

ОДРЕЂИВАЊЕ БРОЈА ЦИКЛУСА ЗА ЗАДАТУ ИСТОРИЈУ ОПТЕРЕЂЕЊА ПРИ АНАЛИЗИ ЗАМОРА ПРЕМА ЕВРОКОДУ

Петар Кнежевић¹
Миливоје Милановић²

УДК: 624.042.44
DOI: 10.14415/zbornikGFS28.02

Резиме: Верификација носивости на замор се намеће као обавезан критеријум за димензионисање конструкција изложених цикличном оптерећењу услед спољашњих утицаја. Различити стандарди дефинишу различите прорачунске моделе оптерећења, који су поред димензија и вредности оптерећења дефинисани и бројем циклуса. Међутим, за сложеније конструкције, верификација се мора спровести на основу стварног оптерећења, односно, реалне историје оптерећења. У овом раду ће бити приказане методе за одређивање броја циклуса оптерећења за различите историје оптерећења, наведене у СРПС ЕН 1993-1-9.

Кључне речи: Замор, циклично оптерећење, историја оптерећења, број циклуса.

1. УВОД

Већина конструкција код којих се анализира појам замора је изложена цикличном оптерећењу променљиве амплитуде. Историје оптерећења код којих фигурише само једна амплитуда током целог прорачунског века, у пракси готово да не постоје. Дате историје оптерећења се морају превести у облик компатибилан са методом верификације коју прописује одређени стандард. Свака трансформација историје оптерећења изискује одређивање броја циклуса оптерећења.

Одређивање броја циклуса представља тежак и веома захтеван процес. Тачна историја оптерећења је веома ретко у потпуности позната, већ се на основу података из релативно кратког периода врши процена историје оптерећења за цео сервисни век. Иако су напретком технологије, данас развијени такозвани бројачи циклуса, најчешће се одређивање броја циклуса, према СРПС ЕН 1993-1-9 врши следећим методама:

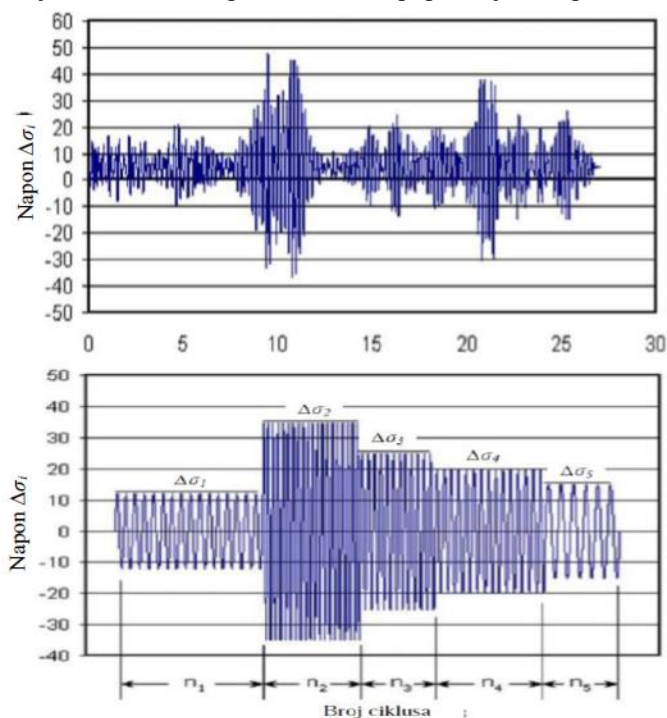
- метода резервоара,
- методом кишног тока.

На основу резултата примене ових метода долазимо до спектра опсега напона, који се формира груписањем циклуса са истим опсегом напона у блокове, дефинисане опсегом напона и бројем циклуса у њему, као и средњом вредношћу напонског опсега $\Delta\sigma_{sr}$.

