Slaganje – određivanje rezultante sistema proizvoljnih sila sa definisanim napadnim tačkama

FARUK A. ŠRNDIĆ, Mješovita srednja mašinska škola Tuzla,
Tuzla, Bosna i Hercegovina

JASMIN F. FEJZIĆ, JP Elektroprivreda BiH

Podružnica Termoelektrana „Tuzla“ u Tuzli, Bosna i Hercegovina

Stručni rad

UDC: 531.221

DOI: 10.5937/tehnika2005603S

Uslovi ravnoteže sistema spoljašnjih sila koje djeluju na kruto tijelo u naučnoj disciplini statiki se rješavaju grafičkim postupkom – konstruisanjem i analitičkim postupkom – računanjem. Grafički postupak je jednostavniji i pregledniji. Tehnički problemi iz statike se rješavaju na oba postupka a rezultati trebaju biti isti ili približno isti. Tačnost rezultata grafičkim postupkom metodom III poligona sila i III verižna poligona prikazanim u ovom radu se jednostavno provjerava tako što se pravci sve tri rezultante moraju sjeći u jednoj tački.

Ključne riječi: statika, sila, rezultanta, verižni poligon

1. UVOD

Statika kao dio naučne discipline mehanike proučava ravnotežu krutih tijela usljed djelovanja spoljašnjih sila.

Do uslova ravnoteže krutih dolazi se iz uslova ravnoteže sistema sila koje djeluju na kruta tijela (kolinearni, sučeljni, paralelni i proizvoljni).

Uslovi ravnoteže sistema sila se definišu slaganjem-određivanjem rezultante:

- napadna tačka
- napadna linija
- smjer
- intenzitet

Kod svih sistema sila rezultanta se određuje poznatim metodama osim njene napadne tačke jer nisu definisane ni napadne tačke koje su proizvoljne [1]. Kod sistema proizvoljnih sila sa definisanim napadnim tačkama u koordinatnom sistemu $F(x_i, y_i)$ napadna tačka, napadna linija smjer i intenzitet rezultante se može odrediti:

- grafičkim postupkom metodom III poligona sila i III verižna poligona

b) analitičkom postupkom pomoću momentnog pravila [2].

2. METODA III POLIGONA SILA I III VERIŽNA POLIGONA

Slaganje proizvoljnih sila (slika 1) metodom III poligona sila i III verižna poligona se vrši razlaganjem svih kosih sila na horizontalne i vertikalne komponente tako da se umjesto jednog sistema sila dobiju tri sistema sila:

- I sistem proizvoljnih sila [3]
- II sistem paralelnih horizontalnih sila
- III sistem paralelnih vertikalnih sila

Slika 1 - Sistem proizvoljnih sila sa definisanim napadnim tačkama

Adresa autora: Šrnić Faruk, JU Mješovita srednja mašinska škola Tuzla, Tuzla, Bosne Srebrene 6, Bosna i Hercegovina

e-mail: faruk955@yahoo.com

Rad primljen: 27.11.2019.

Rad prihvaćen: 30.07.2020.

I poligon sila i I verižni poligon
definisati razmjeru za silu i dužinu

$$U_F = \frac{N}{\text{cm}}; U_L = \frac{\text{m}}{\text{cm}}$$

- povući napadne linije i intenzitete sila (slika 2)
- nastaviti paralelno intenzitete sila jedne na drugu (slika 3)
- spojiti početak prve i kraj posljednje sile – intenzitet F_R
- kroz proizvoljnu tačku P povući zrake - silnice iz početka i kraja svake sile
- povući paralelno 1 zraku da sječe silu F_1 u bilo kojoj tački
- povući paralelno 2 zraku da sječe silu F_1 u tački gdje ju je presjekla 1 zraka i da sječe silu F_2
- povući paralelno 3 zraku da sječe silu F_2 u tački gdje ju je presjekla 2 zraka i da sječe silu F_3
- povući paralelno 4 zraku da sječe silu F_3 na mjestu gdje ju je presjekla 3 zraka
- produžiti 1 i 4 zraku rezultante F_R (prvu i posljednju) da se sjeku u tački D
- povući paralelno kroz tačku presjeka D rezultante F_R iz poligona sila – napadna linija rezultante F_R (slika 2)
- razložiti sve kose sile na horizontalne i vertikalne komponente

II poligon sila i II verižni poligon

- nastaviti paralelno intenzitete horizontalnih komponenti jedne na drugu (slika 4)
- spojiti početak prve i kraj posljednje komponente - intenzitet F_{Rx}

