнутог утврђује се да ли је могуће разрешење ситуације или пролазак кроз нови циклус моделовања.

Кабасут (Cabbasut, 2010) дискутује о пет сложених поступака који су саставни део математичког моделовања, а који подстичу развој различитих компетенција код учесника у процесу: 1) стварање модела, 2) представљање модела на различите начине, 3) разумевање односа језичке формулације проблема и симболичког записа и формалног језика (науке), 4) утврђивање правилности, релација и шема и 5) интерпретација. Укажимо на неке чињенице у односу на наведене поступке. Пре свега, стварање модела укључује утврђивање односа правилности, утврђивање релевантних математичких знања, другачију репрезентацију проблема погоднију за математичко сагледавање итд. Представљање модела математичким језиком захтева препознавање односа метајезика и симболичког математичког језика, а често и тражење алтернативног еквивалентног начина представљања уочених односа. Након успешног решавања проблема у оквиру математичке репрезентације, потребно је интерпретирати резултате потврђујући ваљаност резултата у реалном контексту. Рефлексијом на понуђено решење указује се на обим и ограничења решења. И поступак аргументованог изношења резултата, уз способност исказивања решења на различите начине, јесте једна од математичких способности која се развија са овим приступом (PISA, 2006: 97).

С обзиром на врсту проблема којим се бавимо при математичком моделовању, као и функције у образовном процесу, може се говорити о различитим улогама моделовања. Узимајући у обзир природу задатака, разликујемо реалистично (примењено) моделовање, контекстуално моделовање, образовно моделовање, епистемолошко моделовање, социокритично и социокултурно моделовање. У савременој настави се математичко моделовање често користи ради упознавања примењивости математичких теорија, али све чешће и као метод за формирање појмова, структурисања процеса учења (дидактичко моделовање) или развоја теорије (епистемолошко или теоријско моделовање). Уз то, процес математичког моделовања се може сагледавати са аспекта моделовања сазнајних процеса и развоја математичког мишљења (сазнајно моделовање).

Пример реалистичног моделовања је Пример 1, који припада групи „отворених“ проблема, док наредни пример припада групи контекстуалних задатака.

Пример 1. Утврдити начин формирања цене такси услуге.

Пример 2. Полазна цена за вожњу је 120 дин, сваки пређени километар је 150 дин. Колико кошта вожња од 5,5 км?

Образовно моделовање има за циљ упознавања новог појма или продубљеног разумевања појма или поступка. Исти проблеми моделовања се могу, према функцији коју имају у наставном процесу, посматрати и као задаци контекстуалног математичког моделовања, као и образовног моделовања. Пример епистемолошког моделовања је следећи задатак (Пример 3).

Пример 3. Колико је таксиста могао да заради новца током једног дана?

Дости и Аштани (Doosti & Ashtiani, 2009) примећују да математичко моделовање као основа наставног приступа има предности и недостатке. Они истичу следеће предности: већу заинтересованост ученика због осећаја смислености бављења математиком, уочавање сличности у наизглед различитим контекстима, последично бољу припремљеност за примену математичких знања у другим предметима, бољу меморизацију као последицу дуготрајног бављења активношћу, јер процес моделовања подразумева дужу временску ангажованост на активности. Занимљиво да Дости и Аштани сматрају да је за наставнике који примењују овај приступ лакше да контролишу процес учења, с чим се ми не можемо сложити.

У недостатке оваквог приступа убраја се тешкоћа у избору доброг проблема, значајно време које је потребно одвојити за математичко моделовање, као и чињеницу да се ученици боје провера знања које захтевају математичко моделовање. Додајмо на крају да се сматра у теорији да је наставни приступ с тежиштем на математичком моделовању погодан за све нивое школовања. У пракси, међутим, најчешће се предлажу модели који су погодни за рад у средњој школи, ретко у вишим разредима основне школе, а сасвим спорадично они који су намењени деци од предшколског нивоа до четвртог разреда основне школе.

Обратимо пажњу у наредном делу рада на место и улогу математичког моделовања у реалистичном математичком образовању као једном од савремених наставних система.