¹ Assist.PhD, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia, petar.knezevic.dunp@gmail

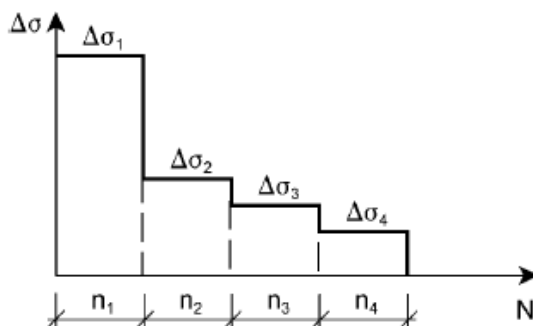
² Assist. PhD, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia, pbarhisnp@gmail.com

Треба напоменути да се стварна историја оптерећења трансформишу у димензионални запис састављен од тачака које представљају екстремне вредности у којима долази до промене знака прираштаја оптерећења.



Слика 1 - Произвольна историја оптерећења и одговарајући спектар опсега напона

За стварне историје оптерећења верификација замора се према [1] врши помоћу методе акумулације оштећења. За примену наведене методе, спектар опсега напона, формиран применом неке од метода бројања циклуса, се трансформише у хистограм опсега напона, простим слагањем блокова опсега напона у опадајућем поретку према вредности опсега напона, уз занемарење опсега напона који дају занемарљив прираштај развоју прелине (напони испод доње границе носивости на замор $\Delta\sigma_L$).



Слика 2 - Хистограм опсега напона

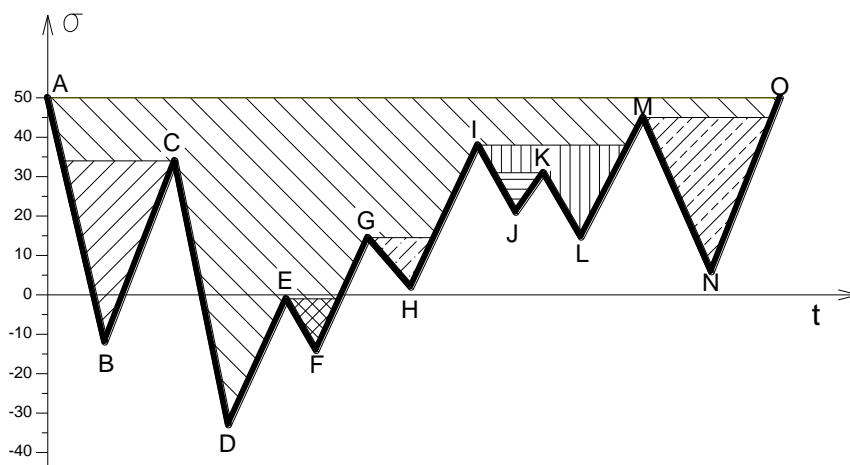
Сваки од блокова унутар хистограма напона, дефинисан је вредношћу опсега напона $\Delta\sigma_i$ и бројем циклуса n_i . Упоредна анализа методе резервоара и методе кишног тока, код одређивања броја циклуса према СРПС ЕН 1993-1-9 спроведена је за произвољну историју оптерећења приказану у табели Табела 1.

Табела 1 - Историја оптерећења

Тачка	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Vreme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Напон	50	-12	34	-33	-1	-14	15	2	38	21	31	14	45	6	50

2. МЕТОДА РЕЗЕРВОАРА

Одређивање броја циклуса методом резервоара се користи за кратке временске интервале и простије историје оптерећења. Због своје једноставности је погодна за ручни рачун. Историја оптерећења се представља графички, тако да је на ординати опсег напона, а на апсциси време. Посматра се само део историје оптерећења, тако да посматрани део почиње и завршава се са истом вредношћу максимума, која је уједно и глобални максимум. Тако приказана историја оптерећења представља резервоар у којисе сипа течност све док се потпуно не испуни. Затим се резервоар “пробуши“ у тачки са најнижом котом (глобални минимум). На тај начин је дефинисан први циклус са одговарајућим максимумом (горњи ниво течности пре истицања) и минимумом (тачка кроз коју се врши истицање). Након тога, остају мањи резервоари који су и даље испуњени течношћу. Поступак се понавља за сваки резервоар тако што се бирају следећи по величини максимум, а затим и минимум. Сликровити приказ ове методе за задату историју оптерећења дат је помоћу следеће слике и табеле:



