

ПРОРАЧУН УГИБА УНАКРСНО ЛАМЕЛИРАНОГ ДРВЕНОГ МЕЋУСПРАТНОГ ПАНЕЛА

Љиљана М. Козарић¹
Александар. Прокић²
Мирослав Бешевић³
Мартина Војнић Пурчар⁴

УДК: 692.5 : 691.116

DOI: 10.14415/zbornikGFS30.06

Резиме: У раду су аналитички срачунате и упоређене вредности ефективне крутости на савијање и угиби петослојних међуспратних унакрсно ламелираних дрвених панела висине 14 цм услед корисног оптерећења дефинисаног у Еврокоду 1 за подове у стамбеним зградама. Прорачун ефективне крутости на савијање извршен је Гатта методом, К-методом и Kreuzinger-овом аналозијом. Анализирана су три међуспратна панела идентичних висина али са различитим комбинацијама дебљина ламела у унакрсним слојевима. Панели су дужине 4,5 метара, ширине 1 метар. Дебљине ламела у попречном пресеку панела су 3□3,4 цм+2□1,9 цм, затим 3□3 цм+2□2,5 цм и 5□2,8 цм.

Кључне речи: унакрсно ламелирано дрво, међуспратна конструкција, угиби

1. УВОД

Већ годинама постоји тежња да се својства дрвета као инжењерског материјала побољшају, да се смањи његова анизотропија и остала непожељна својства. Развијају се нови производи на бази дрвета а термичком и хемијском модификацијом мењају се физичко-механичке карактеристике дрвета.

Захваљујући бољем познавању дрвета као материјала, примени савремених дрвених конструкција и употребом квалитетних спојних средстава дрво се све више примењује у изградњи модерних архитектонских грађевина (спортских објеката, стамбених зграда, мостова...). Конструктивни елементи савремених дрвених конструкција базирани су првенствено на савременим производима од дрвета као што су лепљено ламелирано дрво и унакрсно ламелирано дрво.

¹ Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, 24000 Суботица, e-mail: kozaric@gf.uns.ac.rs

² Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, 24000 Суботица, e-mail: aprokic@eunet.rs

³ Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, 24000 Суботица, e-mail: miroslav.besevic@gmail.com

⁴ Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет у Суботици, Козарачка 2а, 24000 Суботица, e-mail: vojnicmartina@gmail.com

2. УНАКРСНО ЛАМЕЛИРАНО ДРВО

Унакрсно ламелирано дрво (CLT - cross-laminated timber) је модеран производ, високе технологије који је значајно унапредио физичке особине пуног дрвета. CLT се производи од осушених дрвених елемената – ламела подједнаке ширине, којима су уклоњени недостаци (чворови, смола, итд.). Издвајањем тих недостатака и слојевитим, унакрсним лепљењем, добија се материјал који има механичке карактеристике уједначеније од механичких карактеристика монолитног дрвета, Слика 1.



Слика 1. Унакрсно ламелиран дрвени панел

У свету, CLT конструкције доживеле су велики успон из следећих разлога: неупоредиво су чвршће и имају боље физичко-механичке карактеристике у односу на монолитно дрво, немају склоност ка увијању, а појава напуклина је сведена на минимум, имају велику пожарну отпорност и високу отпорност на земљотрес. Употребом CLT-а смањује се време изградње јер се дрвени елементи испоручују као префабриковани зидови или модули, који се затим брзо монтирају на градилишту. Такође, дрво је „сув“ грађевински материјал, њему не треба време да се осуши или очврсне, као што је случај са бетоном или зидовима од опеке. CLT користи мекано дрво које расте брзо и има га у изобиљу, првенствено јелу и смрчу. Унакрсно слагање дрвета пружа стабилност а панели су довољно јаки да се користе конструктивно, без потребе за ојачањем конструкције опеком или бетоном, Слика 2.



Слика 2. CLT конструкција школе у Норвичу УК

Еколошки, дрво је обновљив извор сировине, што је велика предност, као и то што у току раста везује велике количине угљен-диоксида. За производњу конструктивних елемената од дрвета потребно је мање енергије у односу на потребну енергију за производњу елемената од бетона, челика и алуминијума. Дрво је и много бољи изолатор и то 5 пута бољи од бетона и чак 350 пута бољи него што је то челик.

