



PRIMENA NAIVNOG BAYESOVOG KLASIFIKATORA U OCENJIVANJU ISPORUČILACA

APPLICATION OF A NAIVE BAYESIANS CLASSIFIERS IN ASSESSING THE SUPPLIER

Snežana Mijailović | Visoka poslovna škola strukovnih studija "Prof. dr Radomir Bojković" Kruševac | snezana.mijailovic@indmanager.edu.rs

Dorđe Ilić | Visoka poslovna škola strukovnih studija "Prof. dr Radomir Bojković" Kruševac | djordje.ilic@indmanager.edu.rs

Sažetak

U radu se razmatra klasa interaktivnih sistema zasnovanih na znanju čija je osnovna namena davanje predloga i pružanje pomoći korisnicima u procesu odlučivanja. Matematički model sadrži skup primera za učenje o isporučenim serijama od tri isporučioaca, kao i njihovog ocenjivanja na osnovu primene naivnog Bajesovog klasifikatora. Razvijen je model na osnovu analize subjektivnih verovatnoća, koje se kasnije revidiraju uz pomoć novih empirijskih informacija i Bayesove teoreme o aposteriornoj verovatnoći, tj. kombinovanjem subjektivnih i objektivnih uslovnih verovatnoća u procesu odlučivanja pri izboru pouzdanog isporučioaca.

Abstract

The paper considers the class of interactive knowledge based systems whose main purpose of making proposals and assisting customers in making decisions. The mathematical model provides a set of examples of learning about the delivered series of outflows from three suppliers, as well as an analysis of an illustrative example for assessing the supplier using a naive Bayesian classifier. The model was developed on the basis of the analysis of subjective probabilities, which are later revised with the help of new empirical information and Bayesian theorem on aposterior probability, i.e. combining of subjective and objective conditional probabilities in the choice of a reliable supplier.

Ključne reči: a prior verovatnoća, a posterior verovatnoća, naivni Bayesov klasifikator, pouzdan isporučioac

Keywords: a prior preobability, a posteriori probability, naive Bayesian classifier, reliable supplier

1. Uvod

Prednost Bajesovog učenja sagledava se u probabilističkom pristupu zaključivanju i odlučivanju. Primena Bayesove teoreme, matematičkog očekivanja i uslovne raspodele u procesu odlučivanja ukazuje na utvrđivanju osnovnih karakteristika testiranih varijabli, njihovu moguću međuzavisnost i mogućnost predikcije. Engleski sveštenik i matematičar T. Bayes (1702-1761) bio je zaokupljen istraživanju problema o izvođenju zaključaka na osnovu induktivne inferencije. Matematičari koji su istraživali probleme u oblasti dedukcije su prvo polazili od date hipoteze na bazi a priori verovatnoće, a zatim ukazivali na eventualne posledice njene primene. Međutim, Bayes je istraživao u suprotnom pravcu. Razvijao je teoreme pomoću koje se na osnovu posmatranja posledica utvrđuje hipoteza. Primena Bayesove teoreme je značajno probudila interesovanja matematičara kako tada, tako i danas. Međutim, matematička osnova teoreme nije sporna, nego primena u vezi sa utvrđivanjem a priori verovatnoće.

Interesovanja za primenu Bajesovu teoreme je značajno raslo nakon drugog svetskog rata, kada statistička inferencija bazirana na klasičnoj teoriji verovatnoće nije mogla uvek da pruži zadovoljavajući odgovor na realne probleme.