Слика 3 - Метод резервоара

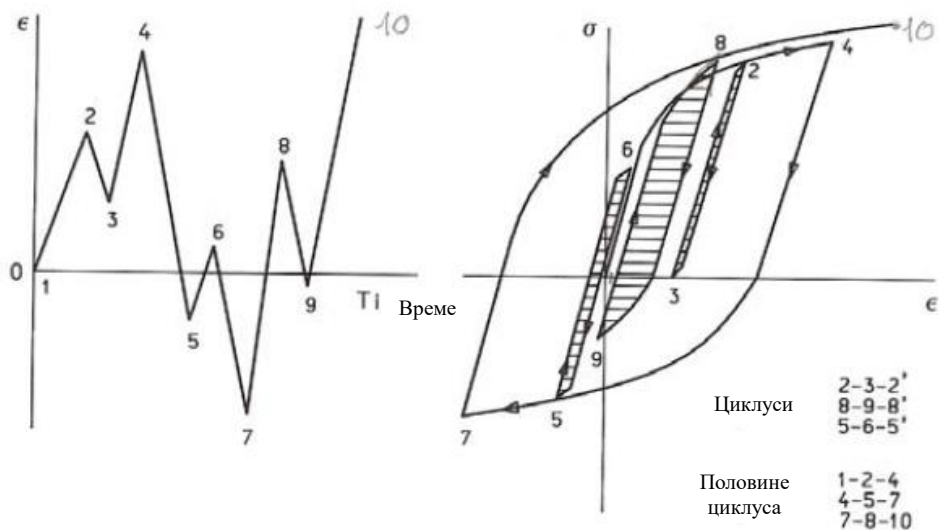
Табела 2 – Опсези напона добијени применом методе резервоара

Тачка црпљенја	Тачка највишег нивоа воде	Опсег напона
D	A	83
F	E	13
B	C	46
H	G	13
N	M	39
L	I	24
J	K	10

Метод резервоара, се намеће као веома корисна алатка при одређивање броја циклуса код анализе замора. Међутим, његова примена се ограничава на веома просте и кратке историје оптерећења, што је довољно за брзи, „ручни“ прорачун конструкција. Поред једноставности самог алгоритма методе, предност методе лежи у одсуству „остатка“ у историји оптерећења, што није случај код методе кишног тока.

3. МЕТОДА КИШНОГ ТОКА

Овај метод је осмишљен тако да броји промене опсега напона користећи везу између напона и деформације, а укључујући хистерезисне петље. Ако посматрамо промену напона у функцији промене дилатације, пун циклус се дефинише једном затвореном петљом, како је то дефинисано на следећој слици:



Слика 4 – Метода кишног тока – основни концепт

Одређивање броја циклуса методом кишног тока се врши код сложенијих историја промене напона и дужих временских интервала. Његов алгоритам је погодан за

компјутерско програмирање. Предност се огледа у бољем понашању при средњим опсезима напона и бољем упаривању минимума и максимума.

За потребе ове методе, графички приказ историје промене напона се ротира тако да се време наноси на ординати орјентисаној на доле. На апсциси се налазе опсези напона. Метод кишног тока захтева запис само од сукцесивних екстремних вредности из историје оптерећења.

Овакав приказ се може замислити као низ кровова. У тачкама промене напона (увале и врхови), крећући одозго, уводи се вертикални ток воде при слободном паду (ток кише). Један ток, обично представља половину циклуса оптерећења. Као код претходне методе историја оптерећења почиње и завршава се у највећој вредности напона. Започети ток се завршава уколико се испуни један од услова:

- ток започет у локалном максимуму (врх) пада на нови ток започет у локалном максимуму, већем од оног из којег је првобитни ток започео;
- ток започет у локалном минимуму (увала) пада на нови ток започет у локалном минимуму, мањем од оног из којег је првобитни ток започео;
- ток испада ван историје оптерећења
- ток наилази на већ започети ток.

