

Dr Gordana Radivojevic,
dipl. inž.
Institut „Mihajlo Pupin“,
Beograd

HEURISTICKI ALGORITAM ZA PROJEKTOVANJE RUTA VOZILA U TRANSPORTNOM SISTEMU „NAZOVI VOŽNJU“

UDC: 519.857 : 656.022.1/5

Rezime:

Transportni sistem „Nazovi vožnju“ (Dial-a-Ride) oblik je prevoza u kojem prevozilac poseduje vozni park i realizuje prevoz na relacijama i u vreme kako to zahtevaju korisnici. Osnovni problem organizatora poveza je definisanje ruta i reda vožnje saobraćajnih sredstava, tako da se realizuje skup zahteva za prevoz. U radu je opisan heuristicki algoritam za projektovanje ruta i redova vožnje saobraćajnih sredstava za statički slučaj transportnog sistema „Nazovi vožnju“. Razvijeni heuristicki algoritam ima mogućnost primene u konkretnim uslovima.

Ključne reci: heuristicki algoritam, projektovanje ruta vozila, dinamicko programiranje.

HEURISTIC ALGORITHM FOR STATIC DIAL-A-RIDE PROBLEM

Summary:

Dial-a-Ride system is a way of transport in which a transporter owns a fleet and realizes transport when and where customers ask for it. Different versions of this type of transportation are present in every day practice. The main problem here is route design and scheduling to realize the set of transport requests. In this paper it is described a heuristic algorithm for route design and scheduling for the static Dial-a-Ride problem. The developed algorithm can be applied in real situations.

Key words: heuristic algorithm, vehicle route design, dynamic programming.

Uvod

Razlicite varijante ovog transportnog sistema „Nazovi vožnju“ (Dial-a-Ride) postoje u svakodnevnoj praksi: prevoz starih i bolesnih lica, prevoz u oblastima sa malom gustinom naseljenosti, gde ne postoji javni gradski prevoz, razliciti oblici prevoza u gradskim komunalnim službama, prevoz zaposlenih u velikim poslovnim sistemima, i dr. Pri rešavanju problema projektovanja ruta i redova vožnje mogu se definisati statički i dinamicki slučaj. Statički slučaj podrazumeva da su skup zahteva za prevozom

i podaci o saobraćajnim sredstvima unapred poznati. Tada se rute red vožnje projektuju za neki buduci period sa poznatim parametrima transportnog procesa. Dinamicki slučaj podrazumeva rešavanje problema projektovanja ruta i reda vožnje saobraćajnih sredstava u realnom vremenu.

Postupak projektovanja ruta i reda vožnje predstavlja kombinatorni zadatak, jer iz skupa razlicitih kombinacija opsluge zahteva treba izabratи onu kombinaciju koja u najvećoj meri odgovara postavljеним ciljevima [6, 5]. Prevozilac najčešće želi da svojim prevoznim kapacite-

tima realizuje što veci broj zahteva, odnosno, da ostvari što veci prihod. Projektovanje ruta i reda vožnje saobracajnih sredstava podrazumeva raspoređivanje skupa zahteva za prevoz na skup raspoloživih vozila iz voznog parka, i definisanje tacnih vremenskih momenata pocetka i završetka svakog zahteva.

Problemi projektovanja ruta i reda vožnje mogu se rešavati primenom optimizacionih tehnika ili heuristickih algoritama. Optimizacione tehnike, koje se najčešće koriste, je su dinamicko programiranje i metoda grananja i ogranicavanja. Primena optimizacionih metoda omogućava dobijanje najboljeg rešenja, sa aspekta definisanih kriterijuma. U praksi je primena optimizacionih metoda ogranicena dimenzijama problema koji se rešava. Sa njihovim porastom (broja cvorova transportne mreže i broja zahteva za prevoz), znatno se povecava vreme rada računara, pa primena ovih metoda nije uvek moguća. Zato se veliki broj problema u oblasti projektovanja ruta i redova vožnje rešava primenom razlicitih heuristickih algoritama [4, 3]. Heuristicki algoritmi mogu se primeniti za rešavanje problema velikih dimenzija i veoma brzo se izvršavaju. Dobijena rešenja nisu optimalna, ali su veoma bliska optimalnim. U praksi ne postoji pravilo o primeni ovih metoda. Primena heuristickih algoritama ili optimizacionih metoda zavisi od konkretnog problema koji se rešava.

