

O Stohastičkim procesima u dinamici planetarnih prenosnika

RADE S. KNEŽEVIĆ, Visoka tehnička škola
akademske studije, Beograd
BRANKO N. ĐEDOVIĆ, Visoka tehnička škola
akademske studije, Beograd
MARKO D. PAIĆ, Visoka tehnička škola
akademske studije, Beograd

Originalni naučni rad
UDC: 621.833.65
DOI: 10.5937/tehnika2302177K

Uz teorijsku analizu nelinearne dinamike disipativnih mehaničkih sistema sa mogućnošću nastanka stohastičkih i haotičnih procesa, u radu je urađen i numeričko eksperimentalni primer planetarnog prenosnika. Analizirani su najčešći nelinearni efekti rada i njihov uticaj na ponašanje planetarnog prenosnika kao sistema. Razmatran je pojednostavljeni model planetarnog prenosnika kao disipativnog dinamičkog sistema čiji rad je složen dinamički proces pri kome se javljaju različiti efekti. Ovi efekti rada mogu se pojaviti na mnogo različitih načina i mogu biti uzročnici stohastičnosti u radu planetarnog prenosnika. Napravljena je numerička analiza podmazivanja planetarnog prenosnika, kao jednog od efekata stohastičnosti, gde dolazi do turbulentnog prigušenja. Sila turbulentnog prigušenja, usled razbrzgavanja ulja, uzeta je srazmerna drugom stepenu ugaone brzine sunčevog zupčanika. Na osnovu eksperimenta zaključuje se da fazni prostor kod ovog sistema nije očuvan i sistem je disipativan jer se trajektorije spiralno spuštaju u određeni singularitet.

Ključne reči: stohastičnost, haotičnost, disipativni sistem, nelinearni, fazna kriva

1. UVOD

U najvećem broju inženjerskih sistema javljaju se racionalna kretanja, kao i nelinearni dinamički fenomeni koji mogu dovesti do „čudnog“ ponašanja sistema. Inženjerska praksa je u svom razvoju odavno prevazišla linearizovano predstavljanje dinamičkih sistema, tim više što se linearnim modeliranjem mogu opisati samo grube aproksimacije onoga što se dešava u realnim sistemima.

Mogućnosti koje su otvorene pojavom brzih računara, kao i mogućnost grafičkog predstavljanja funkcija, geometrijskih oblika i uopšte raznih dinamičkih procesa disipativne prirode, olakšale su i mogućnost stvaranja vizuelne predstave o nelinearnim fenomenima, koji se javljaju u inženjerskim i drugim sistemima koji nas okružuju [1].

Sva moguća kretanja determinisanih dinamičkih sistema mogu se podeliti na regularna i neregularna, a ko-

ja odgovaraju redu i haosu. Pri tome neregularne karakteristike kretanja predstavljene su kao slaganje efekata regularnih i slučajnih komponenti. Slučajne komponente neregularnog, kao i haotičnog kretanja mogu biti [2]: pretvarači (konvektori, transformatori) stohastičnosti, pojačivači i generatori stohastičnosti. Teorija haosa je jedna od najzabudljivijih i najzagonetnijih naučnih oblasti koja se pojavila i procvetala u poslednjih tridesetak godina. Ona je istakla interdisciplinarnu prirodu problema na frontu nauke. Metode teorije haosa ušle su u većinu naučnih disciplina. Haos može dovesti do gubitka čestica u akceleratorima ili do gubitka brodova na uzburkanom moru [3].

2. O NASTANKU STOHAŠTIČNOSTI U DISIPATIVNIM DINAMIČKIM SISTEMIMA

Opšti uzrok haotizacije i stohastičnog kretanja dinamičkih sistema jeste gubitak stabilnosti i eksponencijalno razilaženje susednih faznih trajektorija.

U osnovi nastanka stohastičnog i haotičnog kretanja leži homoklinička struktura¹, upravo ona stvara

Adresa autora: Rade Knežević, Visoka tehnička škola akademskih studija, Beograd, Bulevar Vojvode Putnika 7

e-mail: rade.s.knezevic@gmail.com

Rad primljen: 28.03.2023.

Rad prihvaćen: 29.03.2023.