На овај начин су дефинисани полуциклуси за које се одређује вредност опсега напона. Полуциклуси започети у локалном максимуму се упарују са полуциклусима, одговарајућег опсега напона, започетим у локалном минимуму. На овај начин се формирају пуни циклуси.

Формирање пуних циклуса се врши спајањем (упаривањем) два полуциклуса, независно одређена, који не морају имати заједничке тачке.

Може се јавити одређени број неупарених полуциклуса. Да би се добио исти број полуциклуса започетих у локалном минимуму и локалном максимуму, бира се иста вредност напона за почетак и крај историје, али тако да су нагиби дијаграма у почетној и крајњој тачки супротног знака.

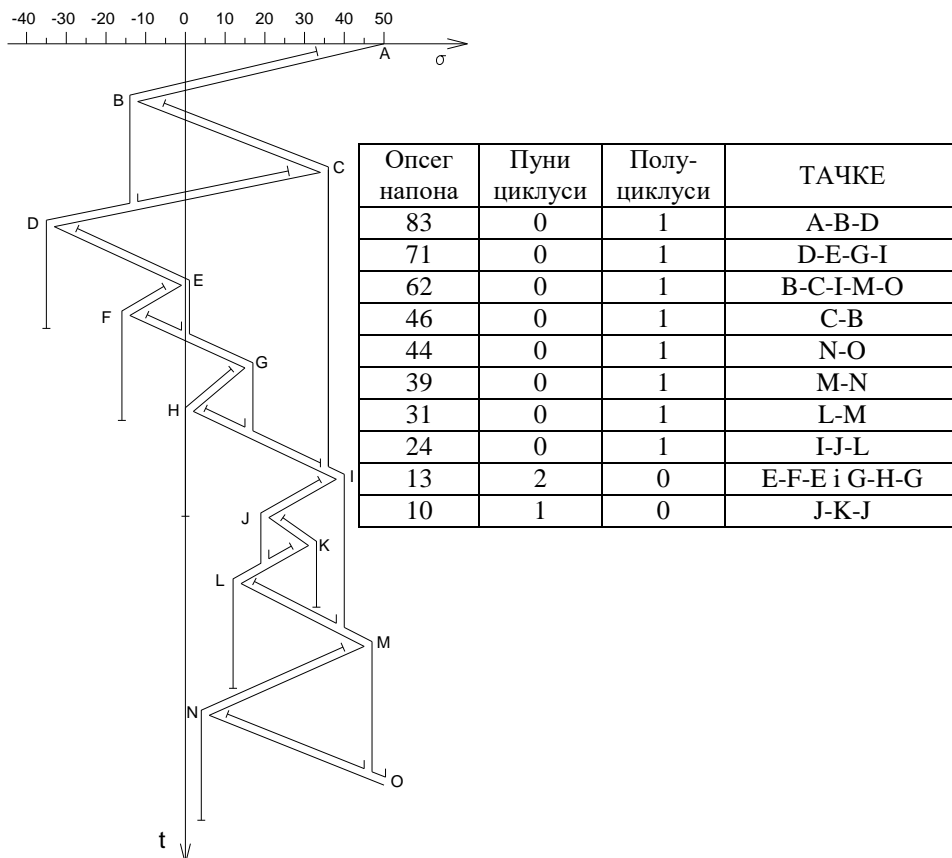
Примена методе кишног тока за историју оптерећења задату на Слика 1, приказана је на слици 5.

Овај општи принцип Методе кишног тока дефинисан је у [2], међутим до данас, метода је претрпела доста модификација. Основна идеја, где је један циклус еквивалентан једној затвореној хистерезисној петљи, је задржан у свим варијацијама. Главни недостатак општег приступа лежи у чињеници да након завршеног одређивања броја циклуса, поједини циклуси остају неупарени, тј. јавља се „остатак“, који се мора накнадно обрадити.

Још један од недостатака је што целокупна историја оптерећења мора бити позната за спровођење овог приступа. Овај недостатак намеће две потешкоће:

- приликом аквизиције података забележених помоћу мерних трака, где се захтеве тренутна обрада података;
- велику меморију за складиштење података.

