Нумерички модел транспорта протонског снопа кроз електрични скенер

ИГОР Н. ТЕЛЕЧКИ, Универзитет у Београду, Институт за нуклеарне науке "Винча", Лабораторија за физику, Београд ИВАН М. ТРАЈИЋ, Универзитет у Београду, Институт за нуклеарне науке "Винча", Лабораторија за физику, Београд БИЉАНА Д. ЈОВАНОВИЋ, Универзитет у Београду, Институт за нуклеарне науке "Винча", Лабораторија за физику, Београд ПЕТАР Д. БЕЛИЧЕВ, Универзитет у Београду, Институт за нуклеарне науке "Винча",

Лабораторија за физику, Београд

Оригинални научни рад UDC: 537.534.2 DOI: 10.5937/tehnika1805667T

У раду је уз помоћ метода нумеричке симулације анализирано вертикално и хоризонтално померање снопа протона, променом напона на планпаралелним електродама електричног скенера. Почетни центрирани гаусовски моделован сноп усмерен је дуж осе цилиндричне транспортне линије. Електростатичко поље скенера израчунато је методом коначних елемената. Тако је одређена зависност трансверзалног померања центра снопа као и проценат губитка снопа на излазу из скенера у функцији напона на скретним електродама. Упоређене су трајекторије протона рачунате аналитичком апроксимацијом у односу на нумерички прорачун, са истим почетним условима. На основу тога је израчуната ефективна дужина скретних електрода. Резултати овог рада су примењени у техничком решењу, које омогућава хомогену расподелу флуенса, у конкретном случају протона енергије 3 - 30 keV из запреминског извора лаких јона, на мету која се озрачује методом скенирања.

Кључне речи: скретање јонског снопа, скенирајући систем снопа наелектрисаних честица

1. УВОД

Начини хомогеног наношења јонских снопова се генерално деле у две категорије [1] и то, пасивно расејање и скенирање уским снопом (PBS¹). Пасивно расејање се традиционално користи највише у протонској терапији, да би му се повећао попречни пресек, моноенергетски сноп удара у један или два слоја расејавача са минималним енергетским губицима. Расејавачи су најчешће равне танке фолије,

¹ pencil beam scanning

постављене управно на правац простирања снопа.

Скенирајућа техника коју смо ми користили омогућава регулисано померања јонског снопа дуж хоризонталног и вертикалног правца. Тиме смо у могућности да обезбедимо равномерно озрачивање мете у времену, чиме се постиже хомогена расподела флуенса по површини узорка материјала кога озрачујемо.

У нашем случају коришћено је електрично поље за скретање снопа лаких јона из машине М2. Машина М2 је запремински јонски извор Акцелераторске инсталације ТЕСЛА који омогућава добијање релативно интезивног снопа, како негативно наелектрисаних водоникових (Н-) и деутеријумових (D-) јона, тако и позитивних водоникових, деутеријумових и хелијумових јона (H+, H2+, H3+, D+, D2+, He+) [2].

Примењено електрично поље може бити константно чиме остварујемо стално померање снопа

Адреса аутора: Игор Телечки, Универзитет у Београду, Институт за нуклеарне науке "Винча", Лабораторија за физику, Београд, Мике Петровића Аласа 12-14

E-mail: tigor@vin.bg.ac.rs Рад примљен: 29.06.2018. Рад прихваћен: 12.09.2018.

у односу на геометријски центар скенера и/или променљиво, помоћу кога остварујемо равномерно пребрисавање мете снопом у времену. Скретање јона се могло извести и магнетним пољем, али с обзиром да енергије јона које излазе из машине M2 нису веће од 30 keV, брзине јона су $v_i < 8 \cdot 10^{-3} \cdot c$, где је *с* брзина светлости па је коришћење електричног поља у нашем случају много ефикасније [2]. Тиме смо добили мање димензије скенера и избегли проблем реманентне магнетизације који се сусрећу код магнетних јонско-оптичких елемената.