¹Homoklinička struktura - struktura na mapi ili preslikavanju koja nastaje pri preseku u sedlastim tačkama stabilnih i nestabilnih mnogostrukosti

spoj nestabilnosti, lokalnog razilaženja i opšteg približavanja. Stabilna periodička kretanja i položaji ravnoteže mogu izgubiti stabilnost ili isčeznuti samo u nekoliko određenih slučajeva, i to [4]:

- Stabilni položaji ravnoteže ili periodičko kretanje slije se sa odgovarajućim nestabilnim kretanjem i oba stanja isčežnu.
- Stanje ravnoteže ili periodičko kretanje gube stabilnost, jednovremeno stvarajući stabilno neperiodičko kretanje ili u odgovarajuće dvodimenzionalne torus mnogostrukosti sa periodičkim i kvaziperiodičkim namotajima
- Stabilno periodičko kretanje skuplja se u tačku prelazeći u stabilnu ravnotežu, ili se sliva sa ravnotežom stvarajući dvoasimptotsku krivu kao presek svojih integralnih mnogostrukosti.
- Periodičko kretanje gubi stabilnost ali istovremeno javlja se stabilno periodičko kretanje udvojenoga perioda. Ova transformacija može se ponoviti bezbroj puta, obrazujući beskonačnu seriju bifurkacije udvojenog perioda.

Planetarni prenosnici su disipativni dinamički sistemi čiji rad je složen dinamički proces pri kome se javljaju različiti efekti. Ovi efekti rada mogu se pojaviti na mnogo različitih načina i mogu biti uzročnici stohastičnosti u radu planetarnog prenosnika. Pored uzročnika kao što su karakteristike krutosti zubaca zupčanika, deformabilnost centralnih zupčanika, zupčaste spojnice i elementi sklopa satelita mogu biti i: disipativne sile u planetarnom prenosniku, greška izrade elemenata, raspodela opterećenja među satelitima, podmazivanje i udarni procesi u planetarnim prenosnicima.

Pojava i postojanje ovih uzročnika mogu imati za posledicu pojavu stohastičnog ponašanja sistema.

3. DISIPATIVNE SILE U PLANETARNOM PRENOSNIKU

Ukupni gubici energije, odnosno snage kod zupčastih prenosnika sastoje se od gubitaka u zahvatu zubaca zupčanika, u ležajevima, pri praznom hodu zupčanika i na razbrizgavanju ulja. Gubici praznog hoda su 4 do 6 %, a gubici na razbrizgavanju ulja od 8 do 10 %, od ukupnih gubitaka snage [5]. Vrednosti ovih komponenata nisu konstantne za različite prenosnike, i u mnogim slučajevima mogu se odrediti eksperimentalno, dok se pri proračunu one uzimaju kao određeni koeficijenti korekcije.

a) Zahvat zubaca zupčanika

Ocena na osnovu proračuna disipativnih sila u mehaničkim sistemima može biti data samo za prostije slučajeve. Zato je u praksi široko u upotrebi eksperimentalna metoda za njihovo određivanje [6].

Za ocenu disipativnih sila u mehaničkim sistemima obično se određuju bezdimenzionalne veličine - relativna širina rezonantne krive Δ ili jednoznačni indeksi prigušenja p , kvalitet sistema Q , relativni koeficijent prigušenja b_r i logaritamski dekrement D_b [7]. Ovi parametri su međusobno vezani ovim odnosima:

$$Q = \frac{1}{\Delta}, \quad b_r = \frac{p}{2}, \quad D_b \cong \pi p \sqrt{1 - \frac{p^2}{4}} \approx \pi p$$

Oni mogu biti određeni iz eksperimentalnih amplitudno - frekventnih karakteristika oscilovanja posmatranog sistema.

b) Zupčaste spojnice

Prigušenje oscilacija u zupčastim spojnicama proizvod je spoljašnjeg trenja površi zubaca koji su u kontaktu i procesima koji nastaju u uljnom klinu, koji nastaje među zupcima.

Pri torzionim oscilacijama pogona koji ima zupčaste spojnice, prigušenje oscilacija u sistemu posledica je normalnih kontaktnih deformacija površi sloja i cirkulacije ulja u zahvatu zubaca.

Prema [6] u zupčastim spojnicama sa pravom formom zubaca relativno rasipanje energije određeno je izrazom (1):

$$\phi = c \cdot \sigma_n^{-\frac{1}{3}} \quad (1)$$

gde je σ_n - nominalno normalni napon na zupcima, $\sigma_n = \frac{F}{b \cdot h}$; F - normalno opterećenje na zupce, b , h - širina i aktivna visina zubaca, c - koeficijent koji zavisi od vrste ulja.