Математичко моделовање у реалистичном математичком образовању

Идеја *Реалистичног математичког образовања* (РМО) конципирана је у Холандији, а заснована је на Фројденталовом виђењу математике. Милинковић објашњава основне карактеристике РМО приступа, које у даљем тексту наводимо (Milinković, 2012). Она указује да је Фројдентал сматрао да реалистични проблеми могу бити основа за вођено „откривање“ математичких појмова или поступака ради разумевања поступка *математизације* (на који ћемо се вратити у наставку текста). Овај приступ се може посматрати као алтернатива механичком или структуралистичком приступу. Фројдентал и Треферс поставили су темеље РМО. Треферс (Treffers, 1987) описује следеће карактеристике РМО: 1) (аутентични) контекст, 2) модели,

3) стварање оригиналних конструката ученика, 4) интерактивна настава и 5) интегративни приступ областима из наставног програма.

Појам *математизације* је базични појам реалистичног математичког образовања, који је од значаја и при објашњавању поступка математичког моделовања. Математизација, једноставно речено, јесте процес којим се на основу посматрања, структурирања и тумачења појаве или проблема долази до математичких модела. Треферс (Treffers, 1978, 1987) разликује две врсте математизације у образовном контексту: хоризонталну и вертикалну. Под хоризонталном математизацијом подразумевамо кретање од реалног света до света математичких симбола. Ученици пролазе кроз процес решавања реалистичних проблема математичким апаратом. Друга врста математизације, вертикална, односи се на процес грађења и реорганизовања математичке структуре откривањем нових веза релација. Схематизација је процес постепене изградње менталних схема у формалне схеме математичке науке. Схематизација је у математици резултат математизације.

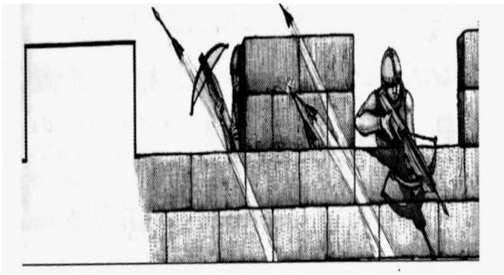
Ученици пролазе различите фазе разумевања током учења. На почетку учења они су окренути решавању конкретних проблема и њихова решења су неформална, често контекстуално ограничена. Постепено, ученици граде схеме основа структуре откривајући основне принципе и односе. У следећој фази ученици развијају способност метакогниције, размишљања о претходним активностима, тако да је резултат хоризонталне и вертикалне математизације прогресивна схематизација. До формалних математичких схема долази се кроз сукцесивне фазе математизације**.**

Вишеструки модели

Процес моделовања преноси проблеме наведене у реалном контексту у домен математике. Створени модели служе као подршка развоју разумевања појаве којом се ученик бави. Модели су, дакле, алатке, посредници између стварног света и апстрактног математичког света. Улога модела је да ученику помогне у решавању проблема на различитим нивоима апстракције. Моделирање ситуација је компонента процеса решавања проблема у реалном контексту, који за резултат има математички модел. Решење овог проблема је први пут препознато у домену математике на креираном математичком моделу, а затим преведено на оригинални контекст. Ван ден Ховел-Панхуизен објашњава да модели служе као дидактичка средства за премошћавање јаза између неформалних решавања проблема у оквиру сродних контекста и формалних математичких система (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Реалистичне проблемске ситуације у РМО могу да се разликују по својој сложености, али контекст мора да има потенцијал да изазове контемплацију над њим. Реални контексти вишеслојних проблема пружају прилику за проширено искуство учења и за израду веза и трансфер. Контекст проблема функционише као извориште сазнања. Дакле, улога проблема у реалном контексту је дуална. Прво, они се користе да би се изазвала потреба за представљањем или поновним открићем математичких појмова. Друго, проблеми се користе како би се показала могућа примена математичких знања у решавању реалних проблема.

Извориште учења у РМО су нетривијалне, често бајковите, али и апстрактне (међу којима и математичке) ситуације које деца доживљавају као блиске (Милинковић, 2007). На пример, проучавање зидина замка ради одбране од нападача јесте контекст искоришћен у једној тематској целини *Математике у контексту* (Romberg, 1997), комплета уџбеника заснованог на принципима РМО (Слика 2).



Слика 2. Одбрана тврђаве.

Математичко моделовање у РМО подразумева, по правилу, прелазак са једне на другу репрезентацију проблемске ситуације. Мејер (Mayer, 2001) описује карактеристичне примере пута моделовања у РМО који се заснивају на превођењу проблема из једне у другу репрезентацију.