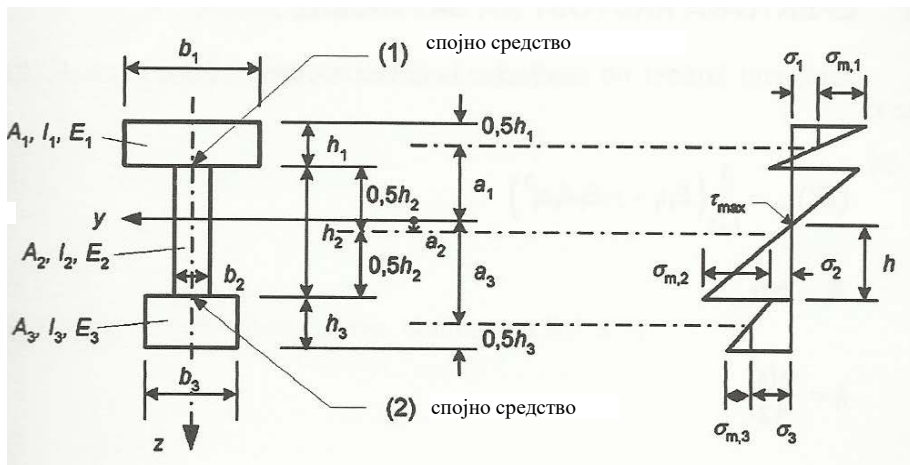
3. АНАЛИТИЧКИ ПРОРАЧУН КРУТОСТИ И УГИБА

Произвођачи CLT панела у Европи немају јединствени аналитички приступ приликом димензионисања елемената CLT конструкција. За димензионисање међусpratних и кровних конструкција од CLT панела најчешће се користе, [1] [2]: Gamma метод (Еврокод 5), K–метод (Теорија композита) и Kreuzinger–ова аналогија.

3.1. Gamma метод

Gamma метод заснован је на Анексу Б Еврокода 5 (EN 1995-1-1:2004) [3] који је развијен за гредне носаче сложеног попречног пресека спојене механичким спојним средствима крутости k , постављеним на једнаким растојањима s . Приликом прорачуна CLT панела узимају се у обзир само подужне ламеле тј ламеле у правцу деловања оптерећења. Оне се моделирају као гредни носачи који су повезани „имагинарним“ механичким спојним средствима чија је крутост једнака модулу смицања управно на влакна попречних ламела. Смицање подужних ламела занемарује се ако је однос распона и висине ламеле ≥ 30 .

Овај метод прорачуна прикладан је за слободно ослоњене међусpratне и кровне CLT панеле са 3 или 5 ламела, Слика 3.



Слика 3. Модел CLT панела са 5 ламела [3]

Ефективна крутост на савијање рачуна се према изразу

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (1)$$

где су симболи дефинисани на Слици 3, а γ представља меру ефикасности везе и има вредност од 0 до 1. Кад нема спојног средства у вези $\gamma = 0$ а код потпуно круте везе (потпуног спрезања) $\gamma = 1$. Код CLT панела $\gamma = 0,85 \div 0,99$.

У Еврокоду 5 γ је дефинисана као

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_i = \left[1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s_i}{K_i l^2} \right]^{-1} \quad (2)$$

за $i = 1$ и $i = 3$.

Узимајући у обзир да је крутост „имагинарних“ механичких спојних средстава једнака модулу смицања управно на влакна попречних ламела

$$\frac{s_i}{K_i} = \frac{\bar{h}_i}{G_R \cdot b} \quad (3)$$

где је b ширина панела (обично 1 м)

\bar{h}_i висина попречне ламеле

G_R модул смицања управно на влакна попречних ламела

за CLT панеле добија се да је

$$\gamma_2 = 1$$

$$\gamma_i = \left[1 + \frac{\pi^2 E_i A_i \cdot \bar{h}_i}{l^2 \cdot G_R \cdot b} \right]^{-1} \quad (4)$$

за $i = 1$ и $i = 3$.