2. ОПИС ЕЛЕКТРИЧНОГ СКЕНЕРА МАШИНЕ М2

Позитивно или негативно наелектрисани јони се извлаче из јонског извора М2, анализаторским магнетом се одабира жељени сноп који затим улази у електрични скенер машине M2 (ECM2) у чијем продужетку се налази мета која се озрачује. Декартов координатни систем је постављен тако да се оса z поклапа са централном трајекторијом јона. Модел ЕСМ2 приказан је на слици 1. Електрични скенер се састоји од два пара супротно наелектрисаних плочастих електрода, у ствари два плочаста кондензатора који су означени са С1 и С2 смештених дуж осе z. Растојање између електрода израђених од нерђајућег челика је 70 mm, а њихова дужина 160 mm. Међусобно растојање ова два кондензатора износи 35 mm и један у односу на други су ротирани за 90° око z-осе. Електроде су смештене унутар челичног цилиндра који је уземљен. Спољашње границе поља рачунате су у квадру димензија 200 mm×200 mm×800 mm.

Таква геометрија омогућава независно скретање снопа у трансверзалним равнима zx и zy примењеним електричним пољем, које је могуће споља регулисати.



Слика 1 - Модел којим је рачунато поље ЕСМ2

Овај процес је аналоган начину на који монитор или телевизор са катодном цеви приказује слику тако што помера електронски сноп према различитим деловима екрана.

На слици 2а приказане су одвојено електроде на носачу и цилиндрична комора која је део

транспортне линије израђене такође од нерђајућег челика дужине 635,2 mm у којој се смештају електроде. У транспортној линији се постиже вакуум од око 10^{-7} mbar помоћу две турбо молекуларне и две механичке вакуумске пумпе. Електрично поље за скретање снопа лаких јона, дуж х и у оса, се остварује независно једно од другог, ланцем датим на слици 2(б), који чине по један сигнал генератор и један посебан тип широкопојасног појачавача. Коришћен је ДДС тип сигнал генератора, који може дати сигнал различитог облика, укључујући и произвољан задати облик сигнала, учестаности од 0,1 mHz до 10 MHz, амплитуде до $10 \times V_{pp}$, уз могућност додавања преднапона до ± 5 V.



Слика 2 - (а) Расклопљени електрични скенер пре монтирања на излаз машине M2, 1- спољашњи цилиндар је део транспортне линије, унутар њега су смештене скенирајуће електроде, 2 - носач од четири челичне шипке прикачен на прирубницу заједно са паровима скретних електрода. (б) Електрична блок схема система за скретања снопа, f - сигнал генератор, ≅ - широкопојасни појачавач

Широкопојасни појачавач може појачавати једносмерни напон, као и напоне синусног, троугаоног, тестерастог, степенастог или произвољног облика, као и сигнале споменутог облика надодате на неки једносмерни преднапон.

Максимални излазни напон од ± 1 kV, односно 2 kV између електрода, је симетричан у односу на уземљење.

3. ФИЗИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ПОЉА ЕСМ2

Плочасти кондензатори су веома једноставни уређаји за скретање наелектрисаних честица и анализу њихове енергије. У случају идеалног кондензатора нема расипног поља, те је електрично поље константно и нормално на плочасте електроде, и простире се искључиво унутар кондензатора.

Почетне вредности трансверзалних углова у односу z-осу, која је паралелна електродама кондензатора, означимо редом са α_0 , β_0 , а почетне вредности одговарајућих трансверзалних кордината, са којима јон улази у плочасти кондензатор, означимо са x_0 и y_0 .