Пример 1. На тањиру су била три парчета торте. Свака од три другарице, Јана, Сара и Катарина, појеле су по ¾ парчета торте. Колико су укупно оне појеле? Можеш искористити Кузинари штапиће да би дошао до решења. Изрази га на следеће начине: користећи 1) сопствени модел, 2) бројевна праву и 2) одговор (опис речима).

Опишимо пример реалистичног проблема и пут његовог решавања. Проблем је преузет из комплета уџбеника *Математика у контексту*. Контекст задатка се односи на планирање броја возила које треба изнајмити за екскурзију. (Приметимо да је овакав задатак поједностављена верзија задатка који би укључио и разматрање цене возила, што би додатно компликовало анализу.)

Пример 2. Ученици осмог разреда ОШ „Вингра“ иду на камповање. На пут иде 96 особа (деце и наставника). Сав пртљаг, гуме и намирнице су већ упаковани у 64 пакета једнаке величине. Организатори пута треба да изнајме одговарајући број возила за превоз свих људи и опреме до кампа. Они треба да изаберу између два типа возила која су у понуди агенције.

– мали комби (**М**) – 6 седишта, пртљажник за 5 пакета
– комби (**К**) – 8 седишта, пртљажник за 4 пакета

Традиционални приступ оваквом типу задатка подразумевао би директно коришћење формално алгебарског приступа. До решења би се дошло решавањем система две једначине са две непознате:

6М +8К = 96

5М + 4К= 64

У РМО учионици ђаци би поступак решавања оваквог проблема започели трансформацијама долазећи моделовањем до модела проблемске ситуације (табелом или сликом), а тек затим до математичког модела у форми система једначина.

Мини-комби	16	12	8	4	0
Комби	0	3	6	9	12

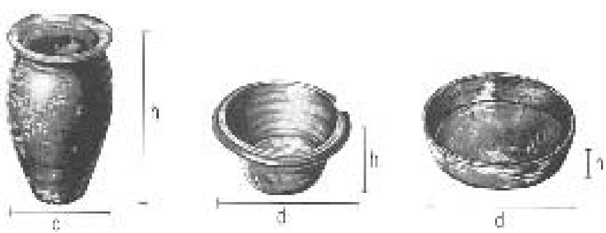
Једна од могућих табела била би ова у којој је приказан број возила оба типа. Постоје различити начини комбиновања броја возила у која се може сместити предвиђен број путника и пакета. Ученици анализом табеле могу да утврде који је најмањи број возила. Друга могућност је да ученици прикажу графички зависност броја путника (односно пакета) од типа и броја возила.

Обе репрезентације, и графичка и табеларна, приказују исте информације и односе, те су упоредиве. Најзад, ту је и трећа могућност изражавања односа симболичком репрезентацијом. Систем једначина представља математички модел полазне проблемске ситуације.

Овакав пут долажења до математичког модела понавља се са мање или више међукорака и у великом броју других задатака. Ученици полазне информације проучавају, групишу, утврђују везе које постоје међу њима. Уочене чињенице се представљају визуелно (шематски, табеларно, графиком), а затим се долази до математичког модела у облику (не)једнакости, формуле и сл. Како ученици напредују у знањима из одговарајућих области математике, задаци постају (иако можда једноставно формулисани) све комплекснији.

За описани пример може се рећи да је занимљив опис различитих поступака, али је сам контекст релативно познат. Наведимо у наставку један заиста оригиналан, а притом егземпларан пример реалистичног задатка из комплета Математика у контексту.

Низ наставних јединица смештен је у контекст проучавања археолошког налазишта. Деца се уживљавају у улогу археолога и решавају проблеме налик оним које имају прави археолози. Један од задатака односи се на ископине грнчарије различитих облика (Слика 3).

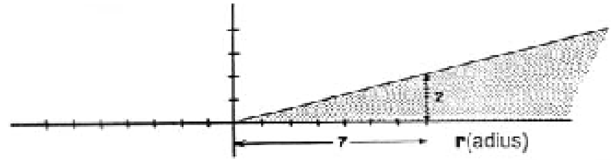


Слика 3. Грнчарија, адаптирано из Математика у контексту.

Треба утврдити критеријум на основу кога ће се одређене посуде називати вазама, друге тепсијама итд. У даљем току, упознаје се Вебстерова класификација (Webster), која се заснива на утврђивању односа висине и ширине посуде (Слика 4).

