

# Konverzija pravougljih koordinata između susjednih zona UTM sistema

STEVAN M. RADOJČIĆ, ATUSS Beograd,

Odsek Visoka građevinsko-geodetska škola, Beograd

ORCID: 0000-0001-7203-0637

ALEKSANDAR S. STAMENOV, Geodetska tehnička škola, Beograd

ORCID: 0009-0004-8880-6769

Stručni rad

UDC: 528.236

DOI: 10.5937/tehnika2404409R

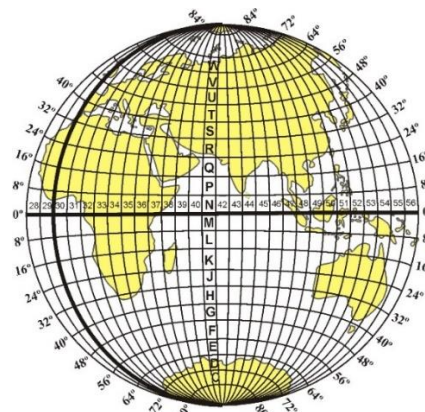
*U radu je opisan postupak konverzije pravougljih koordinata tačke koja pripada odgovarajućoj zoni UTM sistema u susjednu, istočnu ili zapadnu zonu. Postupak počiva na konverziji pravougljih koordinata date tačke u geodetske, a potom konverziji geodetskih koordinata u pravougle, ali sada u željenoj (susjednoj) zoni.*

**Ključne reči:** konverzija koordinata, UTM sistem, UTM zona, poprečna Merkatorova projekcija

## 1. UVOD

Za potrebe pozicioniranja tačaka na Zemlji u jedinstvenom sistemu pravougljih koordinata u ravni, američka vojska je 1947. godine usvojila tzv. Universal Transverse Mercator (UTM) sistem, tj. Svetski sistem poprečnih Merkatorovih projekcija.

Sistem se sastoji od 60 meridijanskih zona (slika 1), označenih brojevima od 1 do 60, čija širina po longitudi iznosi 6 stepeni; 1. zona obuhvata površinu između  $180^\circ$  i  $174^\circ$  zapadne geodetske širine W (srednji meridijan  $177^\circ$  W) u odnosu na meridijan Griniča, a brojevi ostalih zona rastu ka istoku.



Slika 1 – Zone i trapezi UTM sistema

Adresa autora: Stevan Radojčić, ATUSS, Odsek Visoka građevinsko-geodetska škola, Beograd, Hajduk Stankova 2

e-mail: stradojcc@sezampro.rs

Rad primljen: 02.02.2024.

Rad prihvaćen: 28.02.2024.

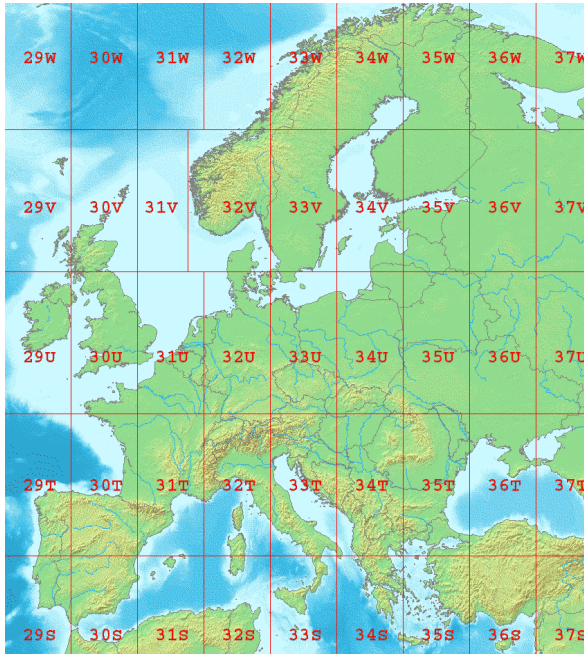
Zone se projektuju u ravan poprečne Merkatorove (Gaus-Kriggerove) projekcije, sa vrednošću linearnog modula na srednjem meridijanu zone  $m_0 = 0,9996$ .