Rasipanje energije jednako je (2):

$$\Delta\phi = \phi \frac{b \cdot h \cdot a^2}{2} \cdot \frac{k_j}{k} \quad (2)$$

gde je a - amplituda oscilovanja, k - koeficijent normalne kontaktne deformisanosti spoja, k_j - koeficijent povećanja krutosti pri oscilovanjima spojeva sa uljem u odnosu na krutost pri statičkom deformisanju, prema [6] eksperimentalno je određen:

$$k_j = c_j v^{-\gamma_j}$$

c_j i γ_j - su karakteristike ulja.

c) Oslonci - ležišta - ležajevi

Sateliti planetarnog prenosnika postavljeni su obično na kotrljajućim i kliznim ležajevima. Apolutno rasipanje energije u ležajevima može se odrediti po formuli (3) [6]

$$\Delta\phi = \phi \frac{c_l a^2}{2} \quad (3)$$

gde je

$\phi = 0,2 - 0,25$ za kuglične ležajeve,

0,3 - 0,4 za ležajeve sa valjcima,

pri većim zazorima (0,02 - 0,03 m) relativno rasipanje energije može biti od 0,5 ÷ 0,7,

c_l - krutost ležajeva,

a - amplituda oscilovanja vratila u odnosu na kućište.

4. GREŠKE IZRADA ELEMENATA I RASPODELA OPTEREĆENJA NA SATELITE

Pomeranje centralnih zupčanika, koje utiče na raspodelu opterećenja među satelitima, zavisi od greške tela centralnih zupčanika i zahvata koji se ostvaruju u planetarnom prenosniku.

Mogu se uzeti četiri komponente pomaka centralnih zupčanika:

- početni pomak centralnog zupčanika $e_{o1x}(e_{o1y})$,
- pomak uslovljen stvaranjem ekscentričnosti zupčastih venaca epicikla (sunčevog zupčanika),
- $e_{e1}(e_{s1})$, koji se menja sa frekvencijom obrtanja epicikla (sunčevog zupčanika) u odnosu na nosač satelita, i
- pomak uslovljen pojavom ekscentričnosti zupčastih venaca satelita e_{sat} , menja se sa frekvencijom obrtanja satelita u odnosu na nosač satelita [7].

$$e_{x1} = l_{o1x} + e_{e1} \cos \omega_e t + e_{s1} \cos \omega_s t + e_{sat} \cos \omega_{sat} t$$

$$e_{y1} = e_{o1y} + e_{e1} \sin \omega_e t + e_{s1} \sin \omega_s t + e_{sat} \sin \omega_{sat} t \quad (4)$$

Za više primera razmotrena je trajektorija kretanja centralnih zupčanika u slučaju dejstva radijalnih grešaka satelita i sunčevog zupčanika. Na osnovu toga formula za određivanje komponenata pomaka može da se napiše (5):

$$\begin{aligned} x &= e_{s1} \cos \omega_1 t + e_{sat} \cos \omega_2 t \\ y &= e_{s1} \sin \omega_1 t + e_{sat} \sin \omega_2 t \end{aligned} \quad (5)$$

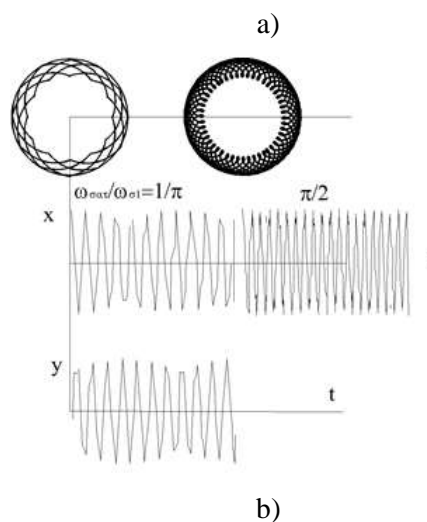
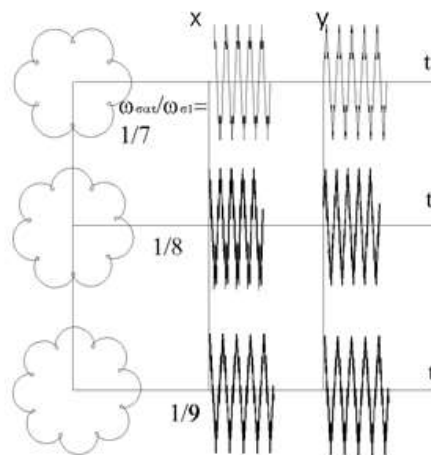
ili