У том случају аналитички изрази положаја и одговарајућег угла скретања јона на излазу из идеалног кондензатора дужине l_1 , за вредности дефлексионих углова α , $\beta \le 20^{\circ}$, дати су следећим изразима: (случајеви када су ови углови већи од 20 нису од интереса у јонској оптици) [4]:

$$\begin{aligned} x(l_1, x_0, \alpha_0, \beta_0) &= \frac{K \cdot l_1^2}{4} + x_0 \left(1 - \frac{K^2 l_1^2}{4} \right) + \\ + l_1 tan\alpha_0 &- -\frac{K l_1^2}{4} \left(K^2 x_0^2 + tan^2 \alpha_0 + \beta_0^2 + \\ + K^3 x_0^3 + K x_0 \alpha_0^2 + + K x_0 \beta_0^2 \right) \end{aligned}$$
(1a)

$$\begin{aligned} \tan \alpha \left(l_1, x_0, \alpha_0, \beta_0 \right) &= \frac{\kappa l_1}{4} - x_0 \frac{\kappa^2 l_1}{4} + \tan \alpha_0 - \\ &- \frac{\kappa l_1}{4} \left(K^2 x_0^2 + \tan^2 \alpha_0 + \beta_0^2 + K^3 x_0^3 + K x_0 \alpha_0^2 + \\ &+ K x_0 \beta_0^2 \right) \end{aligned} \tag{16}$$

Коефицијент $K = E_x / U_q$ је однос између електричног поља Ех кондензатора и потенцијала наелектрисане честице U_q који је једнак екстракционом напону којим се јон убрзава из јонског извора.

За идеални плочасти кондензатор код кога су електроде на међусобном растојању d, а разлика потенцијала између њих U, коефицијент K је једнак $K=U/(d \cdot U_q)$. Трансверзални положај јона на растојању l2 од излаза из идеалног кондензатора једноставно се одређује из претходне релације:

$$\begin{aligned} x(l_1, l_2, x_0, \alpha_0, \beta_0) &= x(l_1, x_0, \alpha_0, \beta_0) + \\ l_2 tan \, \alpha(l_1, x_0, \alpha_0, \beta_0) \end{aligned}$$
(2)

<u>~</u> `

*(*1 1

У специјалном случају када су почетни параметри јона једнаки нули, у релацији (2) фигуришу само први чланови једначина (1.а) и (1.б), па се тада добија једноставна и позната релација за положај јона на растојању l₂ од излаза из кондензатора:

$$x(l_1, l_2, 0, 0, 0) = \frac{U \cdot l_1}{2 \cdot d \cdot U_q} \cdot \left(\frac{l_1}{2} + l_2\right)$$
(3)

Овде смо претпоставили да су плоче кондензатора нормалне на х-осу па тако вектор електричног поље Е има само компоненту дуж х-осе. Наравно могли смо узети и у-осу за нормалну осу и тада у изразима (1.а) и (1.б), (2) и (3) треба само х заменити са у.

Оправданост примене квазистатичке апроксимације у раду при израчунавању електричног поља зависи од учестаности примењеног напона који се доводи на плоче скретног система, а који се у експерименталном раду бира да буде величине до 10 kHz као и карактеристичног времена потребног протону да пређе дужину електрода од 160 mm. Одговарајућа таласна дужина променљивог електричног поља учестаности до 10 kHz је реда десет km и много је већа од димензија система. У исто време се брзина протона креће од $4.6 \cdot 10^{-3} \cdot c$ до $8 \cdot 10^{-3}$ ³ $\cdot c$, за енергије протона од 10 keV и 30 keV респективно, па је карактеристично време проласка протона од 0,26 µs до 0,45 µs, што одговара учестаности од 2,7 MHz до 15 MHz, која је више стотина пута веће од фреквенције поља. Значи да се протон при проласку дуж електрода креће у скоро константном пољу.

У циљу процене тачности аналитичког метода извршено је упоређивање са резултатима симулације кретања јона у нумерички израчунатом електричном пољу за реалну геометрију система. Компоненте електричног поља израчунате су нумерички користићи метод коначних елемената (FEM).

Модел за који је рачуната FEM мрежа и изабрани координатни систем приказан је на слици 1. Почетни домен је рачунат за паралелопипед трансверзалне димензије 200 mm×200 mm и лонгитудиналне димензије 800 mm.

На тај начин почетна и излазна раван, које се налазе на по 75 mm од крајева ЕСМ2, представљају границе поља посматрано дуж z-осе, изван кога се поље може сматрати занемарљивим. Спољашњи оклоп је уземљен док су електроде које формирају скретне системе C_1 и C_2 на потенцијалима супротног знака.