- kroz proizvoljnu tačku P' povući zrake (silnice) iz početka i kraja svake sile povući 1' zraku da sječe silu F_{1x} u bilo kojoj tački
 - povući 2' zraku da sječe silu F_{1x} tački gdje ju je presjekla 1' raka i da sječe silu F_{3x}
 - povući 3' zraku da sječe silu F_{3x} u tački gdje ju je presjekla 2' zraka
 - produžiti 1' i 3' zrake rezultante R_{1x} (prvu i posljednju) da se sjeku u tački E
 - povući paralelno kroz tačku presjeka E rezultantu F_{Rx} iz poligona sila – napadna linija F_{Rx}
- III poligon sila i III verižni polygon
- paralelno nastavljati intenzitete svih vertikalnih komponenti jedne na drugu (slika 5)
 - spojiti početak prve i kraj posljednje komponente - intenzitet F_{Ry}
 - kroz proizvoljnu tačku P'' povući zrake (silnice) iz početka i kraja svake sile povući 1'' zraku da sječe silu F_{1y} u bilo kojoj tački
 - povući 2'' zraku da sječe silu F_{1y} u tački gdje ju je presjekla 1'' zraka i da sječe silu F_2
 - povući 3'' zraku da sječe silu F_2 u tački gdje ju je presjekla 2'' zraka i da sječe silu F_{3y}
 - povući 4'' zraku da sječe silu F_{3y} u tački gdje ju je presjekla 3''zraka
 - produžiti 1'' i 4'' zrake rezultante R_{1y} (prvu i posljednju) da se sjeku u tački F
 - povući paralelno kroz tačku presjeka F rezultante F_{Ry} iz poligona sila - napadna linija F_{Ry}
 - produžiti napadne linije rezultante F_R i njenih komponenti F_{Rx} i F_{Ry}
 - u tački presjeka R je napadna tačka rezultante F_R (x_R ; y_R)

Slika 2 - Sistem proizvoljnih sila sa verižnim poligonima

Slika 3 - Poligon proizvoljnih sila

Slika 4 - Poligon horizontalnih paralelnih sila

Slika 5 - Poligon vertikalnih paralelnih sila

3. POSTUPAK POMOĆU MOMENTNOG PRAVILA

Rastaviti sve kose sile na horizontalne i vertikalne (Slika 6.)

Slika 6 - Razlaganje sistema proizvoljnih sila na horizontalne i vertikalne komponente

- intenziteti komponenti

$$F_{1X} = F_1 \cos \alpha$$

$$F_{1Y} = F_1 \sin \alpha$$

$$F_{3X} = F_3 \cos \gamma$$

$$F_{3Y} = F_3 \sin \gamma$$

- intenziteti rezultante i komponenti

$$F_R = \sqrt{F_{RX}^2 + F_{RY}^2}$$

$$F_{RX} = \sum F_{RX} = -F_{1X} + F_{3X}$$

$$F_{RY} = \sum F_{RY} = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y}$$

- napadnu liniju rezultante

$$\tan \delta = \frac{F_{RY}}{F_{RX}}$$

- napadna tačku rezultante na osnovu momentnog pravila

$$X_R = \frac{F_{1Y} \cdot x_1 + F_{2Y} \cdot x_2 + F_{3Y} \cdot x_3}{F_{RY}}$$

$$Y_R = \frac{-F_{1X} \cdot y_1 + F_{3X} \cdot y_3}{F_{RX}}$$

Primjer: Grafičkim i analitičkim postupkom odrediti pravac, smjer, intenzitet i napadnu tačku (x_R y_R) rezultante proizvoljnih sila (slika 1).

Podaci:

$$F_1(1,6)=3[\text{N}], F_2(3,3)=4[\text{N}],$$

$$F_3(6,1)=5[\text{N}],$$

$$\alpha = 60^\circ, \beta = 90^\circ \text{ i } \gamma = 45^\circ$$

Rješenje:

a) grafički postupak (slike 7, 8, 9, 10)

$$U_F = \frac{1\text{N}}{1\text{cm}}; U_L = \frac{1\text{cm}}{1\text{cm}}$$

Slika 7 - Primjer sistema proizvoljnih sila sa verižnim poligonima

Slika 8 - Primjer poligona proizvoljnih sila

Slika 9 - Primjer poligona horizontalnih paralelnih sila

Slika 10 - Primjer poligona vertikalnih paralelnih sila

- intenzitet rezultante

$$F_R = 10,2 \text{ cm} U_F = 10,2 \text{ cm} \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ cm}} = 10 [\text{N}]$$