$$\begin{aligned} X &= \cos \omega_1 t + K \cos \omega_2 t \\ Y &= \sin \omega_1 t + K \sin \omega_2 t \end{aligned}$$

gde je

$X = \frac{x}{e_{s1}}$; $Y = \frac{y}{e_{sat}}$; $K = \frac{e_{sat1}}{e_{s1}}$; ω - kružna frekvencija zupčanika, x i y - ukupni pomaci zupčanika u x i y pravcu.

Na slici 1a) date su trajektorije kretanja centralnih zupčanika za $K=0,2$ pri različitim celim brojevima odnosa frekvencije okretanja zupčanika $\frac{\omega_{sat1}}{\omega_{s1}}$, a na slici 1b) pri racionalnom odnosu frekvencije [7].



Slika 1 - Trajektorije kretanja centralnih zupčanika [7].

Zadatak određivanja zakona raspodele K_{RAS} opterećenja na satelite svodi se na određeni zadatak teorije verovatnoće - nalaženje zakona raspodele funkcija nekoliko slučajnih veličina [7]. Pri rešavanju ovog zadatka ove funkcije treba da su diferencijabilne na svim delovima. Za određivanje raspodele iskoristiće se zavisnost:

$$K_{RAS} = 1 + \frac{\bar{\Delta j} - \Delta j_i}{w}$$

gde je $\bar{\Delta j}$ - srednja veličina zazora u zahvatu satelita sa centralnim zupčanicom, Δj_i - veličina bočnog zazora u zahvatu zubaca i -tog satelita sa centralnim zupčanicima, w - srednja deformacija u zahvatu,

$w = \frac{F_{zah}}{c}$; F_{zah} - srednja veličina opterećenja u

zahvatu, c - krutost zuba zupčanika i elemenata satelita redukovana na liniju zahvata satelita sa centralnim zupčanicima.

5. PODMAZIVANJE PLANETARNOG PRENOSNIKA

U toku sprežavanja bokovi zubaca spregnutih zupčanika prenose opterećenje uz međusobno relativno kretanje praćeno klizanjem i kotrljanjem površi.

Postoje dva osnovna načina podmazivanja i to: podmazivanje potapanjem i podmazivanje ubrizgavanjem. Kod podmazivanja potapanjem, dubina potapanja se zadaje zavisno od modula zupčanika i iznosi (3-6) m za obimne brzine $v_t < 5$ m/sek, odnosno (1-3) m za $v_t > 12$ m/sek.

Kod podmazivanja ubrizgavanjem pod pritiskom ulje se najčešće dovodi sa gornje strane kod ulaza u zahvat, a kod obimnih brzina $v_t > 25$ m/sek kod izlaza iz zahvata.

Da bi se trenje kod svih pokretnih elemenata smanjilo ubacuje se između njih tanki sloj ulja. Ovim se trenje između čvrstih površi zamenjuje trenjem delića viskozne tečnosti.

Pri relativnom trenju ne zavisi sila trenja od površi koje se taru nego od viskoznosti tečnosti kojom su delovi podmazani i od relativne brzine kretanja kvazi-površni. Dodirom se tečnost lepi za površi i zato učestvuje u kretanju, pa se problem svodi na proučavanje strujanja viskozne tečnosti.

Ovde će se dati prikaz slučaja koji se odnosi na trenje ravnih površi, ali se ova teorija o podmazivanju može proširiti i na mnoge krive površine, pa i na zupčanike u zahvatu kod planetarnih prenosnika.

Prema [8] dobijen je obrazac za protok (6)

$$Q = \frac{h}{12\eta} (6\eta v_0 + kh^2) \quad (6)$$

gde je η - dinamička viskoznost, h - rastojanje između

površni, v_0 - konstantna brzina sa $k = -\frac{dR}{dx} = const.$ Odavde sledi da je $R = R_0 - kx$ (R_0 - integraciona konstanta). Ako površi između kojih tečnost struji imaju konačne dužine u pravcu ose x te na kraju površi ($x=0$, $x=l$) pritisak mora biti jednak atmosferskom pritisku. Lako se uviđa da je ovaj uslov zadovoljen kada je $k=0$, tj. kada pritisak ostaje konstantan u tečnosti.