Pregledom inostrane literature se došlo do saznanja o proučavanju i primeni opštih principa teorije verovatnoće, uslovnih verovatnoća i Bajesove teoreme u predviđanju očekivanih vrednosti akcija jedne kompanije u odnosu na drugu, tj. portfolija više kompanija [4]. U nekoliko konkretnih primera autori obrađuju problematiku naknadne a posteriorne verovatnoće i njihov uticaj promene na konačan rezultat, odnosno uticaj pozitivnih informacija o poslovanju kompanija na očekivani rast vrednosti akcija na tržištu. U većem broju radova se najčešće ukazivalo na prednosti i mane primene Bajesove teoreme u analizama finasijskog poslovanju kompanija [2]. Primena Bajesove teoreme je ukazala i na prednosti formiranja kvalitetnih baza podataka i dugih vremenskih serija, koje daju u pogledu brzog formiranja kvalitetnih rezultata na osnovu uzoraka kreiranih iz tih baza. Bajesova teorema se uspešno pokazala i u predviđanju očekivanih akcija na deviznom tržištu [6].

U narednom poglavlju su izložene formalne osnove teoreme, kao i primena naivne Bajesov metode kojom je rešen problem ocenjivanja isporuka od isporučioca.

2. Bajesova teorema i naivni Bajesov klasifikator

2.1. Bajesova teorema

Interpretacija Bajesove teoreme je jednostavna i bazira se na odgovoru, ukoliko se glavni događaj desio, koja je verovatnoća da mu je prethodila neka od hipoteza. Pjer Simon Laplas je dalje razvio Bajesovu teoremu i objavio istu 1812. godine u svom delu Analitička teorija verovatnoće (Théorie analytique des probabilités). Bajesova teorema u svom obliku glasi [8]:

Teorema. Neka su A i B slučajni događaji i $P(B|A)$ i $P(A|B)$ uslovne verovatnoće. Tada

važi,

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}, P(A) > 0, P(B) > 0. \quad (1.1)$$

Dokaz. Ako pođemo od definicije uslovne verovatnoće imamo

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad \text{i} \quad P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad (1.2)$$

Poslednju jednakost možemo zapisati i kao $P(AB) = P(A|B) \cdot P(B)$. Kada uvrstimo poslednju jednakost u početnu dobijamo Bajesovu formula:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A|H_i)}, \quad i=1,2,\dots,n, \quad A \in F$$

Verovatnoća $P(H_i)$ je poznata unapred i pre sprovođenja eksperimenta, zbog čega se nazivaju a priornim verovatnoćama, a događaji hipotezama. Prema tome, karakteristika hipoteze H_i su da čine potpuni skup događaja.

Bajesovu teoremu je najlakše razumeti kao način za reviziju prethodnih uverenja koja smo dobili na bazi prethodno poznatih dokaza, tj. teorema nas dovodi do zaključka da naknadno (aposteriornom) uverenje ekvivalentno prethodnom (apriornom) uverenju o nekom događaju ponderisano verovatnoćom istog [7]. Kombinacija a priorne i a posteriorne verovatnoće su značajni jer je na njima bazirano zaključivanje o populaciji na osnovu uzroka.

2.2. Definicija naivnog Bajesovog klasifikatora

Bajesov pristup za rešavanje problema klasifikacije se svodi na dodelu ciljne vrednosti $v_j \in V$, za koju je verovatnoća $P(v_j|x)$ najveća, instanci x koja je opisana atributima a_1, a_2, \dots, a_n [1]. Označimo tu vrednost sa v_{MAP} , tada je

$$v_{MAP} = \underset{v_j \in V}{\operatorname{argmax}} P(v_j|a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (1.3)$$

pri čemu argmax (eng. argument of the maximum) definišemo na sledeći način:

$$\underset{x}{\operatorname{argmax}} f(x) = \{x | \forall y : f(y) \leq f(x)\} \quad (1.4)$$

Primenom Bajesove teoreme na obrazac 1.3 dobijamo:

$$v_{MAP} = \underset{v_j \in V}{\operatorname{argmax}} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)P(v_j)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)} = \underset{v_j \in V}{\operatorname{argmax}} P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)P(v_j) \quad (1.5)$$