На основу те класификације, нпр. чиније су посуде које задовољавају следећу неједнакост:

$2/7\ r \leq h \leq 2/3r$



Слика 4.

Математичко моделовање у наставном програму

Да ли је математичко моделовање присутно експлицитно и/или имплицитно у наставном програму од првог до четвртог разреда основне школе у Србији?

Генерално гледано, поставља се питање потребе истицања математичког моделовања као једног од циљева у наставном програму. Један од циљева актуелног наставног програма, у коме је препозната улога математичког моделовања, јесте „да ученици развију навику постављања нових питања и способност да користе математику да одговоре на та питања". Њиме се истиче да је важно да ученици науче да идентификују која ће им од бројних математичких вештина (поступака, процедура) помоћи да реше проблем (не обавезно из домена математике). Осим тога, ученици ће развити приступ решавању проблема који укључује потрагу за новим (математичким) знањима и упознаће пут долажења до њих. Дакле, уочавањем чињенице да математичка знања пружају могућност да се пронађу одговори на задата питања, као и да се поставе нова, развија се математичка култура. Активности које се препоручују су дискусија, групни рад на пројекту, презентације.

Колико рано се може посветити експлицитна пажња математичком моделовању? Нека истраживања указују да се може почети још на нивоу припремног предшколског периода, паралелно са планским увођењем математичких појмова и посебно начина записивања мисаоних поступака.

Може се уочити да Наставни програм математике Републике Србије за први циклус образовања имплицитно препознаје значај математичког моделовања у циљевима.

> „**Циљ наставе математике** у основној школи јесте: да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и зависности у животу и друштву; да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе, за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање; као и да доприносе развијању менталних способности, формирању научног погледа на свет и свестраном развитку личности ученика." (Наставни програм: 35).

Математичко моделовање се и експлицитно наводи као један од основних општих задатака наставе математике већ у првом циклусу образовања. Састављачи програма истичу потребу „да ученици стичу основну математичку културу потребну за откривање улоге и примене математике у различитим подручјима човекове делатности (математичко моделовање), за успешно настављање образовања и укључивање у рад". И у другим задацима који проистичу из циља образовања може се пронаћи идеја препознавања улоге математике. На значај математике указује чињеница да су математичка знања „неопходна за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости у разним појавама у природи, друштву и свакодневном животу". Из тога проистиче потреба коришћења математичких идеја и процедура у другим предметима и свакодневним животним ситуацијама. Осим тога, у наставном програму се указује да математичко мишљење утиче на развијање различитих способности, од посматрања, опажања, до логичког и апстрактног закључивања, што је пут који се може трасирати и у математичком моделовању.

И поред тога, у оперативним задацима, а касније и у садржајима програма, мало је референци које се могу повезати са математичким моделовањем. Истакнимо позитивне примере. На пример, код бављења скуповима указује се значај визуелног представљања релација и даје упутство: „[…] на подесан визуелан начин или кроз пригодан језик […] истицати својства релације, захтевајући при томе да их ученици и сами уочавају, исправно представљају и у том смислу са њима активно раде" (Наставни програм: 38). Тиме се, иако не експлицитно, указује на потребу коришћења погодних модела. Дијаграми и таблице су посебно препоручени као погодни за приказивање односа.

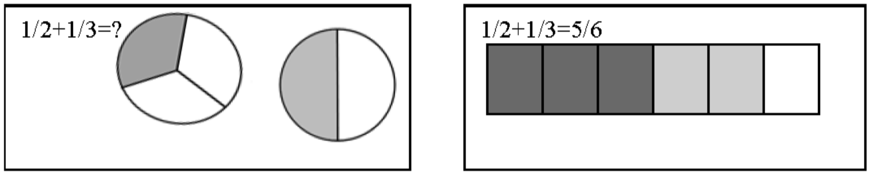
Приметимо да се у програму не дискутује о погодностима модела који ће бити коришћени при бављењу одређеном врстом проблема. Али избор модела понекад је од суштинског значаја, јер омогућава или онемогућава ученику да успешно реши задатак. На пример, у следећим задацима необично је важно какав модел разломка ће ученик нацртати.

Пример 4. Ана и Мила су појеле по 1/2 колача. Колико су колача укупно појеле?

Пример 5. Ана је појела 1/2 колача, а Мила 1/3 колача. Колико је од колача остало на тањиру?