Cilj ovoga rada je rešavanje problema projektovanja ruta i redova vožnje za staticki slučaj sistema Dial-a-Ride. U radu je prikazan heuristicki algoritam za projektovanje ruta i reda vožnje, koji se u jednom koraku zasniva na primeni metode dinamic kog programiranja.

Opis problema

Transportni sistem „Nazovi vožnju“ (Dial-a-ride) je oblik prevoza u kome prevozilac poseduje vozni park, kojim obavlja prevoz putnika na određenom području – transportnoj mreži. Prevoz se realizuje na relacijama i u vreme kako to zahtevaju putnici. Osnovni cilj prevozilaca je opsluživanje skupa zahteva za prevozom u određenom periodu. Projektovanje ruta i redova vožnje podrazumeva raspoređivanje vozila iz voznog parka na skup zahteva za prevozom.

Razlicite varijante transportnog sistema „Nazovi vožnju“ moguće je klasifikovati prema osnovnim karakteristikama transportnog sistema [1]: broj vozila u voznom parku, kapacitet vozila, struktura voznog parka, broj depoa na transportnoj mreži, vremenske karakteristike zahteva za prevoz, kriterijumi projektovanja ruta, ogranicenja u sistemu, staticka i dinamicka varijanta problema i dr. Nacin rešavanja problema projektovanja ruta i reda vožnje zavisi od navedenih karakteristika sistema.

U ovom radu posmatra se staticki slučaj transportnog sistema „Nazovi vožnju“. Prevozilac – organizator prevoza svojim voznim parkom obavlja prevoz na teritoriji grada. Zahtevi za prevoz evidentiraju se telefonom u dispečerskom centru prevozioca, a prikupljuju se dan ranije. Na kraju radnog dana projektuju se rute i red vožnje vozila za sledeći dan. Pri tome se uzimaju u obzir svi evidentirani zahtevi za prevoz i sva raspoloživa vozila iz voznog parka.

Zahtevi za prevoz realizuju se na određenoj transportnoj mreži. Transportna mreža je gradsko područje, koje se sastoji od

skupa cvorova – gradskih raskrsnica, i skupa ulica, koje povezuju te cvorove. Osnovne karakteristike transportne mreže su:

M – broj cvorova na mreži,

X_p, Y_p – koordinate cvora p na mreži,

D_{pq} – rastojanje između cvorova p i q ,

TT_{pq} – vreme putovanja između cvorova p i q .

Prevozilac poseduje homogen vozni park, koji se sastoji od N vozila. Kapacitet vozila je je dan putnik. Na transportnoj mreži postoji je dan depo, lociran u cvoru D . Dozvoljeno radno vreme vozila je R i projektovane rute vozila moraju zadovoljavati ogranicenje radnog vremena. Vozila su na pocetku radnog dana u depou, odatle odlaže na realizaciju svojih ruta, a na kraju rada ponovo se vraćaju u depo. Jedno vozilo u toku dana realizuje više zahteva za prevoz, iz depoa odlaže do mesta pocetka prvog zahteva, opslužuje ga na zadatoj relaciji, zatim odlaže do mesta pocetka sledećeg zahteva, opslužuje ga, itd. Posle opsluge poslednjeg zahteva na svojoj ruti vozilo se vraća u depo.