Pravougli koordinatni sistem se u svakoj zoni formira na isti način: Y-osu čini projekcija ekvatora, a X-osu projekcija srednjeg meridijana zone; ishodište 0 se nalazi u njihovom preseku. Tačke na projekciji srednjeg meridijana imaju vrednost  $x = 500\,000$  m (tzv. false easting), kako bi se izbeglo da tačke zapadno od srednjeg meridijana imaju negativnu vrednost; slično, za računanja na južnoj polulopti, tačke na projekciji ekvatora imaju vrednost  $y = 10\,000\,000$  m (tzv. false northing). Koordinate tačke se umesto sa y i x obično označavaju sa E i N (easting i northing) [1], [2].

Pošto je svaki od 60 koordinatnih sistema definisan na isti način, neka tačka T sa koordinatama T (E, N) može pripadati bilo kom od 60 koordinatnih sistema, pa je za jednoznačno pozicioniranje na planeti neophodno da se navede broj zone kojoj tačka pripada (obično se navodi i oznaka trapeza, iako ona nije neophodna kada se raspolože koordinatama tačke, npr. 34T znači da tačka pripada 34. zoni i trapezu T).

Dobra svojstva poprečne Merkatorove projekcije (pre svega konformnost, te veličina i raspodela linearnih deformacija) i univerzalnost UTM sistema opredelile su mnoge vojske i vojne saveze da ih usvoje kao svoj standard, a u novije doba koriste ih i civilne geodetske službe. Tako je, na primer, UTM projekcija preporučena od strane Zajedničkog istraživačkog centra Evropske komisije (European Commission Joint Research Centre) kao službena projekcija za karte razmere 1: 500 000 i krupnije, s tim da se kao referentni elipsoid koristi GRS80, umesto izvornog WGS84 [3].

I Srbija je poprečnu Merkatorovu projekciju u sistemu UTM usvojila kao državnu projekciju, 2009. godine. Teritorija Srbije pripada trapezu T 34. zone UTM, sa srednjim meridijanom  $21^\circ$  istočno od Griniča (slika 2).



Slika 2 – Trapezi UTM sistema za područje Evrope

## 2. KONVERZIJA KOORDINATA IZMEĐU UTM ZONA

Pravougla koordinata u ravni nisu podesne za računanja odnosa između tačaka koje pripadaju različitim zonama UTM (koordinatnim sistemima); takvi zadaci se mogu rešiti tek kada se koordinate tačaka koje pripadaju različitim koordinatnim sistemima svedu u jedan koordinatni sistem.

Kao zajednički koordinatni sistem se obično koristi sistem geodetskih (elipsoidnih) koordinata ili 3D koordinatni sistem, pa se računanja vrše na elipsoidu odnosno u 3D prostoru, a rezultati se potom mogu ponovo konvertovati u ravan odgovarajućih UTM koordinatnih sistema. Postoje i druga rešenja, a kako će se postupiti u nekoj konkretnoj situaciji, težišno zavisi od zahteva tačnosti i broja tačaka koje izlaze izvan razmatrane zone.

Kada se izvan razmatrane zone, nedaleko od njene istočne ili zapadne granice, nalazi jedna ili više tačaka, onda se njihove pravougla koordinate mogu konvertovati (reprojektovati) u razmatranu zonu i tako ostvariti svođenje u isti koordinatni sistem, koordinatni sistem jedne zone UTM. Upravo taj postupak je tema ovog rada, jer su baš takve situacije i najčešće u praksi.