Како би се предупредили наведени проблеми, развијено је више различитих алгоритама код методе кишног тока, као што су алгоритама са три и алгоритама са четири тачке.



Слика. 5 – Метода кишног тока – алгоритам прорачуна

4. МЕТОДА КИШНОГ ТОКА – КРИТЕРИЈУМ ТРИ ТАЧКЕ

Критеријум три тачке представља увод у нешто сложенији али чешће коришћени алгоритам методе кишног тока са критеријумом четири тачке.

Основа методе је дефинисање тачака x_i , x_{i+1} , и x_{i+2} , које представљају локалне екстреме у низу тачака дужине M .

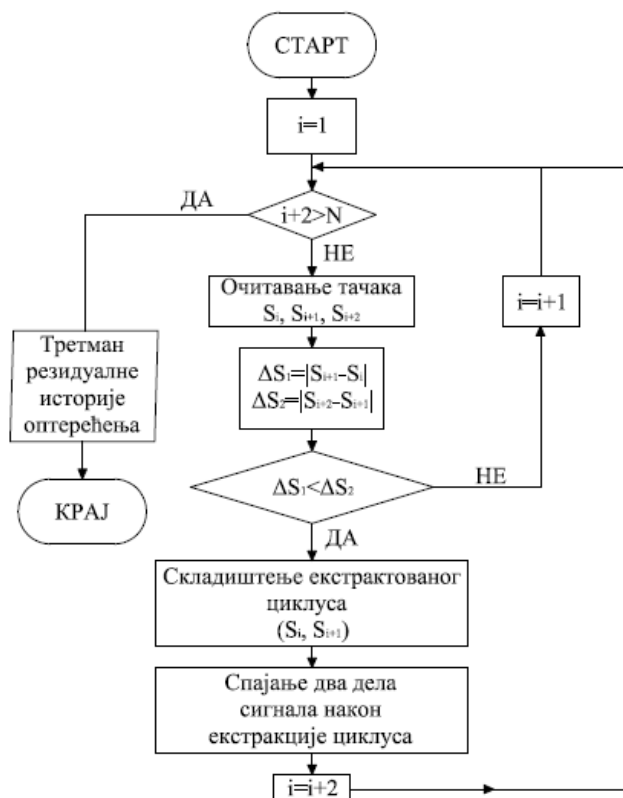
Након тога дефинишу се и опсези као алгебарска разлика вредности у тачкама i , $i+1$ и $i+2$. Уколико наведени опсег испуњава критеријум три тачке:

$$|x_{i+1} - x_i| \leq |x_{i+2} - x_{i+1}|, \text{ где је } i = 1, 2, 3, 4 \dots N - 2 \quad (1),$$

N - дужина разматране серије података,

дати опсег, формиран од вредности у тачкама x_i и x_{i+1} се складишти у меморију као пуни циклус, а затим брише из историје оптерећења. Настала празнина унутар историје оптерећења се попуњава повезивањем преосталих суседних тачака.

Поступак се наставља све док се не провери да ли све тачке испуњавају критеријум четири тачке. Комплетан алгоритам за одређивање броја циклуса, методом кишног



Слика 6 - Алгоритам прорачуна са 3 тачке

5. МЕТОДА КИШНОГ ТОКА – КРИТЕРИЈУМ ЧЕТИРИ ТАЧКЕ

Као што је раније наведено, историја оптерећења се састоји из низа тачака које представљају локалне минимуме и локалне максимуме, који уједно представљају тачке у којима долази до промене знака оптерећења. Основа методе је дефинисање тачке x_m која представља локални минимум или локални максимум у низу тачака дужине M , тако да је:

$$x_{m-1} > x_m < x_{m+1} \text{ или } x_{m-1} < x_m > x_{m+1}, \text{ где је } m = 2, 3, 4, \dots, M-1 \quad (2)$$