Pod zahtevom za prevoz podrazumeva se prevoz jednog putnika na određenoj relaciji i u određeno vreme. Korisnik prijava vljuje prevoziocu zahtev za prevoz (i) i nje gove osnovne karakteristike:

i^+ – cvor početka opsluge zahteva (i),

i^- – cvor završetka opsluge zahteva (i),

DPT_i – vreme početka opsluge zahteva (i).

Zahtev za prevoz opisan je željnim vremenom početka opsluge. Vreme DPT_i predstavlja vremenski momenat kada mora poceti prevoz putnika na željenoj relaciji. Na osnovu najkraceg vremena putovanja na mreži, za svaki zahtev (i) izračunava se vreme trajanja opsluge DTT_i , tj. vreme direktnog putovanja na relaciji od

i^+ do i^- . Vremenski moment završetka opsluge je DDT_i , a odreduje se kao:

$$DDT_i = DPT_i + DTT_i \quad (1)$$

Vremenski momenti početka i završetka svakog zahteva ne mogu se menjati u odnosu na zadate vrednosti. Postupak projektovanja ruta i reda vožnje treba da obezbedi raspodelu skupa zahteva na skup raspoloživih vozila i za svako vozilo definisanje redosleda opsluge dodeljenih zahteva.

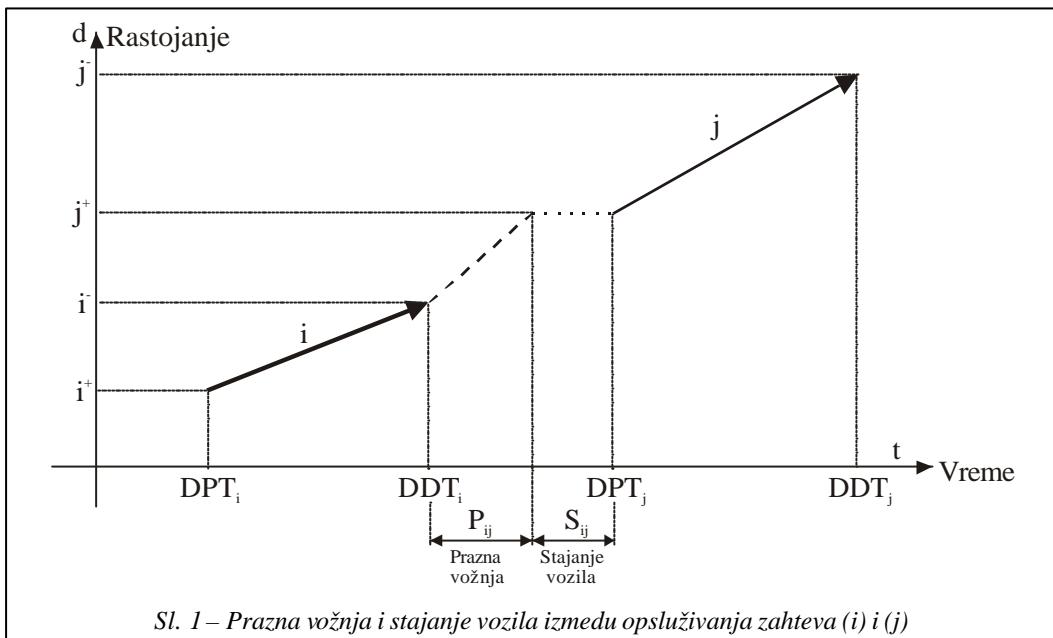
U ovom radu odredeni su kriterijumi projektovanja ruta i reda vožnje [10]: vreme trajanja praznih vožnji, vreme cekanja vozila na početak realizacije sledećeg zahteva na ruti.

Pod praznom vožnjom podrazumeva se vreme potrebno da vozilo dode od mesta završetka prethodnog zahteva do mesta početka sledećeg zahteva na ruti. Stanjanje – cekanje vozila je period kada vozilo stoji u mestu početka zahteva, cekajući momenat početka nje gove realizacije.