Ovaj rezultat očigledno ne odgovara stvarnosti jer se pri podmazivanju prenose jake spoljašnje sile preko tečnosti. Zato pritisak mora rasti od p_0 , pravcem od

$x=0$, sve do neke maksimalne vrednosti, a zatim da se vraća na p_0 u $x=l$.

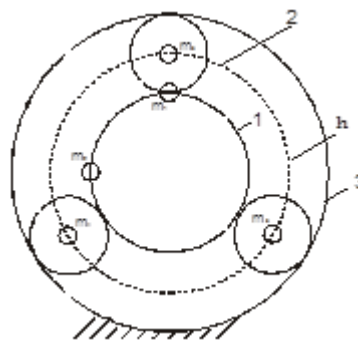
Uslov da $\frac{dR}{dx} = const.$ isključuje takve promene pa se mora pretpostaviti da se gradijent pritiska menja. Ali u tom slučaju iz gornje jednačine sledi da rastojanje h između površi mora biti promenljivo jer inače protok ne bi mogao ostati stalan.

Odnos $\frac{\eta}{\rho}$ zove se kinematička viskoznost (ρ - gustina). Koeficijent dinamičke viskoznosti odgovara međumolekularnoj promeni količine kretanja. U [9] dat je koeficijent turbulentne viskoznosti - b koji se vezuje za mikroprenos količine kretanja konačnih masa iz sloja u sloj kao posledica mešanja strujnica. Eksperimentima je prikazano da koeficijent turbulentne viskoznosti se ne može smatrati konstantnim za datu tečnost ili turbulenciju jer se menja duž preseka.

Turbulentno kretanje se ne javlja samo u cevima, već ga ima i u okolini ma kakve čvrste površi preko koje fluid struji pa, čak, i tamo gde nema čvrstih površi ali gde se mešaju slojevi fluida nejednakih brzina.

6. NUMERIČKO EKSPERIMENTALNA ANALIZA - PLANETARNI PRENOSNIK U TURBULENTNOM PRIGUŠENJU

Izučavan je dinamički model planetarnog prenosnika sa turbulentnim prigušenjem koji je srazmeran drugom stepenu ugaone brzine obrtanja zupčanika i uzeti su u obzir poremećajni faktori prema slici 2. [10], [11], [12].



Slika 2 - Dinamički model planetarnog prenosnika

Za pojednostavljeni dinamički model planetarnog prenosnika potencijalna energija je (7),

$$E_p = m_1 g r_1 (1 + \cos \varphi_1) + m_2 g r_1 (1 + \sin \varphi_1) + m_{3,4} g r_h (2 - \cos \varphi_h) + m_5 g r_h (1 + \cos \varphi_h) \quad (7)$$

gde su: $m_3 = m_4 = m_{3,4}$, r_1, r_h - podeoni (osnovni) poluprečnici sunčevog zupčanika i nosača satelita, φ_1 i φ_h - generalisane koordinate (uglovi zakretanja sunčevog zupčanika i nosača satelita).

Kinetička energija je data izrazom (8)

$$E_k = \frac{1}{2} [I_1 \dot{\varphi}_1^2 + (m_1 + m_2) r_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + 3M_2 r_h^2 \dot{\varphi}_h^2 +$$

$$+ (2m_{34} + m_5) r_h^2 \dot{\varphi}_h^2 + 3I_2 \dot{\varphi}_2^2]$$

gde su: I_1, I_2 - aksijalni momenti inercije masa sunčevog zupčanika i satelita, r_1, r_h - osnovni poluprečnici sunčevog zupčanika i nosača satelita, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_h$ - ugaone brzine sunčevog zupčanika, satelita i nosača satelita. Za konzervativni sistem definisanog planetarnog prenosnika ukupna energija sistema je:

$$E_k + E_p = h = E \quad (9)$$

gde je E_k - kinetička energija sistema, E - totalna energija sistema.

Sila turbulentnog prigušenja usled razbrizgavanja ulja uzeta je srazmerno drugom stepenu ugaone brzine sunčevog zupčanika.