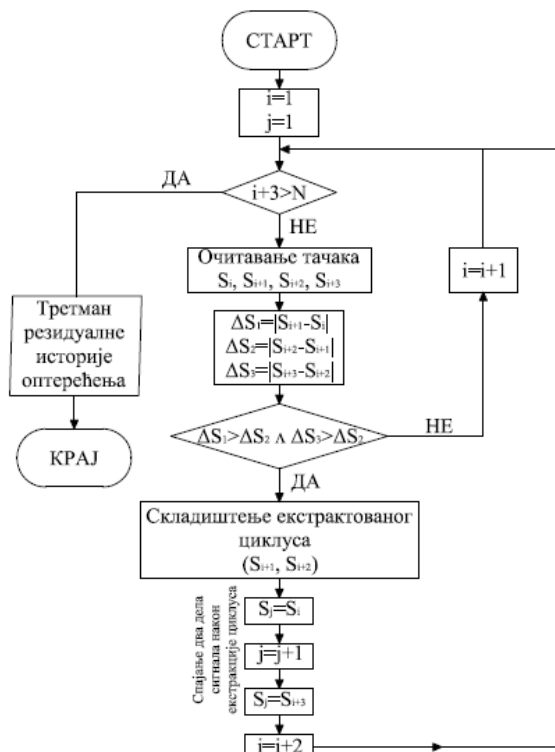
Након тога дефинише се и опсег као алгебарска разлика вредности у тачкама $i+1$ и $i+2$. Уколико наведени опсег испуњава критеријум четири тачке:

$$|x_{i+1} - x_i| \geq |x_{i+2} - x_{i+1}| \leq |x_{i+3} - x_{i+2}|, \text{ где је } i = 2, 3, 4, \dots, N-3 \quad (3),$$

N - дужина разматране серије података,

дати опсег, формиран од вредности у тачкама x_{i+1} и x_{i+2} се складишти у меморију као пуни циклус, а затим брише из историје оптерећења. Настала празнина унутар историје оптерећења се попуњава повезивањем суседних тачака x_i и x_{i+3} .

Поступак се наставља све док се не провери да ли све тачке испуњавају критеријум четири тачке. Комплетан алгоритам за одређивање броја циклуса, методом кишног тока, уз примену критеријума четири тачке, дат ј на следећој слици:



Слика 7 - Алгоритам прорачуна са 4 тачке

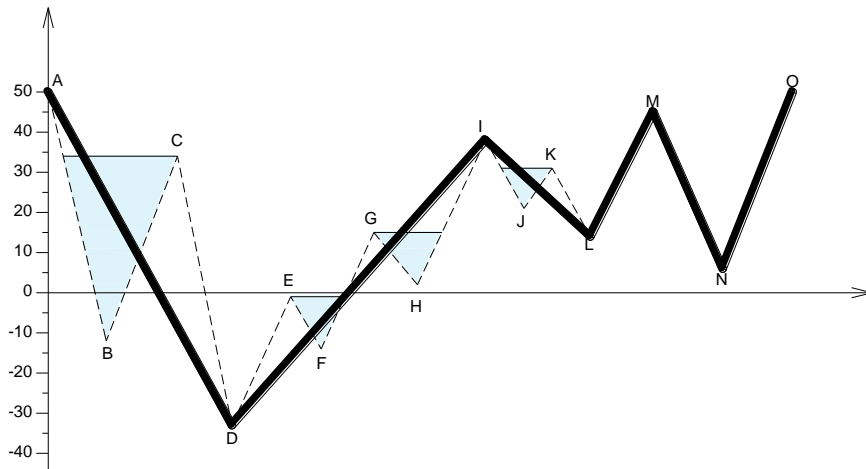
Графички приказ примене критеријума четири тачке за разматрану историју оптерећења је дат на слици 8. Меморисање пуних циклуса се врши помоћу дводимензионалног хистограма, међутим, уколико је касније потребно тражену историју оптерећења реконструисати на основу забележених циклуса оптерећења, поред саме вредности опсега напона, потребно је меморисати и средњи напон сваког пуног циклуса. Приказ резултата уз примену критеријума четири тачке, дат је у следећој табели:

Табела 3 - Метод кишног тока – критеријум четири тачке

ТАЧКЕ ЕКСТРЕМУМА	В-С	Е-Ф	Г-Н	К-Ј
Опсег напона	46	13	13	10
Средњи напон $\Delta\sigma_{sr}$	11	-7,5	8,5	26

Може се закључити да критеријум четири тачке, у односу на традиционални приступ методе кишног тока, има мањи остатак након завршеног процеса бројања циклуса. Међутим, одређени број естремума унутар историје оптерећења ипак остаје неупарен, односно непроцесуиран. Како би историја оптерећења била у

потпуности представљена помоћу коначног броја пуних циклуса, развијено је више поступака за обраду „остатка“ након првог проласка бројања.