Pošto kod poprečne Merkatorove projekcije, sa udaljavanjem od srednjeg meridijana šestostepene

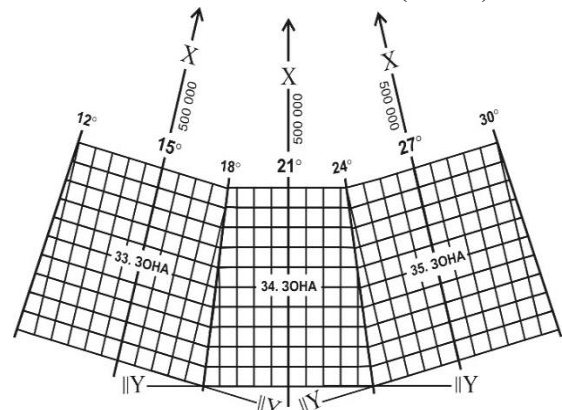
zone, linearne deformacije rastu (na granicama zone iznose  $+40$  cm), koordinate konvertovanih tačaka će imati to veću položajnu grešku što su udaljenije od granice zone u koju se konvertuju. Načelno, greška koordinata konvertovanih tačaka udaljenih  $1^\circ$  od granice dve zone će iznositi oko par decimetara [4], na trećini te udaljenosti će biti na centimetarskom nivou [5], a na manjim udaljenostima (ispod 10 km) u području milimetara ili delova milimetara.

Srbija spada u države čija se teritorija u potpunosti nalazi unutar 34. zone UTM (u trapezu T). Zbog toga je potreba za konverzijom koordinata iz jednog u drugi koordinatni sistem manje izražena u odnosu na države čije se teritorije prostiru u dva (pa i više) koordinatnih sistema. Ipak, ona se ni u Srbiji ne može sasvim isključiti jer to zahtevaju pojedini zadaci.

U ovom radu se prikazuje postupak kojim se pravougla koordinate date tačke u jednoj zoni najpre konvertuju u geodetske koordinate, a zatim se konvertuju u pravougla koordinate u odgovarajućoj susednoj zoni.

## 3. KONVERZIJA PRAVOUGLIH U GEODETSKE KOORDINATE

U nekoj zoni UTM sistema je data tačka T čije pravougla UTM koordinate E i N želimo konvertovati u susednu zonu i dobiti koordinate E' i N' u koordinatnom sistemu susedne zone (slika 3).



Slika 3 – Koordinatni sistem (zona) kojoj pripada Srbija (34.) i susedni koordinatni sistemi (zone)

Osnovni parametri koji se odnose na elipsoid i projekciju su:

$$a = 6378137 \text{ (velika poluosa WGS84)}$$

$$b = 6356752.314 \text{ (mala poluosa WGS84)}$$

$$k_0 = 0,9996 \text{ (faktor razmere)}$$

$$e^2 = (a^2 - b^2)/a^2 \text{ (prvi ekscentricitet)}$$

$$e'^2 = (a^2 - b^2)/b^2 \text{ (drugi ekscentricitet)}$$

$$n = (a - b)/(a + b)$$

Najpre se računa tzv. *foot-latitude*:

$$\phi' = \sigma + \left( \frac{3n}{2} - \frac{27n^3}{32} \right) \sin 2\sigma + \left( \frac{21n^2}{16} - \frac{55n^4}{32} \right) \sin 4\sigma + \frac{151n^3}{96} \sin 6\sigma + \frac{1097n^4}{512} \sin 8\sigma \quad (1)$$

gde su:

$$\sigma = \frac{m \cdot \pi}{180G} \quad (2)$$

$$G = a \cdot (1-n) \cdot (1-n^2) \cdot \left( 1 + \frac{9}{4}n^2 + \frac{225}{64}n^4 \right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad (3)$$

Dalje se računaju:

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi')^{3/2}} \quad (4)$$

$$\nu = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi')^{1/2}} \quad (5)$$

$$S = A' \phi' - B' \sin 2\phi' + C' \sin 4\phi' - D' \sin 6\phi' + E' \sin 8\phi' \quad (6)$$

gde su:

$$\begin{aligned} A' &= a \left[ 1 - n + \frac{5}{4}(n^2 - n^3) + \frac{81}{64}(n^4 - n^5) + \dots \right] \\ B' &= \frac{3}{2} a \left[ n - n^2 + \frac{7}{8}(n^3 - n^4) + \frac{55}{64}n^5 + \dots \right] \\ C' &= \frac{15}{16} a \left[ n^2 - n^3 + \frac{3}{4}(n^4 - n^5) + \dots \right] \\ D' &= \frac{35}{48} a \left[ n^3 - n^4 + \frac{11}{16}n^5 + \dots \right] \\ E' &= \frac{315}{512} a \left[ n^4 - n^5 + \dots \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Konačno, geodetske koordinate su:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi' - \Delta E^2 T_{10} + \Delta E^4 T_{11} - \Delta E^6 T_{12} + \Delta E^8 T_{13} \\ \lambda &= \lambda_0 + \Delta E T_{14} - \Delta E^3 T_{15} + \Delta E^5 T_{16} - \Delta E^7 T_{17} \end{aligned} \quad (8)$$

gde su:

 $\phi$  – geodetska širina tačke T $\lambda$  – geodetska dužina tačke T $\lambda_0$  – geodetska dužina srednjeg meridijana zone

$$\Delta E = E - 500000$$

$$T_{10} = \frac{\tan \phi'}{2\rho\nu k_0^2} \quad (9)$$

$$T_{11} = \frac{\tan \phi'}{24\rho\nu^3 k_0^4} (5 + 3\tan^2 \phi' + e'^2 \cos^2 \phi' -$$

$$- 4e'^4 \cos^4 \phi' - 9\tan^2 \phi' e'^2 \cos^2 \phi') \quad (10)$$

$$T_{12} = \frac{\tan \phi'}{720\rho\nu^5 k_0^5} (5 + 90\tan^2 \phi' + 46e'^2 \cos^2 \phi' -$$

$$- 45\tan^4 \phi' - 252\tan^2 \phi' e'^2 \cos^2 \phi' -$$

$$- 3e'^4 \cos^4 \phi' + 100e'^6 \cos^6 \phi' -$$

$$- 66\tan^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' -$$

$$- 90\tan^4 \phi' e'^6 \cos^6 \phi' +$$

$$+ 225\tan^4 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' +$$

$$+ 84\tan^2 \phi' e'^6 \cos^6 \phi' -$$

$$- 192\tan^2 \phi' e'^8 \cos^8 \phi') \quad (11)$$

$$T_{13} = \frac{\tan \phi'}{40320\rho\nu^7 k_0^8} (1385 + 3633 \tan^2 \phi' +$$

$$+ 4095\tan^4 \phi' + 1575\tan^6 \phi') \quad (12)$$

$$T_{14} = \frac{1}{2\nu \cos \phi' k_0} \quad (13)$$

$$T_{15} = \frac{1}{6\nu^3 \cos \phi' k_0^3} (1 + 2\tan^2 \phi' + e'^2 \cos^2 \phi') \quad (14)$$

$$T_{16} = \frac{1}{120\nu^5 \cos \phi' k_0^5} (5 + 6e' \cos^2 \phi' + 28\tan^2 \phi' -$$

$$- 3e'^4 \cos^4 \phi' + 8\tan^2 \phi' e'^2 \cos^2 \phi' +$$

$$+ 24\tan^4 \phi' - 4e'^6 \cos^6 \phi' +$$

$$+ 8\tan^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' +$$

$$+ 24\tan^2 \phi' e'^6 \cos^6 \phi') \quad (15)$$

$$T_{17} = \frac{1}{5040\nu^7 \cos \phi' k_0^7} (61 + 6621 \tan^2 \phi' +$$

$$+ 1320\tan^4 \phi' + 720\tan^6 \phi') \quad (16)$$

#### 4. KONVERZIJA GEODETSKIH KOORDINATA U PRAVOUGLE KOORDINATE U SUSEDNOJ UTM ZONI

Sračunate koordinate  $\phi$  i  $\lambda$  sada treba konvertovati u pravougle koordinate  $E'$  i  $N'$  u susednoj zoni. Najpre se sračunaju vrednosti  $\rho$ ,  $\nu$  i  $S$ , tako što se umesto  $\phi'$  koristi  $\phi$ . Potom se računaju pravougle koordinate, prema:

$$\begin{aligned} E' &= 500000 + \Delta\lambda T_6 + \Delta\lambda^3 T_7 + \Delta\lambda^5 T_8 + \Delta\lambda^7 T_9 \\ N' &= T_1 + \Delta\lambda^2 T_2 + \Delta\lambda^4 T_3 + \Delta\lambda^6 T_4 + \Delta\lambda^8 T_5 \end{aligned} \quad (17)$$