Угиб на средини распона панела услед једнакоподељеног линијског оптерећења које делује дуж распона L , може се срачунати помоћу једначине

$$f = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{(EI)_{ef}} \quad (5)$$

где је q једнакоподељено линијско оптерећење

L распон панела

$(EI)_{ef}$ ефективна крутост панела

3.2. K – метод (Blass&Fellmoser)

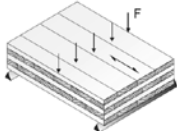
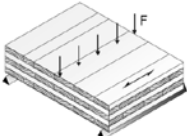
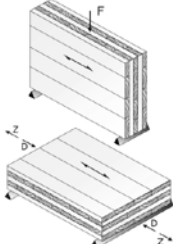
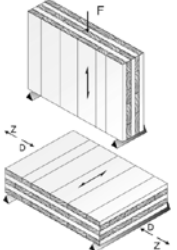
Принцип прорачуна сличан је прорачуну шперплоча. Ефективне вредности напона и крутости добијају се помоћу коефицијената k_i , Табела 1.

Табела 1. Ефективне вредности напона и крутости CLT панела [4]

Оптерећење	Правац влакана	Ефективни напон	Ефективна крутост
Оптерећење нормално на раван панела			
Савијање	Паралелно влакнима	$f_{m,0,ef} = f_{m,0} \cdot k_1$	$E_{m,0,ef} = E_0 \cdot k_1$
	Управно на влакна	$f_{m,90,ef} = f_{m,0} \cdot k_2 \cdot a_m / a_{m-2}$	$E_{m,90,ef} = E_0 \cdot k_2$
Оптерећење у равни панела			
Савијање	Паралелно влакнима	$f_{m,0,ef} = f_{m,0} \cdot k_3$	$E_{m,0,ef} = E_0 \cdot k_3$
	Управно на влакна	$f_{m,90,ef} = f_{m,0} \cdot k_4$	$E_{m,90,ef} = E_0 \cdot k_4$
Затезање	Паралелно влакнима	$f_{t,0,ef} = f_{t,0} \cdot k_3$	$E_{t,0,ef} = E_0 \cdot k_3$
	Управно на влакна	$f_{t,90,ef} = f_{t,0} \cdot k_4$	$E_{t,90,ef} = E_0 \cdot k_4$
Притисак	Паралелно влакнима	$f_{c,0,ef} = f_{c,0} \cdot k_3$	$E_{c,0,ef} = E_0 \cdot k_3$
	Управно на влакна	$f_{c,90,ef} = f_{c,0} \cdot k_4$	$E_{c,90,ef} = E_0 \cdot k_4$

Коефицијенти k_i дефинисани су у зависности од оптерећења, Табела 2.

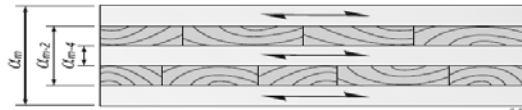
Табела 2. Вредности коефицијената k_i [4][5]

Оптерећење	k_i
	$k_1 = 1 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \pm a_1^3}{a_m^3}$
	$k_2 = \frac{E_{90}}{E_0} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \pm a_1^3}{a_m^3}$
	$k_3 = 1 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2} - a_{m-4} + \dots \pm a_1}{a_m}$
	$k_4 = \frac{E_{90}}{E_0} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2} - a_{m-4} + \dots \pm a_1}{a_m}$

Приликом прорачуна овом методом крутост свих ламела се узима у обзир. Модул еластичности попречних ламела рачуна се као

$$E_{90} = E_0 / 30 \quad (6)$$

Начин одређивања растојања a CLT панела са 5 ламела ($m = 5$) приказан је на Слици 4.



Слика 4. CLT панел са 5 ламела [5]

Ефективна крутост на савијање од оптерећења управно на раван панела је:

- паралелно влакнима

$$(EI)_{ef} = E_0 \cdot \frac{b \cdot a_m^3}{12} \cdot k_1 \quad (7)$$

- управно на влакна

$$(EI)_{ef} = E_0 \cdot \frac{b \cdot a_m^3}{12} \cdot k_2 \quad (8)$$

где b представља ширину панела оптерећеног управно на своју раван.

Угиб на средини распона панела услед једнакоподељеног линијског оптерећења које делује дуж распона L срачунава се по једначини (5).