Pokušajmo sada da procenimo vrednosti $P(v_j)$ i $P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)$ na osnovu podataka za trening. Vrednost $P(v_j)$ možemo lako izračunati jednostavnim prebrojavanjem broja instanci u trening skupu čija je ciljna vrednost v_j . Vrednost izraza $P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)$ nije tako jednostavno izračunati. Problem je u tome što je broj izraza $P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)$ jednak proizvodu broja svih mogućih instanci opisanih nekim skupom atributa i broja svih ciljnih vrednosti. Naivni Bajesov klasifikator je zasnovan na pretpostavci da su vrednosti atributa za datu ciljnu vrednost međusobno nezavisni. Međutim, pretpostavka je da je za datu ciljnu vrednost v_j instance x , verovatnoća konjukcije atributa a_1, a_2, \dots, a_n jednaka proizvodu verovatnoća individualnih atributa:

$$P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j) = \prod_i P(a_i|v_j) \quad (1.6)$$

ako uvrstimo gore dobijenu jednakost u obrazac 1.6 dobijamo obrazac koja predstavlja naivni Bajesov klasifikator:

$$v_{NB} = \underset{v_j \in V}{\operatorname{argmax}} P(v_j) \prod_i P(a_i|v_j) \quad (1.7)$$

gde v_{NB} predstavlja ciljnu vrednost iz V koju naivni Bajesov klasifikator vraća kao rezultat. Broj različitih izraza $P(a_i|v_j)$, koje računamo kao uslovnu verovatnoću, jednak proizvodu broja različitih atributa i broja ciljnih kategorija, što je znatno manje nego broj svih $P(a_1, a_2, \dots, a_n|v_j)$. Dakle, primena naivnog Bayesov klasifikator se sprovodi iz dva dela. Prvo se izračunavaju vrednosti $P(v_j)$ a priori, a verovatnoća $P(a_i|v_j)$ a posteriori u drugom delu primena formule (1.7) u konačnom rezultatu daje a posteriorne verovatnoće, koje pokazuju da je neki od događaj x opisan atributima a_1, a_2, \dots, a_n . U narednim poglavljima se analizira i procenjuje uspešnosti ove metode na osnovu ilustrativnog primera naivnog Bayesovog klasifikatora.

3. Ilustrativni primer naivnim Bayesovim klasifikatorom u ocenjivanju isporučilaca

Naivni Bayesov klasifikatora je primenjen na isporučenim serijama po partijama termostata od tri isporučioaca za ugradnju u protočne bojlere za domaćinstva. Problem se sastoji u određivanja da li su sve

isporučene serije termostata ispravne za ugradnju – moguće klasifikacije su „Prihvati“ i „Odbaci“. Svaka isporuka se prikazuje nizom atributa: „Kvalitet“, „Učestalost reklamacije“, „efikasnost rešavanja reklamacije“ i „Rok isporuke“, a ostali atributi („poštovnje roka isporuke“, „cena“, „uslovi prodaje“, „administrativna ažurnost“) zbog obilnosti obračuna nisu uzeti u obzir. Služba kontrole kvaliteta je posle uzorkovanja svake isporučene serije termostata sastavila *Izveštaj kontrole kvaliteta*. *Izveštaj kontrole kvaliteta* je osnova za formiranje seta pitanja za učenje o isporukama po partijama od isporučioaca A u period od godinu dana (Tabela 1).

Tabela 1. Opis seta pitanja za učenje o isporučenim serijama termostata od isporučioaca A

Isporučke po partijama	Kvalitet	Učestalost reklamacije	Efikasnost rešavanja reklamacije	Rok isporuke	Status isporuke
I_1	Dobar	Dobar	Loš	Loš	Odbaci
I_2	Odličan	Dobar	Odličan	Odličan	Prihvati
I_3	Odličan	Dobar	Loš	Loš	Odbaci
I_4	Dobar	Odličan	Odličan	Loš	Prihvati
I_5	Loš	Loša	Loš	Loš	Odbaci
I_6	Loš	Loša	Loš	Odličan	Odbaci
I_7	Dobar	Loša	Loš	Odličan	Prihvati
I_8	Odličan	Odličan	Odličan	Loš	Prihvati
I_9	Odličan	Dobar	Loš	Loš	Prihvati
I_{10}	Loš	Odličan	Odličan	Loš	Odbaci
I_{11}	Odličan	Odličan	Loš	Odličan	Prihvati
I_{12}	Dobar	Odličan	Odličan	Odličan	Prihvati
I_{13}	Dobar	Dobar	Loš	Loš	Prihvati
I_{14}	Dobar	Odličan	Odličan	Odličan	Prihvati