$$T_{10} = \frac{\tan \phi'}{2\rho\nu k_0^2} \quad (27)$$

gde je:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

$\lambda_0$  – srednji meridijan zone na koju se odnose pravouglove koordinate

$$T_1 = Sk_0 \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{\nu \sin \phi \cos \phi k_0}{2} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{\nu \sin \phi \cos^3 \phi k_0}{24} (5 - \tan^2 \phi + \\ &+ 9e'^2 \cos^2 \phi + 4e'^4 \cos^4 \phi) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{\nu \sin \phi \cos^5 \phi k_0}{720} (61 - 58 \tan^2 \phi + \tan^4 \phi + \\ &+ 270e'^2 \cos^2 \phi - 330 \tan^2 \phi e'^2 \cos^2 \phi + \\ &+ 445e'^4 \cos^4 \phi + 324e'^6 \cos^6 \phi - \\ &- 680 \tan^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi + 88e'^8 \cos^8 \phi - \\ &- 600 \tan^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi - 192 \tan^2 \phi e'^8 \cos^8 \phi) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} T_5 &= \frac{\nu \sin \phi \cos^7 \phi k_0}{40320} (1385 - 3111 \tan^2 \phi + \\ &+ 543 \tan^4 \phi - \tan^6 \phi) \end{aligned} \quad (22)$$

$$T_6 = \nu \cos \phi k_0 \quad (23)$$

$$T_7 = \frac{\nu \cos^3 \phi k_0}{6} (1 - \tan^2 \phi + e'^2 \cos^2 \phi) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} T_8 &= \frac{\nu \cos^5 \phi k_0}{120} (5 - 18 \tan^2 \phi + \tan^4 \phi + \\ &+ 14e'^2 \cos^2 \phi - 58 \tan^2 \phi e'^2 \cos^2 \phi + \\ &+ 13e'^4 \cos^4 \phi + 4e'^6 \cos^6 \phi - \\ &- 64 \tan^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi - 24 \tan^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} T_9 &= \frac{\nu \cos^7 \phi k_0}{5040} (61 - 479 \tan^2 \phi + \\ &+ 179 \tan^4 \phi - \tan^6 \phi) \end{aligned} \quad (26)$$

## 5. PRIMERI

Pretpostavimo da se neka tačka T nalazi u 34. zoni i ima koordinate:

$$E_{T34} = 269789,00 \text{ m}$$

$$N_{T34} = 4977823,00 \text{ m}$$

koje treba izraziti u koordinatnom sistemu susedne, 33. zone.

U prvom koraku, potrebno je izvršiti konverziju pravouglih u geodetske koordinate, prema formulama u poglavlju 3, pa će se dobiti:

$$\phi_T = 44^\circ 55' 00''$$

$$\lambda_T = 18^\circ 05' 00''$$

U drugom koraku treba izvršiti konverziju geodetskih koordinata u ravan projekcije susedne, 33. zone. To se postiže tako što se u odgovarajućim formulama datim u poglavlju 4 umesto srednjeg meridijana 34. zone kojoj tačka pripada po definiciji sistema ( $\lambda_0 = 21^\circ$ ) koristi srednji meridijan zone susedne zone (u ovom primeru 33. zone,  $\lambda_0 = 15^\circ$ ).

Navedenim postupkom se pravouglove koordinate tačke T koja pripada 34. zoni konvertuju u pravouglove koordinate 33. zone, tj:

$$E'_{T33} = 743366,32$$

$$N'_{T33} = 4978319,04$$

Na prvi pogled, konverzija pravouglih koordinata iz zone u zonu predstavlja trivijalan zadatak, jer danas postoji raznovrstan, čak i besplatno dostupan onlajn softver za konverziju koordinata iz pravouglih u geodetske i obrnuto. Međutim, prilikom konverzije geodetskih u pravouglove koordinate, taj softver automatski računa broj zone UTM (odnosno vrednost srednjeg meridijana zone), u skladu sa definicijom UTM sistema, tj. na osnovu vrednosti date geodetske dužine  $\lambda$ . Tako se svaka tačka zadata geodetskim koordinatama uvek projektuje u ravan one kojoj pripada, odnosno korisniku se ne daje mogućnost da unese broj zone (ili vrednost njenog srednjeg meridijana) u koju želi da se tačka projektuje sa elipsoida u ravan projekcije.