Одговарајућа Лапласова једначина електростатичког поља решавана је у чворовима тетраедарне мреже коришћењем базисне функције другог реда и итеративне процедуре којом је унапред задата тачност.

Вредности компоненти електричног поља дате су у чворовима регуларне мреже (x(i), y(j), z(k)) i =1,...,101; j = 1,...,101; k = 1,...,161 са еквидистантним корацима по свакој координати, који су редом $\Delta x = \Delta y = 2$ mm и $\Delta z = 5$ mm. Израчунате вредности за номиналну вредност амплитуде напона од 1 V, скалиране актуелном амплитудом напона на електродама, коришћене су при нумеричком рачунању трајекторије протона. На сликама 3 и 4 приказане су нумерички израчунате компоненте јачине електростатичког поља *E_x*, *E_y* и *E_z*, и одговарајуће аналитичке вредности E_x^a и E_y^a идеалног плочастог кондензатора у зависности од кординате z, дуж неколико праваца простирања унутар система. Различитим дебљинама линија приказане су компоненте поља E_x , E_y и E_z редом, док испрекидана линија представља аналитичке изразе за поље идеалног плочастог кондензатора.

Слика 3 приказује промену поменутих величина на самој *z*-оси система Вредности нумеричких и аналитичких израчунатих компоненти се веома добро слажу у областима унутар електрода, док се у близини улазних/излазних ивица јавља значајно одступање код x и y компоненти, услед познатог ефекта ивица.

Прорачуни показују да јачина тзв. расипног поља опада на половину максимале вредности на удаљености од око 2 ст пре/после улаза/излаза у/из простора између електрода плочастог кондензатора. Утицај овог ефекта на динамику кретања јона биће касније анализиран. С обзиром да се описани систем користи за скретање правца простирања снопа у односу на *z*-осу, од интереса су и вредности јачине поља у области ван осе система. На сл. 4 приказани су резултати дуж шест праваца простирања унутар система, који су паралелни са z-осом, и дефинисани једначинама: (a) x=15 mm, y=0, (б) x=30 mm, y=0 (в) x=0, y=15 mm, (г) x=0, y=30 mm (д) x=15 mm, y=15 mm, и (ђ) x=30 mm, y=30 mm. Анализом ових резултата може се закључити да јони који се приликом свог кретања приближе електродама (на пример у области x>30 mm и y >30 mm) долазе под утицај значајно увећаног ивичног електричног поља, и до 60 % већег у односу на максимално, што се испољава као ефекат аналоган танким сабирним/расипним јонско-оптичким сочивима смештеним на улазно-/излазним ивицама електрода система.

Ово треба имати у виду приликом планирања експеримената у смислу да попречне димензије јонског снопа који се пропушта кроз систем обезбеђују довољну удаљеност периферије снопа од зидова електрода.

На приказаним дијаграмима може се такође регистровати и присуство z компоненте поља, која не утиче на скенирајућу функцију система. Неприродне осцилације у пољу, које се могу приметити посебно у ивичним областима, последица су нумеричке грешке резултата.



Слика 3 – Промена компонената јачине поља унутар ЕСМ2, дуж z осе система

4. НУМЕРИЧКА СИМУЛАЦИЈА ПРОСТИРАЊА ЈОНСКОГ СНОПА

За нумеричко решавање једначина кретања јона коришћена је метода Рунге-Кута четвртог реда [5]. Вредност јачине електричног поља у произвољној тачки добијена је коришћењем одговарајућих вредности у чворовима еквидистантне мреже, помоћу метода трилинеарне интерполације функције три променљиве [6]. Анализиран је случај снопа протона енергије 30 keV, док је напон на електродама оба кондензатора C₁ и C₂ једнак U=±400 V. Изабрани Декартов координатни систем је приказан на слици 1. Координатни почетак постављен је на половини раздаљине између скретних кондензатора. Изабране почетне вредности на улазној равни ECM2, дате у mm, су ($x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0$) = (0,0,-300,0,0) тј. протон улази у систем паралелно zоси.