Најчешћи модели разломака су стубичасти, тј. „чоколадни", кружни, тј. „пита" или неки други облици погодни за деобу, као што су симетрични облици приказани на Слици 5.

Слика 5. Модели разломака.



Слика 6. Визуелно сабирање разломака.

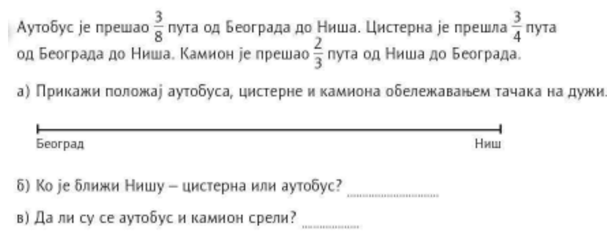
Притом, није сасвим свеједно који модел користимо. За решавање Примера 6 није погодан кружни модел, јер не омогућава „визуелно сабирање".

Посебно, у осврту на текстуалне задатке у програму, наглашава се потреба да „ученици у разним животним ситуацијама уочавају одговарајуће математичке релације, и обратно, математичке апстракције примењују у одговарајућим животним односима: они представљају средство повезивања наставе математике са животом." Указује се да је при решавању задатака циљ „добијање израза". Аутори наставног програма истичу да је важно „[…] да се према једном истом изразу састављају задаци различитог конкретног садржаја и да тако ученици увиђају да се различити задаци решавају једном истом операцијом." Управо та, рекло би се споредна напомена (наведена у оригиналу у загради), указује на пут математичког моделовања и његов значај за развој математичких компетенција.

> При решавању текстуалних задатака корисно је већ у првом разреду навикавати ученике да решавање записују у виду бројевног израза, с тим што се изоставља именовање података (то даје могућност да се према једном истом изразу састављају задаци различитог конкретног садржаја и да тако ученици увиђају да се различити задаци решавају једном истом операцијом).

На крају, ипак, када се описују очекивана постигнућа ученика, само се од најбољих очекује показивање способности решавања тзв. задатака примене, у које бисмо могли класификовати задатке који позивају на математичко моделовање.

Неки аутори уџбеника посвећују значајну пажњу задацима моделовања. Наведимо примере два задатка из уџбеничког комплета за четврти разред основне школе. У првом од њих ученицима је већ понуђен модел бројевне праве, а од њих се очекује да покажу разумевање како се разломци приказују на бројевној полуправој (Слика 7).


Аутобус је прешао $\frac{3}{8}$ пута од Београда до Ниша. Цистерна је прешла $\frac{3}{4}$ пута од Београда до Ниша. Камион је прешао $\frac{2}{3}$ пута од Ниша до Београда.

а) Прикажи положај аутобуса, цистерне и камиона обележавањем тачака на дужи.

Београд — Ниш

б) Ко је ближи Нишу – цистерна или аутобус? ....

в) Да ли су се аутобус и камион срели? ....

Слика 7. Дејић и сар., 2012: 80.

У наредном задатку ученици треба да креирају математички модел дате ситуације (Слика 8).


У којој је од ове две улице више од половине места за паркирање попуњено?

а) у првој улици
б) у другој улици
в) у обе улице
г) ни у једној од ове две улице

Слика 8. Дејић и сар., 2012: 80.

Ипак, може се рећи да су овакви примери више изузеци него правило, макар у млађим разредима основне школе.

Уместо закључка

У раду смо дотакли нека значајна питања у вези са математичким моделовањем, као што је улога математичког моделовања у савременом наставном приступу какав је реалистично математичко образовање. Осим тога, утврђено је да је математичко моделовање нашло место, иако не запажено, у Наставном програму првог циклуса образовања у Србији. Из рада су проистекла нова питања, а основно је питање имплементације математичког моделовања у школској пракси. Примери наведени у овом раду могу бити путоказ за могуће обогаћивање садржаја математике кроз укључивање задатака који развијају способност математичког моделовања. Темељитије промене подразумевале би кориговање програмских задатака наставе математике и експлицитно бављење аспектима математичког моделовања. За заинтересованог читаоца овог рада може бити занимљиво и следеће питање.

Да ли се на основу Вебстерове класификације може одредити да ли је грнчарија на слици чинија или не?

Слика 8.