Izuzetak čini nekolicina komercijalnih softvera namenjenih zahtevnijim korisnicima.

Međutim, na osnovu opisanog postupka i navedenih formula lako je napisati program za konverziju pravouglih koordinata iz zone u zonu, čak i na džepnim programabilnim računarima ili MS Excel-u.

Za testiranje rada tog softvera može da posluži gornji primer, kao i sledeći primeri konverzije:

- iz 33. u 34. zonu:

$$E_{T33} = 729544,00 \text{ m}$$

$$N_{T33} = 4996347,00 \text{ m}$$

$$(\phi = 45^\circ 05' 00'')$$

$$(\lambda = 17^\circ 55' 00'')$$

$$E'_{T34} = 257338,58$$

$$N'_{T34} = 4996833,81$$

- iz 34. u 35. zonu:

$$E_{T34} = 736785,00 \text{ m}$$

$$N_{T34} = 4905772,00 \text{ m}$$

$$(\phi = 45^\circ 16' 00'')$$

$$(\lambda = 23^\circ 58' 00'')$$

$$E'_{T35} = 257894,19$$

$$N'_{T35} = 4905966,64$$

- iz 35. u 34. zonu:

$$E_{T35} = 264155,00 \text{ m}$$

$$N_{T35} = 4931691,00 \text{ m}$$

$$(\phi = 44^\circ 30' 00'')$$

$$(\lambda = 24^\circ 02' 00'')$$

$$E'_{T34} = 741145,58$$

$$N'_{T34} = 4931885,75$$

#### 4. ZAKLJUČAK

Prikazane formule omogućavaju jednostavno i brzo konvertovanje koordinata tačaka iz jedne zone

UTM sistema u susednu zonu. Konvertovanjem se tačke koje pripadaju različitim zonama svode u jednu zonu, sa tačnošću koja zadovoljava veliki deo praktičnih potreba.

Formule su primenjive za tačke na severnoj hemisferi, a odgovarajućom preradom (tj. samo vođenjem računa da se projekciji ekvatora dodeljuje vrednost 10 000 000 m) mogu se učiniti podesnim i za južnu hemisferu.

#### LITERATURA

- [1] DMA TM 8358.1: Datums, Ellipsoids, Grids and Grid Reference Systems, The Defence Mapping Agency, Washington, 1996.
- [2] Snyder J. P, *Map Projections – a Working Manual*, U.S. Geological Survey, Washington, 1987.
- [3] Anonni, A, Luzet, C, Gubler, E, Ihde, J. *Map Projections for Europe*, European Commission Joint Research Centre EUR 20120 EN, 2003
- [4] <http://mapref.org/LinkedDocuments/MapProjectionsForEurope-EUR-20120.pdf>
- [5] Department of the Army: *Technical Manual TM 5-237 (Surveying Computer's Manual)*, Headquarters, Department of the Army, Washington, 1964.
- [6] Brazeal R, Issues with Extending a UTM Zone, Pasadena: Caltech Surveys Ltd; 2016. [https://www.researchgate.net/publication/317847985\\_Issues\\_with\\_Extending\\_a\\_UTM\\_Zone](https://www.researchgate.net/publication/317847985_Issues_with_Extending_a_UTM_Zone) (Pristupljeno 26. 11. 2023)

## SUMMARY

### CONVERSION UTM COORDINATES BETWEEN ADJACENT ZONES

*This paper describes procedures for conversion UTM coordinates from one to another UTM zone, next to it (eastern or western). The procedure is based on the conversion of the rectangular coordinates of the given point into geographical ones, and then their conversion into also rectangular coordinates, but now in the desired (adjacent) zone.*

**Key Words:** *Coordinate conversion, Zone to Zone, UTM system, UTM zone, Transverse Mercator*