Слика 8 - Метода кишног тока - критеријум 4 тачке

6. МЕТОДА КИШНОГ ТОКА – РЕЗИДУАЛНА ИСТОРИЈА ОПТЕРЕЋЕЊА

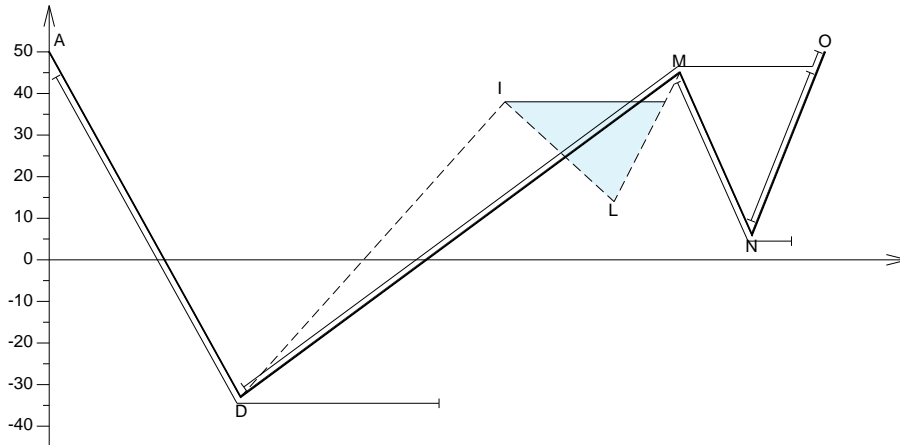
Примена методе кишног тока код одређивања броја циклуса проузрокује настанак резидуалне историје оптерећења, односно одређеног броја „неупарених“ екстремних вредности у пуне циклусе. Поред тога што број неупарених полуциклуса може бити знатан, настала резидуална историја оптерећења углавном садржи и највеће вредности утицаја и никако се не сме занемарити.

Разликујемо три приступа при процесуирању резидуалне историје оптерећења:

- Бројање полуциклуса – приступ који се заснива на оригиналној методи кишног тока. Остатак од историје оптерећења, након примене методе кишног тока при одређивању броја циклуса, се састоји из одређеног броја полуциклуса. Водећи се идејом да су за формирање пуног циклуса потребна два полуциклуса, преостали полуциклуси се меморишу у хистограму уз редуковање њиховог броја коефицијентом 0,5.
- Проста метода кишног тока – приступ који представља примену класичне методе кишног тока на резидуалној историји оптерећења. У случајевима да се анализа целокупне историје оптерећења спроводи из више сегмената, могуће је спајање остатака свих сегмената у нову историју оптерећења. Сама метода се заснива на следећем начелу:
 - $[остатак] + [остатак] = [пун\ циклус] + [остатак]$ [4]
 - Настали остатак у другом циклусу се може одбацити.
 - Метода повезивања остатака – приступ који представља примену критеријума четири тачке на резидуалној историји оптерећења. У случајевима да се анализа целокупне историје оптерећења спроводи из више сегмената, врши се спајање остатака свих сегмената у нову историју

оптерећења. Критеријум четири тачке се примењује све док у историји оптерећења не остане само 5 тачака. Након тога за даљу анализу се користе једна од две горе наведене методе.

Резидуална историја оптерећења је процесуирана уз помоћ критеријума четири тачке, на начин приказан на слици



Слика 9 – Одређивање броја циклуса код резидуалне историје оптерећења

Након спроведеног бројања циклуса у резидуалној историји оптерећења, састављеној из екстрмних тачака $A-D-I-L-M-N-O$ такође је настао остатак $A-D- M-N-O$, чија је обрада извршена применом класичне методе кишног тога.