Atribut 1. Kvalitet

- za ocenjivanje na osnovu kvaliteta potrebno je odrediti indeks kvaliteta isporučioaca Q po obrascu:

$$|Q| = \frac{D \cdot 100 - R \cdot 100 - S \cdot 50 - UU \cdot 30}{A}$$

gde je:

D – prihvaćene partije bez prigovora

R – broj reklamiranih partija

S – prihvaćene partije, sortirani delovi

UU – uslovno prihvaćene partije

A – zbir svih isporuka (vrednovanje isporuka se sprovodi ako u posmatranom period ima više od 5)

U slučaju da je vrednost:

Q = 81–100, ocena 5 – prevodi se u opis – odličan,

Q = 61– 80, ocena 4 – dobar i

Q = 41– 60, ocena 3 – loš

Atribut 2. Učestalost reklamacije

- Bez reklamacije – ocena 5 - odličan,
- Sa 1 reklamacijom – ocena 4 - dobar,
- Sa 2 reklamacije – ocena 3 - loš

Atribut 3. Efikasno rešavanje reklamacije

- Dobijen odgovor u ugovorenom roku – ocena 5 – odličan
- Produžen odgovor na reklamaciju od četiri i više dana od ugovorenog roka – ocena 3 - loš

Atribut 4. Rok isporuke

- Promptna isporuka ili standardno mali rokovi od 7 dana – ocena 5 – odličan
- Isporuka od 20-40 dana – ocena 3 - loš

Pretpostavka je da Bajesov naivni klasifikator naučio skup primera za učenje i da mu se sada za klasifikaciju predstavlja novi primer:

(Kvalitet = Odličan, Učestalost reklamacija = dobar, Efikasno rešavanje reklamacija = odličan, Rok isporuke = odličan)

Zadatak klasifikatora je da predviđa klasifikaciju primera za naučeni ciljni koncept „Status isporuka“. Dakle, jednačina naivnog Bayesovog klasifikatora za ovaj primer [1]¹:

$$v_{ns} = \arg \max_{v_j} \prod_{v_j \in \{Prihvata, Odbacuje\}} p(a_i | v_j) = \arg \max_{v_j} p(v_j) \cdot P(\text{kvalitet} = \text{odličan} | v_j)$$

$$p(\text{učestalost reklamacija} = \text{dobar} | v_j) \cdot p(\text{efikasno rešavanje reklamacije} = \text{odličan} | v_j)$$

$$p(\text{rok isporuke} = \text{odličan} | v_j) \quad (2.1)$$

Varijabla a u jednačini je određena vrednost. Dakle, za obračun je potrebno odrediti 10 različitih vrednosti (verovatnoće za navedene vrednosti atributa za svaku kategoriju, plus a priori verovatnoće za svaku od kategorija). Prvo se određuju a priori verovatnoće po kategorijama:

$$p(\text{status isporuke} = \text{Prihvati}) = 9/14 = 0,64$$

$$p(\text{status isporuke} = \text{Odbaci}) = 5/14 = 0,36$$

Na sličan način se izračunavaju i ostale potrebne vrednosti, npr. za rok isporuke:

$$\begin{aligned} p(\text{kvalitet} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Prihvati}) &= 4/9 = 0,44 \\ p(\text{učestalost reklamacija} = \text{dobar} | \text{status isporuke} = \text{Prihvati}) &= 3/9 = 0,33 \\ p(\text{efikasno rešavanje reklamacije} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Prihvati}) &= 4/9 = 0,44 \\ p(\text{rok isporuke} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Prihvati}) &= 5/9 = 0,56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(\text{kvalitet} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Odbaci}) &= 1/5 = 0,2 \\ p(\text{učestalost reklamacija} = \text{dobar} | \text{status isporuke} = \text{Odbaci}) &= 2/5 = 0,4 \\ p(\text{efikasno rešavanje reklamacije} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Odbaci}) &= 1/5 = 0,2 \\ p(\text{rok isporuke} = \text{odličan} | \text{status isporuke} = \text{Odbaci}) &= 1/5 = 0,2 \end{aligned}$$

Dakle, računaju se verovatnoće potrebne za klasifikaciju:

$$p(\text{Prihvata})p(\text{odličan} | \text{Prihvata})p(\text{dobar} | \text{Prihvata})p(\text{odličan} | \text{Prihvata})p(\text{odličan} | \text{Prihvata}) = 0,022897$$

$$p(\text{Odbacuje})p(\text{odličan} | \text{Odbacuje})p(\text{dobar} | \text{Odbacuje})p(\text{odličan} | \text{Odbacuje})p(\text{odličan} | \text{Odbacuje}) = 0,001152$$

Bayesov naivni klasifikator daje odgovor na osnovu dobijenih verovatnoća, „Status isporuke“ = „Odbaci“. Razmatrane kategorije u ovom primeru su nezavisne i međusobno isključive, tada se njihove a posteriori verovatnoće mogu normalizirati tako da njihov zbir bude jednak jedan:

$$p(\text{Prihvati} | \text{odličan, dobar, odličan, odličan}) = \frac{0,022897}{0,022897 + 0,001152} = 0,95$$

$$p(\text{Odbaci} | \text{odličan, dobar, odličan, odličan}) = \frac{0,001152}{0,022897 + 0,001152} = 0,05$$

Prema tome, ispravni termostati od isporučениh 14 serija po partijama od isporučioaca A su 95 % i mogu da se private za ugradnju, a 5 % termostata nisu ispravni i mora da se odbace. Ista je procedura opisa pitanja iz skupa za učenje u ocenjivanju isporučениh serija po partijama termostata za isporučioce B i C.

3.1. Procena verovatnoća za naivni Bayesov klasifikator

Verovatnoće se izračunavaju kao broj pojavljivanja (vrednosti atributa ili kategorije) podeljeno sa ukupnim brojem primera za učenje. Dakle, verovatnoća p(Rok isporuke=odličan|status isporuke = Odbaci) iz prethodnog primera se računao kao nc/n gdje je n = 5 ukupan broj primera kod kojih je status isporuka = Odbaci, a nc = 1 broj primera (unutar onih 5) za koje vredi rok isporuke = odličan. Međutim,

¹ Detaljni prikaz primera klasifikacije za naučeni ciljni koncept „Dan za građevinske radove“ .Léon Bottou , (2014), *From machine learning to machine reasoning*, Machine Learning, Volume 94, Issue 2, pp 133-149.

prikazani način izračunavanja za veći broj slučajeva je zadovoljavajući, ali daje loše rezultate uz mali broj nc. U razmatranom primeru, scenari u kojem je verovatnoća p(rok isporuke=odličan|status isporuke = odbaci) jednaka 20%, a u skupu primera za učenje postoji samo 5 slučajeva za koje vredi „status isporuka = odbaci“. U tom slučaju najverojatnija vrednost nc jednaka je nuli, što predstavlja problem. Prvo, vrednost nc/n daje 0, a to predstavlja pristrasnu procenu verovatnoće. Međutim, nula se prihvata u formuli za računanje klasifikacije i to u proizvodu, što uzrokuje izračunavanje vrednosti atributa „rok isporuke =odličan“, koji svakim sledećim primerom postaje dominantan i uzrokuje klasifikaciju svakog takvog primera „status isporuke = prihvatiti“.