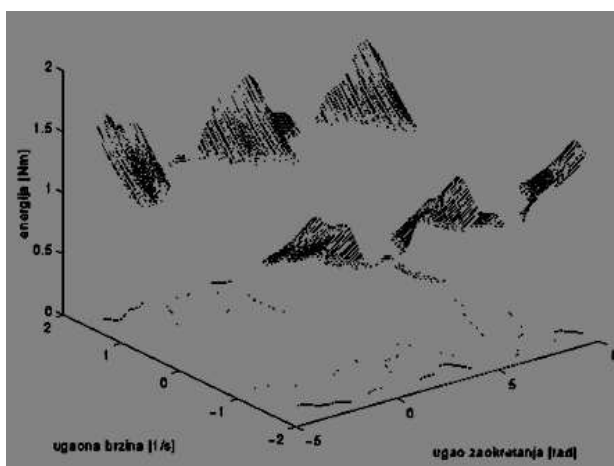
$$F_b = b' \dot{\varphi}_1^2$$

Uvodeći smenu da je $\varphi_1 = 3,42\varphi_h$, dobija se da je koeficijent prigušenja $b = 11,696b'$, za ovaj slučaj uzeto je $b=0.1$.

Dinamički model planetarnog prenosnika urađen je kada su uzeti u obzir poremećajni faktori predstavljeni dodatim masama: $m_1=0,15\text{kg}$, $m_{34}=0,3\text{kg}$. Za ove parametre potencijalna energija sistema je (10):

$$E_p = 0,0594[1 + \cos(3,42\varphi_h)] + 0,2564[2 - \cos \varphi_h] \quad (10)$$

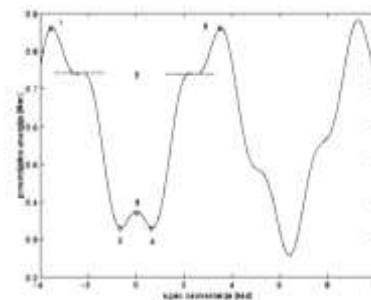
Na slici 3 prikazana je površ ukupne energije za definisane poremećajne faktore.



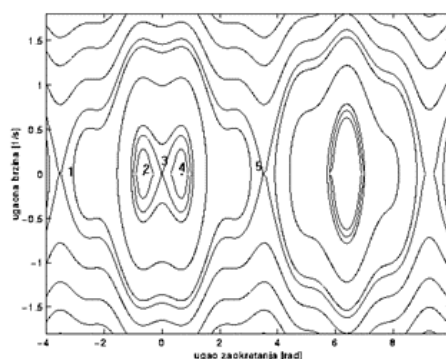
Slika 3 - Površ ukupne energije i familija krivih konstantne energije

Na slici 4 prikazane su potencijalna energije sistema u funkciji generalisanih koordinata i linije

konstantne energije. Tačke 1, 2, 3, 4 i 5 na 3a odgovaraju tačkama 1, 2, 3, 4 i 5 na slici 3b.



a)



b)

Slika 4- Potencijalna energija sistema

Diferencijalna jednačina kretanja sistema je:

$$2K \ddot{\varphi}_1 + b \dot{\varphi}_1^2 + 0,2564 \sin \varphi_h - 0,203 \sin 3,42\varphi_h = 0 \quad (11)$$

gde je

$$K = \frac{1}{2} [11,696I_1 + 11,696(m_1 + m_2)r_1^2 + 3M_2 r_h^2 + (2m_{34} + m_5)r_h^2 + 35,1I_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 3I_2 \left(\frac{r_h}{r_2}\right)^2 + 20,52I_2 \frac{r_1 r_h}{r_2^2}]$$

Integralne krive se mogu dobiti uvođenjem smene $\omega = \dot{\varphi}_1$ u diferencijalnu jednačinu kretanja sistema (11) i dobija se jednačina oblika:

$$2K\omega \frac{d\omega}{d\varphi_1} + b\omega|\omega| + 0,2564 \sin \varphi_h - 0,203 \sin 3,42\varphi_h = 0 \quad (12)$$

odakle može da se napiše

$$\frac{d\omega^2}{d\varphi_1} = \mp \frac{b}{K} \omega^2 - \frac{0,2564}{K} \sin \varphi_h + \frac{0,203}{K} \sin 3,42\varphi_1 \quad (13)$$