Слика 4 - Промене компонената јачине поља унутар ЕСМ2, дуж четири различита правца паралелна са *z*-осом



Слика 5 - Поређење трајекторије протона, у равнима (а) хz и (б) уz који улази у скретни систем дуж zосе. Испрекидана линија представља положај излазне равни z = 500 mm, пуном црном линијом представљена је трајекторија добијена нумерички израчунатим електричним пољем, док је тачкаста линија трајекторија добијена аналитички, коришћењем једначине (3)

На слици 5 приказане су пројекције трајекторија у х-z и у-z равнима, за случајеве нумерички и аналитички израчунатог поља. Са приказаних дијаграма се јасно види да нумерички израчунато поље у обе равни проузрокује скретање које је за око 15% веће у односу на аналитичко поље. Као што је раније било напоменуто ове разлике у резултатима последица су ефекта расипног поља на ивицама електрода. Услед мање локализације аналитички израчунатог поља у односу на нумеричко јон у току кретања проведе дуже времена у овом пољу те је као последица интегрални ефекат поља већи. С обзиром да су аналитички изрази једноставнији и не захтевају коришћење мапе нумеричког поља као и процедуру интерполације, добијени резултати су искоришћени за одређивање ефективне дужине електрода кондезатора L_{eff} , која омогућава да се користи аналитичка апроксимација са побољшаном тачношћу. Итеративном процедуром је добијено да се за $L_{eff}=1,08 \cdot L$, где је L физичка дужина електрода, добија најбоље поклапање трајекторија за оба начина рачунања и у обе равни.



Слика 6 - Померање снопа у излазној равни при различитим напонима на електродама. Напони за хоризонтално и вертикално скретање су међусобно једнаки

Након верификације модела поређењем са аналитичким изразима, симулиран је транспорт реалног протонског снопа из јонског извора М2 [3]. Усвојено је да је емитанса у обе трансверзалне равни једнака $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 40 \pi$ mm mrad. Почетна угаона и просторна расподела узоркована је из одговарајућих центрираних Гаусових расподела са вредностима просторних и угаоних стандардних девијација $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 7,5$ mm и $\sigma_{a\alpha} = \sigma_{\beta\beta} = 1,334$ mrad респективно, са тзв. струком (waist) у обе равни ($\sigma_{x\alpha} = \sigma_{y\beta} = 0$). У том случају израз за трансверзалну емитансу снопа дат је са $\varepsilon_x = 4 \cdot \sigma_{xx} \cdot \sigma_{\alpha\alpha}$ [7]. Број честица у симулацији износи 400.000. Срачунате просторне расподеле протонског снопа енергије 30 keV у излазној равни система приказане су на слици 6. Напони на електродама оба скретна кондензатора износе $U_0=\pm 50$ V, ± 100 V, ± 200 V, ± 400 V, ± 600 V и ± 800 V. Променом напона долази до промене положаја центра снопа. Слика 6 уједно приказује и начин како се врши процес размазивања снопа по мети која се озрачује. На слици 7 приказана је зависност померања центра снопа у функцији изабраних напона у излазној равни и то у обе трансверзалне равни за случајеве напона који одговарају слици 6. С обзиром да јони добијају импулс у хоризонталном правцу, дуж осе у, од кондензатора C₁ раније него у вертикалном правцу, дуж осе х, од C₂, то ће проузроковати да померање у хоризонталном правцу буде веће. График даје могућност да одредимо напоне на кондензаторима за жељено скретање центра снопа. Из линеарне интерполације података добијамо следеће везе између хоризонталног и вертикалног померања Δx и Δy на растојању z=500 mm и напона на електродама кондензатора C_1 и C_2 , која су респективно дата са:

$$\Delta x[mm] = 0,048(4)U(V) + 0,05(3) \tag{4}$$

$$\Delta y [mm] = 0,034(4)U(V) + 0,03(2) \tag{5}$$

где број у загради представља грешку интерполације последње сигурне цифре. Анализирани су губици снопа за шест различитих напона на електродама и са одговарајућим почетним снопом као на слици 6. До већих губитака протона долази за напоне изнад 600 V, јер услед већег померања снопа на излазу из скретних кондензатора рубни делови снопа ударају у цилиндрични оклоп ECM2.