Rešenje problema je korišćenje Bayesov pristupa procenjivanja verovatnoće primenom m – procena verovatnoće (Bottou L.,2014), koja se definiše kao:

$$\frac{n_c + mp}{n + m}$$

gde nc i n imaju jednako značenje kao i pre, p predstavlja procenu a priori verovatnoća, a m se naziva ekvivalentna veličina uzorka i označava težinski faktor koji određuje važnost a priori verovatnoće vrednosti atributa u odnosu na ukupan skup primera za učenje. Uobičajen postupak za određivanje p u nedostatku informacije o a priori verovatnoćama je raspodela jednakih težina svim postojećim vrednostima tog atributa. U slučaju da atribut ima k vrednosti, tada sve vrednosti tog atributa imaju težinu p=1/k. Međutim, za procenu p(rok isporuke=odličan|status isporuke = odbaci) poznato je da atribut rok isporuke ima dve vrednosti, dakle p = 0,5. Jasno je da se za m = 0 izraz za m – procenu verovatnoća svodi na prethodnu primenu nc/n. Ako su i m i p različiti od nule, a priori verovatnoće se kombinuju sa nc/n regularano težinskim faktorom m. Razlog zašto se m zove ekvivalentna veličina uzorka proizlazi iz činjenice da se on može interpretirati kao povećanje postojećih primera za učenje sa dodatnih m virtualnih primera za učenje distribuiranih prema p [5].

Treba uočiti da verovatnoće P(vj) a priori, a uslovne verovatnoće P(ai/vj), što u konačnom rezultatu daje aposteriorne verovatnoće, koje pokazuju da je neki od događaja bio uzrok nastanka događaja X, tj. mogu se aproksimirati Bajesovom teoremom. Dakle, problem se svodi da isporučene serije termostata od tri isporučioaca, i to 35 % od isporučioaca A, 25 % od isporučioaca B i 40 % od isporučioaca C. Poznato je učešće neispravnih termostata u isporučenim serijama na osnovu prethodne analize "status isporuke" za isporučioaca A – 5%, za isporučioaca B – 8 % i za isporučioaca C – 4 %. Prema tome, odgovarajuće a priorne i uslovne verovatnoće su (tabela 2):

Tabela 2. A priorna i a posterior verovatnoće isporučilaca

Događaj D_i	A priorna verovatnoća $P(D_i)$	Uslovna verovatnoća $P(X/D_i)$	Zajednička verovatnoća $P(D_i) \cdot P(X/D_i)$	A posteriorna verovatnoća $P(D_i/X)$
D_1	0,35	0,05	0,0175	0,3271
D_2	0,25	0,08	0,02	0,3738
D_3	0,40	0,04	0,016	0,2991
Σ	1,00		0,0535	1,0000

gde su:

D_1 – isporučene serije termostata od isporučioaca A – $P(D_1) = 0,35$

D_2 – isporučene serije termostata od isporučioaca B – $P(D_2) = 0,25$

D_3 – isporučene serije termostata od isporučioaca C – $P(D_3) = 0,40$

Uslovne verovatnoće su određene na osnovu primene naivnog Bayesovog klasifikatora "status isporuka" za neispravne termostati od isporučioaca A, B ili C su:

$P(X/D_1) = 0,05$ isporučeni neispravni termostati od isporučioaca A

$P(X/D_2) = 0,08$ isporučeni neispravni termostati od isporučioaca B

$P(X/D_3) = 0,04$ isporučeni neispravni termostati od isporučioaca C

U slučaju da se termostati na slučajan način iz skladišta uz trebovanje dopremaju u pogon, verovatnoća da su neispravi od isporučioaca A su:

$$P(D_1|X) = \frac{P(D_1) \cdot P(X|D_1)}{\sum P(D_i) \cdot P(X|D_i)} = \frac{0,35 \cdot 0,05}{0,35 \cdot 0,05 + 0,25 \cdot 0,08 + 0,40 \cdot 0,04} = \frac{0,0175}{0,0535} = 0,3271$$