Литература

- Дејић, М., Милинковић, Ј. и Ђокић, О. (2012). *Математика за 4. разред основне школе, Радна свеска*. Београд: Креативни центар.
- Милинковић, Ј. (2007). Реално окружење као извор математичких појмова. *Дидактичко-методички аспекти промена у основношколском васпитању.* Београд: Учитељски факултет.
- Министарство просвете, науке и технолошког развоја. *Наставни програм Републике Србије за први циклус образовања. http://www.mpn.gov.rs/prosveta/osnovno-obrazovanje-i-vaspitanje*
- Abrams, J. P. (2001). Teaching mathematical modeling and the skills of representations. In: Couco, A. and Curcio, F. R. (eds.). *The roles of representation in school mathematics* (269–282). NCTM Yearbook.
- Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols, more objects, more context, more
- actions. In: Galbraight, P. L., Henn, H.-W. and Niss, M. (eds.). *Modelling and applications in mathematics education* (36–44). 14th ICMI Study. Springer.
- Blum, W. (1991). Mathematics modelling in mathematics education and in instruction. In: Blum, W. and Huntley, I. (eds.). *Teaching of mathematical modeling and applications*. Chichester: Ellis Horwood.
- Blomhøj, M. and Carreir, S. (eds.). (2009). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics, Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education* in Monterrey, Mexico, July 6–13, 2008. IMFUFA tekst nr. 461/ 2009, ISSN: 0106-6242.
- Cabassut, R. (2010). The double transposition in mathematisation at primary school. *Proceedings of CERME* 6, January 28th–February 1st 2009. Lyon, France.
- Doosti, A. and Ashtiani, A. M. (2009). Mathematical Modeling: a new approach for mathematics teaching in different levels. *Produtos Educacionais no ensino de Física e de Matemática*. Посећен 20. 9. 2013. http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E4_Ashtiani_TC.pdf

- Enciklopedia Britannica Educational Corporation (1998). *Mathematics in Context*, Connected Middle School Curriculum, Grades 5–9. *Textbook Series.* Enciklopedia Britannica Educational Corporation: USA.
- Gabraight, P. L., Henn, H.-W. and Niss, M. (eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education.* 14th ICMI Study. Springer.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293–307.
- Kaiser, G., Sriraman, B. and Blomhøj, M. (2007). *Report from the working group modellling and applications – differentiating perspectives and delineating commonalities*, 2035–2041 CERME 2007.
- Lesh, R. A. and Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Matos, J. F., Blum, W., Houston, S. K. and Carreira, S. P. (eds.). (2001). *Modelling and Mathematics Education*. ICTMA9: Applications in science and technology (36–61). Chichester, U. K.: Horwood.
- Mayer, M. R. (2001). Representation in Realistic Mathematics Education. In: Couco, A. and Curcio, F. R. (eds.). *The roles of representation in school mathematics* (238–250). NCTM Yearbook. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Milinković, J. (2012). Realistic mathematics education from theory to practice. *Proceedings of the first international conference in learning and teaching mathematics, Maribor, Aug 23–24, 2012,* (Medjunarodna konferenca o ucenju in poucavanju matematike, KUPM, 2012, zbornik radova), 43–50. Ljubljana: Zavod za školstvo Republike Slovenije.
- PISA (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA*. OECD.
- Romberg, T. A. (ed.) (1997). *Mathematics in Contexts: A Connected Curriculum for Grade 5–8*, Encyclopaedia Britannica Educational Corporation, Chicago, IL, USA.
- Treffers, A. (1987). Three dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic Mathematics Education as work in progress. *Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour.* Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.

Summary

The skill of transmitting the problem from the world of reality into the world of Mathematics is an important element of mathematical knowledge gained during schooling. This has particularly significant place in realistic mathematical education (Treffers, Gravemeijer, Van den Heuvel-Panhuizen, Romberg, Usiskin). In this paper, we are dealing with mathematical modelling in initial Mathematics teaching. First, we determine epistemological meaning of the term. Second, we present and analyse examples of mathematical modelling in real mathematical education. Third, we analyse the place of modelling in the actual curriculum. Finally, we analyse possible directions of development of the curriculum of Mathematics based on the comparative analysis of mathematical modelling in our programme and real mathematical education. The aim of the paper is to point at the significance of development of abilities of application of mathematical modelling in solving problems.

Key words*: teaching Mathematics, mathematical modelling, real mathematical education.*