3.3. Kreuzinger–ова аналогија

Kreuzinger при прорачуну узима различите модуле еластичности и модуле смицања подужних и попречних ламела. Смицање подужних ламела се не занемарује. Модул еластичности попречних ламела рачуна се по изразу (6). Kreuzinger–ова аналогија није ограничена бројем ламела у панелу.

Овом аналогијом CLT панел дели се у две виртуелне греде А и Б, Слика 5.



Слика 5. Kreuzinger–ова аналогија [1]

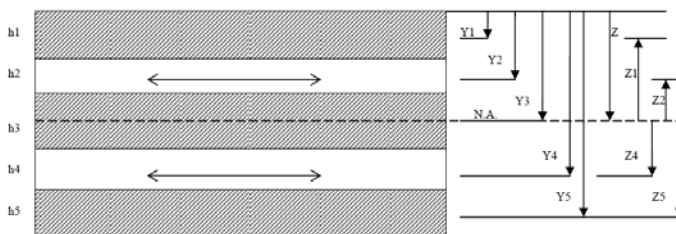
Ефективна крутост се рачуна преко израза

$$(EI)_{ef} = (EI)_A + (EI)_B = \sum_{i=1}^n E_i \cdot b_i \cdot \frac{h_i^3}{12} + \sum_{i=1}^n E_i \cdot A_i \cdot Z_i^2 \quad (9)$$

где је b_i ширина панела (обично 1 м)

h_i висина ламеле

Z_i растојање од тежишта ламеле до неутралне осе, Слика 6.



Слика 6. Растојања z_i код CLT панела са 5 ламела [2]

Угиб на средини распона панела услед једнакоподељеног линијског оптерећења које делује дуж распона L , може се срачунати помоћу једначине

$$f = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{(EI)_{ef}} \left(1 + \frac{48(EI)_{ef} \kappa}{5(GA)_{ef} L^2} \right) \quad (10)$$

где је q једнакоподељено линијско оптерећење

L распон панела

$(EI)_{ef}$ ефективна крутост панела

κ фактор смицања и износи 1,2

$(GA)_{ef}$ ефективна смичућа крутост панела

Ефективна смичућа крутост панела срачунава се на основу једначине

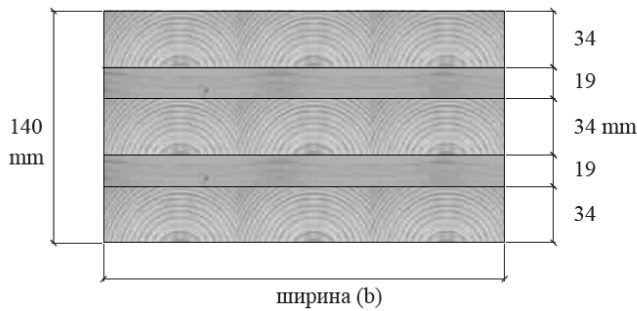
$$(GA)_{ef} = \frac{a^2}{\left[\left(\frac{h_1}{2G_1b} \right) + \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{G_i b} \right) + \left(\frac{h_n}{2G_n b} \right) \right]} \quad (11)$$

где је

$$a = h - \frac{h_1}{2} - \frac{h_n}{2} \quad (12)$$

4. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕР

Срачунате су ефективне крутости и угиби за три слободно ослоњена међуспратна CLT панела распона 4,5 метара. Висина панела је 14 цм а дебљине ламела у попречном пресеку панела су $3 \times 3,4$ цм + $2 \times 1,9$ цм (П1), затим 3×3 цм + $2 \times 2,5$ цм (П2) и $5 \times 2,8$ цм (П3), Слика 7. Оптерећење делује управно на раван панела паралелно влакнима спољних ламела и износи $1,9 \text{ kN/m}^2$ [6].