- intenzitet horizontalne komponente rezultante

$$F_{Rx} = 2 \text{ cm} U_F = 2 \text{ cm} \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ cm}} = 2 [\text{N}]$$

- intenzitet vertikalne komponente rezultante

$$F_{Ry} = 10,1 \text{ cm} U_F = 10,1 \text{ cm} \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ cm}} = 10,1 [\text{N}]$$

- napadna linija rezultante

$$\delta = 78^\circ$$

- napadna tačka rezultante

$$x_R = 3,5 \text{ cm} U_L = 3,5 \text{ cm} \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 3,5 [\text{cm}]$$

$$y_R = 2,7 \text{ cm} U_L = 2,7 \text{ cm} \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 2,7 [\text{cm}]$$

- b) analitički postupak (slika 6.)

- intenzitet horizontalne komponente rezultante

$$F_{RX} = \Sigma F_{RX} = -F_{1X} + F_{3X} = -1,5 + 3,5 = 2[N]$$

intenzitet vertikalne komponente rezultante

$$F_{RY} = \Sigma F_{RY} = F_{1Y} + F_2 + F_{3Y} =$$

$$= 2,6 + 4 + 3,5 = 10,1[N]$$

$$F_{1X} = F_1 \cos 60^\circ = 3 \frac{1}{2} = 1,5[N]$$

$$F_{1Y} = F_1 \sin 60^\circ = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,6[N]$$

$$F_{3X} = F_3 \cos 45^\circ = 5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5[N]$$

$$F_{3Y} = F_3 \sin 45^\circ = 5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5[N]$$

- intenzitet rezultante

$$F_R = \sqrt{F_{RX}^2 + F_{RY}^2} = \sqrt{2^2 + 10,1^2} = \sqrt{4 + 102,01} =$$

$$= \sqrt{106,01} = 10,29[N]$$

- napadna linija rezultante

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{F_{RY}}{F_{RX}} = \frac{10,1}{2} = 5 \Rightarrow \delta = 78^\circ 40'$$

- napadna tačka rezultante

$$X_R = \frac{F_{1Y} \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_{3Y} \cdot x_3}{F_{RY}} =$$

$$= \frac{2,6 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3,5 \cdot 6}{10,1} = \frac{2,6 + 12 + 21}{10,1} =$$

$$= \frac{35,6}{10,1} = 3,52[cm]$$

$$Y_R = \frac{-F_{1X} \cdot y_1 + F_{3X} \cdot y_3}{F_{RX}} = \frac{-1,5 \cdot 6 + 3,5 \cdot 1}{2} =$$

$$= \frac{-9 + 3,5}{2} = \frac{-5,5}{2} = -2,75[cm]$$

ZAKLJUČAK

Grafički postupak metodom III poligona sila i III verižna poligona određivanja napadne tačke, pravca, smjera i intenziteta rezultante proizvoljnih sila nije poznata u teoriji grafostatike nego metoda sa II poligona sila i II verižna poligona horizontalnih i vertikalnih komponenti sila.

Metoda prikazane ovim radom je duža i složenija, ali tačnost dobijenih rezultata može se provjeriti tako što se pravci sve tri rezultante moraju sjeći u jednoj tački.

LITERATURA

- [1] Zaimović N, Vukojević D, Hodžić N, Žiga A. *Statika*, Mašinski fakultet, Zenica, 2007.
- [2] Pešto N, Kramo M, *Tehnička mehanika za I razred srednje mašinske škole*, IP Svjetlost, Sarajevo, 1998.
- [3] Mitrović V, *Mehanika – Statika*, Zavod za izdavanje udžbenika, Beograd, 1972

SUMMARY

STACKING – DETERMINING THE RESULT SYSTEM OF AN ARBITRARY FORCE SYSTEM WITH DEFINED ATTACK POINTS

The equilibrium conditions of a system of external forces acting on a rigid body in the scientific discipline of statics are solved by a graphical procedure - construction and analytical procedure - by calculation. The graphical procedure is simpler and more transparent. The technical problems in statics are solved in both procedures and the results should be the same or approximately the same. The accuracy of the results of the graphical procedure using the method III of the force polygons and the III chain polygons presented in this paper is simply verified by cutting the directions of all three results at one point.

Key words: statics, force, resultant, chain polygon;