Коначан број циклуса са одговарајућим опсегом напона, за примењену методу кишног тока и критеријума четири тачке, дат је у табели:

Табела 4 - Метода кишног тока – целокупна историја

ТАЧКЕ ЕКСТРЕМУМА	В-С	Е-Ф	Г-Н	Ј-К	И-Л	А-Д	М-Н
Опсег напона	46	13	13	10	24	83	39
Средњи напон $\Delta\sigma_{sr}$	11	-7,5	8,5	26	26	8,5	25,5

7. ЗАКЉУЧАК

Мерење стварних историја оптерећења код грађевинских објеката изложених замору, представља веома тежак, скуп и дуготрајан процес.

Имајући у виду да је сервисни век конструкција углавном дужи од 50 година, стварне историје оптерећења током читавог сервисног века конструкције, је немогуће забележити. Комбинацијом стварно забележених резултата и предвиђањима развоја оптерећења, формира се историја оптерећења на основу које се разматра појава замора конструкције.

Кључни корак при анализи замора је одређивање броја циклуса са одговарајућим опсезима напона, како би се формирали хистограми оптерећења, на основу којих методом акумулације оштећења се врши верификација носивости на замор.

Метода резервоара и метода кишног тока су према [1] наведене као главне методе за одређивање броја циклуса, код историја оптерећења са произвољном амплитудом. Приказано је да обе методе дају исте резултате за простије историје оптерећења краћег трајања. Међутим, метода резервоара, досеже свој лимит код таквих историја оптерећења. Предност која се огледа у једноставности и брзини, као и у недостатку резидуалне историје оптерећења, не може надоместити недостатак погодног алгоритма за компјутерску обраду података, као и неопходности познавања целокупне историје оптерећења. Иако, превазиђен, класичан метод кишног тока, први даје физички смисао затворене хистерезисне петље пуном циклусу. Дати приступ, као последицу има један од најкоришћенијих алгоритама за одређивање броја циклуса – метод четири тачке, који уз методе за третирање резидуа, даје најбоље резултате код одређивања броја циклуса

ЛИТЕРАТУРА

- [1] CSN EN 1993-1-9, *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-9: Fatigue*;
- [2] Matsuishi, M. and Endo, T., Fatigue of metals subjected to varying stress. in proceedings of the Kyushu Branch of Japan Society of Mechanics Engineering, Fukuoka, Japan (in Japanese), **1968**.
- [3] Gabriel M., Colin W., *Review and application of Rainflow residue processing techniques for accurate fatigue damage estimation*, Internal Journal of Fatigue, volume 88, Part 3, January **2016**, Pages 757–765.
- [4] S.D. Downing, S.F. Socie, *Simple rainflow counting algorithms (1982)*, Internal Journal of Fatigue, Volume 4, Issue 1, Pages 31-40.
- [5] C. Amzalag, J.P. Gerey, J.L. Robert, J. Bahuaud, *Standardization of rainflow counting method for fatigue analysis*, Internal Journal of Fatigue (**1994**), Volume 16, Issue 4, Pages 287-293.
- [6] KL. Singh , B.P. Ranganath, *Cycle counting using rainflow algorithm for fatigue analysis (2007)*, 15th National Conference on Aerospace Structures, 15-16 Oct **2007**, Coimbatore, Tamil Nadu, Indi

CYCLE COUNTING FOR A GIVEN LOAD HISTORY IN FATIGUE VERIFICATION BY EUROCODE

Summary: *Verification of the fatigue strength imposed as a mandatory criteria for dimensioning structures exposed to cyclic loading due to external influences. Different standards define different load models, which in addition to dimensions and load intensity are defined by the number of cycles. However, for more complex structures, verification must be conducted on the basis of actual load, ie, real load history. In this paper will be presented methods for determining the number of cycles for different load history, listed in SRPS EN 1993-1-9.*

Keywords: *Fatigue, cyclic load, load history, number of cycles.*