Integraljenjem jednačine (13) dobijamo:

$$\omega^2 = e^{\mp \frac{b}{K} \varphi_h} \left[-\frac{0,2564}{K} \int \sin \varphi_h e^{\pm \frac{b}{K} \varphi_h} d\varphi_h + \int \frac{0,203}{K} \sin 3,42\varphi_h e^{\pm \frac{b}{K} \varphi_h} d\varphi_h + C_1 \right]$$

i u konačnom obliku imamo jednačine integralnih krivih (14)

$$\omega^2 = \frac{-0,2564b \sin \varphi_h + 0,2564K \cos \varphi_h}{K^2 + b^2} + \frac{0,203b \sin 3,42\varphi_h - 0,697K \cos 3,42\varphi_h}{11,696K^2 + b^2} + C_1 e^{\frac{b}{K} \varphi_h} \quad (14)$$

$$\omega^2 = \frac{0,2564b \sin \varphi_h + 0,2564K \cos \varphi_h}{K^2 + b^2} + \frac{-0,203b \sin 3,42\varphi_h - 0,697K \cos 3,42\varphi_h}{11,696K^2 + b^2} + C_2 e^{\frac{b}{K} \varphi_h}$$

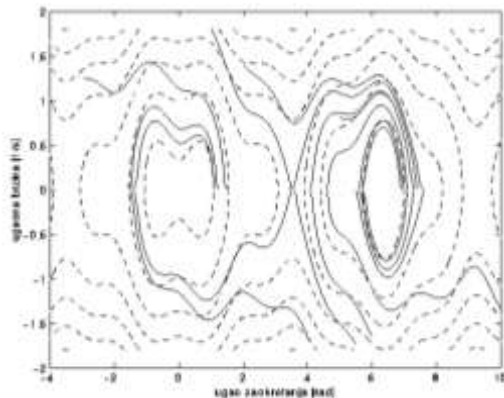
Prvi izraz odnosi se za $\omega > 0$, a drugi izraz za $\omega < 0$. Integralne krive su takve da svako kretanje reprezentativne tačke po njima ima težnju ka položaju stabilne ravnoteže.

$$C_1 = \left[\frac{-0,2564b \sin n\pi + 0,2564K \cos n\pi}{K^2 + b^2} + \frac{0,203b \sin 3,42n\pi - 0,697K \cos 3,42n\pi}{11,696K^2 + b^2} \right] e^{\frac{b}{K} n\pi}$$

$$C_2 = \left[\frac{0,2564b \sin n\pi + 0,2564K \cos n\pi}{K^2 + b^2} + \frac{-0,203b \sin 3,42n\pi - 0,697K \cos 3,42n\pi}{11,696K^2 + b^2} \right] e^{-\frac{b}{K} n\pi} \quad (15)$$

Uzećemo da je $K=0.229$ i $b=0.1$.

Na slici 5 prikazane su integralne krive dobijene ovim postupkom.



Slika 5 - Fazni portret

Položaji ravnoteže su na φ -osi, za koje je $\varphi_I = n\pi$, gde n nije broj. Integracione konstante određene su iz početnih uslova $\omega=0$ za $\varphi_I = n\pi$.

6 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Nelinearni efekti rada dinamičkog sistema mogu se pojaviti na mnogo različitih načina. Za nelinearne elemente dinamičkog sistema dobijene su rezonantne krive zavisnosti amplitude oscilovanja od frekvencije pobudne sile gde se mogu pojaviti tri vrednosti amplitude odziva. Na njima je vrlo uočljivo područje nestabilnog stacionarnog rezonantnog stanja.

Pri analizi nelinearnih dinamičkih sistema prvo treba naći položaj ravnoteže sistema, a zatim analizirati kretanja oko svakog njenog položaja.

Opšti uzrok haotizacije i stohastičnosti kretanja dinamičkih sistema jeste gubitak stabilnosti i eksponencijalno razilaženje susednih faznih trajektorija.

Fazni prostor kod ovog sistema nije očuvan što se dobro vidi sa slike 4 i sistem je disipativan, jer se trajektorije spiralno spuštaju u određeni singularitet. Vrlo lako se može naći opseg početne brzine ω_0 u kome će se odgovarajuće integralne krive spuštati u određeni singularitet. Taj opseg je vrlo malo područje te se može zaključiti da se radi o vrlo osetljivom dinamičkom sistemu.