Analiza rezultata je ukazala na verovatnoću da su neispravni termostati od isporučioaca A – 0,3271, tj, 32,71 %, a od isporučioaca B –

37,38 % i od isporučioaca C – 29,91 %. Informacije o očekivanim troškovima neusaglašenosti za događaj D1, D2 i D3 su a posteriori verovatnoće, na osnovu kojih menadžer donosi odluku o statusu i izboru pouzdanog isporučioaca. U razmatranom primeru za isporučioaca C je moguće očekivati najmanje troškove neusaglašenosti, kao i novi ugovor o isporukama termostata kao pouzdanog isporučioaca.

Bajesova teorija ima elemente statičkog ali isto tako i dinamičkog odlučivanja, u kojem ishod jedne prethodne odluke ima uticaj na sledeće odluke [3]. Primena Bajesove teoreme u rešavanju problema realnog sistema, omogućava menadžeru da planira strategiju međusobno povezanih akcija i na osnovu njih da prognozira događaje u budućem periodu.

4. Zaključak

Primena Bajesove analize ukazuje na sledeće implikacije:

✓ opisan sistem za klasifikaciju isporuka od isporučioaca je zasnovana na naivnoj Bajesovoj metodi, koja predstavlja osnovne tehnikе koje su potrebne za izgradnju jednog sistema za klasifikaciju u procesu odlučivanja,

✓ korišćenje subjektivnih verovatnoća nalazi se opravdanje u odluci o reviziji prethodnih saznanja na osnovu Izveštaja kontrole kvaliteta ili izgradnji sistema za klasifikaciju, što značajno olakšalo moguća predviđanja. Bajesove metode su prilagođene analizi odluke što omogućava analitičarima da naprave dosledan set odluka o procenama rizika i njihovom upravljanju. Bajesov pristup formuliše subjektivne informacije i pruža mogućnost analitičaru da subjektivne procene aproksimira u odgovarajuće jednačine i kvantifikuje odgovarajućom raspodelom verovatnoća i

✓ Bajesov pristup revizije a priori verovatnoća je realan način razmišljanja, gde menadžer koriguje odluke u procesu odlučivanja sa novim informacijama za kontrolu njegovih prethodnih odluka, kao i za predviđanje svojih budućih odluka.

Bibliografija

1. Léon Bottou, (2014), From machine learning to machine reasoning, Machine Learning, Volume 94, Issue 2, str. 133-149
2. Kristine Beck, Bruce Niendorf, Pamela Peterson (2012), "The use of Bayesian methods in financial research" Investment Management and Financial Innovations, Volume 9, Issue 3
3. Petrašinović P., Lalović G., (2003), Bajesov metod i njegova primena u poslovnom odlučivanju, časopis Marketing br. 4, Beograd
4. Richard A. DeFusco, Dennis W., McLeavey, Jerald E. Pinto, David E. Runkle, (2007), Quantitative Investment Analysis, 2 edition John Wiley & Sons;
5. Senol Isci, Haluk Dogan, Cengizhan Oztur, Hasan H. Out, (2013), Bayesian network prior: network analysis of biological data using external knowledge, Oxford Journals Science & Mathematics bioinformatics Volume 30, Issue 6, str. 860-867
6. Stephen J Turnovsky (1969) "A bayesian approach to the theory of expectations", Journal of Economic Theory, Volume 1, Issue 2, August 1969, Pages 220–227.
7. Walsh B., (2002), Introduction to Bayesian Analysis, Lecture Notes for EEB 596z
8. PAR, M. LE COMTE LAPLACE, (1814), Théorie analytique des probabilités, seconde édition, M'V' Courcier, Imprimeur-Libraire pour Mathématiques et la Marine, quai des augustios, n°57, Paris, <https://archive.org/details/thorieanalyti-qu01laplgoog>, preuzeto 3.06.2017.

Istorija rada:

Rad primljen: 09.06.2017.

Prva revizija: 24.06.2017.

Prihvaćen: 24.06.2017.