Слика 7. Геометријске карактеристике панела П1

Физичко-мехничке карактеристике

Подужне ламеле:

$$E_0 = 11000 \text{ MPa}$$

$$E_{90} \approx \frac{E_0}{30} = \frac{11000}{30} = 367 \approx 370 \text{ MPa}$$

$$G_0 \approx \frac{E_0}{16} = \frac{11000}{16} = 688 \approx 690 \text{ MPa}$$

$$G_R \approx \frac{G_0}{10} = \frac{690}{10} = 69 \text{ MPa}$$

Попречне ламеле:

$$E_0 = 9000 \text{ MPa}$$

$$E_{90} \approx \frac{E_0}{30} = \frac{9000}{30} = 300 \text{ MPa}$$

$$G_0 \approx \frac{E_0}{16} = \frac{9000}{16} = 563 \approx 560 \text{ MPa}$$

$$G_R \approx \frac{G_0}{10} = \frac{560}{10} = 56 \text{ MPa}$$

Смицање подужних ламела се занемарује јер је однос распона и висине CLT панела већи од 30.

$$\frac{l}{h} = \frac{450}{14} = 32 > 30$$

Срачунате ефективне крутости и угиби за сва три међуспратна CLT панела, применом све три изложене аналитичке методе, приказане су у Табели 3.

Табела 3. Ефективне крутости и угиби CLT панела

CLT панел	Ефективна крутост (EI) _{ef} [kN m ²]			Угиб f [mm]		
	γ-метод	К-метод	Kreuzinger	γ-метод	К-метод	Kreuzinger
П1	2087	2218	2218	4,9	4,6	5
П2	2069	2082,88	2082,88	4,9	4,87	5,34
П3	1990,6	2006,41	2006,41	5,1	5,06	5,56

5. ЗАКЉУЧАК

Применом CLT у конструкцијама постиже се здрав и природан амбијент. CLT конструкције су чвршће и имају боље статичке особине у односу на монолитно дрво, немају склоност ка увијању, појава напуклина је сведена на минимум. Карактерише их велика пожарна отпорност као и висока отпорност на потрес.

У раду приказане су аналитичке методе прорачуна које се, најчешће, користе приликом димензионисања CLT конструкција. Гамма метод даје једноставан поступак прорачуна али вредност ефективне крутости панела је у приказаном примеру мања за око 6% у односу на друге две методе код панела са већом разликом у висини подужне и попречне ламеле. Ефективне крутости панела срачунате К-методом и Kreuzinger-овом аналогијом имају исту вредност али је поступак прорачуна К-методом знатно краћи и једноставнији.

Ефективна крутост петослојних CLT панела истих висина расте са порастом висина подужних ламела у односу на висине попречних ламела. Све три методе дају приближно исте вредности угиба панела на средини распона.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Sylvain Gagnon, M. Mohammad: Structural Performance and Design of CLT Building, CLT Symposium and Workshop, Moncton, NB, October 12, **2011**.
- [2] Sylvain Gagnon: Structural Design of CLT in Canada, Québec City, May, **2010**.
- [3] Evrokod 5 – Proračun drvenih konstrukcija – Deo 1-1: Opšta pravila i pravila za zgrade, EN 1995-1-1:2004, Beograd, **2009**.
- [4] Hans Joachim Blass, Peter Fellmoser: Design of solid wood panels with cross layers, Proceedings, 8. World Conference on Timber Engineering, Lahti, Finland, **2004**.
- [5] Handbook cross-laminated timber, FPInnovations and Binational Softwood Lumber Council, **2011**.
- [6] Evrokod 1 – Dejstva na konstrukcije – Deo 1-1: Zapreminske težine, sopstvena težina, korisna opterećenja za zgrade, EN 1991-1-1:2002, Beograd, **2009**.

CALCULATION OF DEFLECTION FOR CROSS LAMINATED TIMBER FLOOR PANEL

Summary: *In this paper analytically calculated values of effective flexural stiffness and deflections of five-layer CLT panels height 14 cm due to the payload defined in Eurocode 1 for floors in residential buildings are compared. Effective flexural stiffness was calculated using Gamma method, K-method and Kreuzinger's analogy. Three floor panels with identical height but with different combinations of lamination thicknesses in cross-layers were analyzed. The panels are 4.5 meters long and 1 meter wide. Lamination thicknesses in cross-sections of panels are 3×3,4 cm+2×1,9 cm, then 3×3 cm+2×2,5 cm and 5×2,8 cm.*

Keywords: *cross laminated timber, floor construction, deflections*