Тај ефекат се јасно види на слици 6 профила снопа за напоне ± 600 V и ± 800 V респективно, где сноп није више сферно симетричан као при мањим напонима већ је један његов део на крајевима кружно одсечен. На слици 8 приказана је зависност коефицијента губитака k у процентима, од примењеног напона. Видимо да су до напона од ± 600 V губици мањи од 3%, да би се након тога нагло повећали, па тако за напон од ± 800 V имамо губљење око трећине снопа при пролазу кроз ЕСМ2.

Слика 7 - Померања центра почетног снопа, у излазној равни у зависности од напона U на електродама, дуж x и у осе

Слика 8 - Коефицијент губитака честица на излазу из скретног система ЕСМ2, у функцији примењеног напона

5. ЗАКЉУЧАК

Нумеричком симулацијом транспорта снопа протона кроз електрични скенер машине M2 чији се центар налази на оси транспортне линије показано је да је примена аналитичке апроксимације у симулацији транспорта снопа, у случајевима мале максималне дивергенције снопа (мање од 20°), потпуно применљива у пракси. С обзиром да се у физици јонских снопова не јављају велике угловне дивергенције, горње ограничење није превише рестриктивно.

Показано је да је зависност трансверзалних померања центра снопа на излазу из скенера скоро линеарна функцији напона U примењеног на његовим електродама и установљена одговарајућа аналитичка зависност. Анализом губитака снопа на излазу уочено је да су они до напона на електродама од ± 600 V мањи од 3%, док након тога нагло расту, тако да се већ за напоне од ± 800 V, због удара у цилиндрични оклоп, губи око трећине почетног снопа. Ови резултати дозвољавају одређивање радних режима скенера имајући у виду да се за различите енергије снопа *E*, они могу одређивати простим скалирањем чиниоцем *E/U*.

6. ЗАХВАЛНИЦА

Рад је написан уз подршку Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, оквиру Пројекта Физика и Хемија са јонским сноповима, број III45006.

ЛИТЕРАТУРА

- Wang D, Critical appraisal of the clinical utility of proton therapy in oncology, *Medical Devices: Evidence and Research*, Vol. 8. No. 10, pp. 439– 446. 2015.
- [2] Raiser M, *Theory and Design of Charged Particle Beams*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1994.
- [3] Beličev P, Ćirić D, Characteristics of the pVINIS ion source, Proc. 15th International conference on Cyclotrons and their applications, Caen, France, pp. 439-442, 14-19 June 1998.
- [4] Matsuda H, Ion optics of parallel plane condesers, *International Journal of mass Spectrometry and Ion Physics*, Vol.18, No 4, pp. 367-377, 1975.
- [5] Press W. H, Teukolsky, S. A, Vetterling, W. T, and Flanery, B. P, *Numerical Recipes in FORTRAN*, University Press, Cambridge, 1993.
- [6] Kang H, Computational Color Technology, SPIE Press, pp. 155-157, 2006.
- [7] Humphries S. Jr, *Principles of Charged Particle Acceleration*, John Wiley & Sons Inc., 1999.

SUMMARY

NUMERICAL MODEL OF PROTON BEAM TRANSPORT THROUGH ELECTRIC SCANNER

In this work, using the numerical simulation method, the vertical and horizontal displacement of the proton beam is analyzed, by changing the voltage of the plan parallel electrodes of the electric scanner. The initial proton beam was modeled by centered Gaussian distribution. The electrostatic field of the scanner was obtained using the finite element method. The dependence of the beam center trensverse shift, as well as the beam losses at the output of the scanner, on the applied electrode voltage, has been determined. Comparison between proton trajectories calculated using analytical/numercal electric field has been performed. Based on this, the effective length of the scanner electrodes was determined. The results of this paper are applied in a technical solution that provides homogeneous fluence distribution in sample irradiation by 3 - 30 keV proton beams, obtained from a light ion source.