Fazne trajektorije seku linije energije spolja-unutra tj. energija sistema sa vremenom asimptotski teži ravnotežnom položaju.

Sa promenom koeficijenta turbulentnog prigušenja menja se i karakter integralnih krivih, tako da pri smanjenju prigušenja sistem načini više obrtaja pre nego što počne da osciluje oko stabilnog položaja ravnoteže.

U osnovi nastanka stohastičnog i haotičnog kretanja leži homoklinička struktura, upravo ona stvara spoj nestabilnosti, lokalnog razilaženja i opšteg približavanja.

LITERATURA

- [1] Hedrih (Stevanović) K. S, Cvetković K, Knežević R, Numeričko grafička analiza dinamike planetarnih prenosnika, *Simpozijum iz željezničkog mašinstva*, Mašinski fakultet Niš, str. 39-43 (in Serbian, to appear), 2000.

- [2] Neimark V. I. i Landa, P. S, Stohastičeskie i haotičeskie kolebaniya, Nauka, Moskva, (Russian), pp. 423. (Neimark, V. I, Landa P. S. Stohastičeskie i haotičeskie kolebaniya, *Mir*, Moskva, str. 305 (in Russian)), 1987.
- [3] Belić R. M, *Deterministički haos*, Sveske fizičkih nauka, SFIN, god. III, broj 3, 1-187, 1990.
- [4] Moon C. M, Chaotic Vibrations, An Introduction for Applied Scientists and Engineers, John Wiley & Sons, New York, 309 (Mun F, Haotičeskie kolebani, *Mir*, Moskva, str. 305 (in Russian)), 1987.
- [5] Hedrih (Stevanović) K. S, Cvetković K, Knežević R, Osobine funkcije osetljivost planetarnog prenosnika, *Naučno-stručni skup IRMES 2000*, Mašinski fakultet Podgorica, str. 285-290, Podgorica, 2000.
- [6] Airapetov N. D, Genkin D. M. Dinamika planetarnih mehanizmov. *Nauka*, Moskva, str 255, 1980.
- [7] M. D .Genkina i i E. L. Airapetova, Vibracii mehanizmov s zubčatimi predačami, pod. red. *Nauka*, Moskva, str. 127, 1978.
- [8] Voronjec K, Obradović N, *Mehanika fluida*, Građevinska knjiga, Beograd, str. 335, 1970.
- [9] Neimark, Y. I, Metod točečnih otobraženiy v teorii nelinejnih kolebaniy, *Nauka*, Moskva, (Russian), pp. 471, 1972
- [10] Knežević R, *Nelinearni fenomenu u dinamici planetarnih prenosnika*, doktorska disertacija, Niš, str. 177, 2001.
- [11] Katica (Stevanović) Hedrih, Rade Knežević, Prilog izučavanju dinamike planetarnih prenosnika, *Naučnotehnički pregled*, vol. XLVIII, br. 6, str. 26-32, 1998.
- [12] Hedrih (Stevanović) K, Knežević R, S. Cvetković, Numeric analyse of the dinamic of planetary transmitter (drive) who is expose to effect of „disorders“ and sine excitation, *XVI internacionalna konferencija ICMFMDI 2000*, Mašinski fakultet u Beogradu. Beograd, 2000.

SUMMARY

ON STOCHASTIC PROCESSES IN THE DYNAMICS OF PLANETARY TRANSMISSIONS

In addition to the theoretical analysis of the nonlinear dynamics of dissipative mechanical systems with the possibility of stochastic and chaotic processes, the paper also includes a numerical experimental example of a planetary transmission. The most common non-linear effects of operation and their influence on the behavior of the planetary gear as a system were analyzed. A simplified model of planetary gears as dissipative dynamic systems whose operation is a complex dynamic process with different effects was considered. These operating effects can appear in many different ways and can be the cause of stochasticity in the operation of the planetary gear. A numerical analysis of planetary gear lubrication was made, as one of the effects of stochasticity, where turbulent damping occurs. The turbulent damping force, due to oil splashing, is taken to be proportional to the second power of the angular velocity of the sun gear. Based on the experiment, it is concluded that the phase space in this system is not preserved and the system is dissipative because the trajectories spiral down into a certain singularity.

Key Words: *stochasticity, chaoticity, dissipative system, nonlinear, phase curve*