Povezivanjem zahteva (i) i (j) u rutu jednog vozila ostvaruju se uštede u ukupnom predenom putu i u predenom putu bez putnika (prazne vožnje). Da bi se zahtevi mogli realizovati istim vozilom potrebno je da bude ispunjen uslov:

$$DPT_j \geq DDT_i + TT_{i-j^+} \quad (2)$$

gde je TT_{i-j^+} vreme putovanja od završetka zahteva (i) do početka zahteva (j). Zahtevi (i) i (j) mogu se spojiti u jednu rutu ako je vremenski moguce da vozilo posle realizacije zahteva (i) dode od cvora i^- do cvora j^+ pre za datog vremena početka realizacije zahteva (j) – DPT_j . Spajanjem zahteva u jednu rutu ostvaruju se uštede u predenom putu, jer se vozilo ne vraća u depo posle realizacije svakog zahteva.



Kada se istim vozilom realizuje više zahteva korisnika za prevozom, dolazi do praznih vožnji i stajanja – cekanja vozila na pocetak realizacije sledećeg zahteva na ruti. Na slici 1 prikazani su prazna vožnja i stajanje vozila između zahteva (i) i (j).

Funkcija cilja pri projektovanju ruta i reda vožnje vozila je ukupno vreme trajanja praznih vožnji i stajanja vozila. Prema slici 1, vreme trajanja prazne vožnje (P_{ij}) pri realizaciji zahteva (i) i (j) je:

$$P_{ij} = TT_{i:j^+} \quad (3)$$

a vreme stajanja S_{ij} je:

$$S_{ij} = DPT_j - DDT_i - TT_{i:j^+} \quad (4)$$

Ukupno vreme trajanja prazne vožnje i stajanja vozila pri realizaciji zahteva (i) i (j) je:

$$P_{ij} + S_{ij} = DPT_j - DDT_i \quad (5)$$

U ovom radu se, pri projektovanju ruta i reda vožnje, teži minimiziranju ukupnog vremena trajanja praznih vožnji i stajanja vozila, a funkcija cilja je:

$$F = \sum_{i=1}^Z \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^Z (DPT_j - DDT_i) \quad (6)$$

$$\text{DPT}_j \geq DDT_i + TT_j$$

Heuristički algoritam

Algoritam za rešavanje problema projektovanja ruta zasniva se na primeni optimizacione metode dinamičkog programiranja. Algoritam se sastoji od sledećih koraka [10]:

- korak 1: priprema podataka iz skupa ulaznih velicina,
- korak 2: primena dinamičkog programiranja i generisanje skupa ruta,

– korak 3: analiza karakteristika dobijenih ruta vozila.

Korak 1: priprema podataka iz skupa ulaznih velicina

Ulažne velicine obuhvataju podatke o transportnoj mreži, podatke o voznom parku i podatke o zahtevima za prevoz. Pre primene postupka projektovanja ruta i reda vožnje neophodno je ažurirati podatke o svim raspoloživim vozilima i o skupu evidentiranih zahteva za prevozom.

Korak 2: primena dinamic kog programiranja i generisanje skupa ruta

Ruta vozila se projektuje radi primene dinamic kog programiranja. Pri dodeljivanju zahteva vozilu vodi se racuna o uslovima spajanja dva zahteva u jednu rutu i o ogranicenju radnog vremena vozila. Od skupa od Z evidentiranih zahteva za prevoz formira se mreža za primenu dinamic kog programiranja. Primer ovako definisane mreže prikazan je na slici 2.

Osnovne karakteristike mreže za primenu dinamic kog programiranja su:

- cvorovi mreže su zahtevi za prevoz, koje treba obaviti;
- cvorovi na mreži grupisani su u etape, gde svaka etapa predstavlja redni broj zahteva na ruti jednog vozila;
- mreža se sastoji od $(Z + 1)$ etape, gde je Z broj evidentiranih zahteva za prevoz;
- u nultoj etapi nalazi se cvor D, koji predstavlja depo voznog parka, od kog se polazi u postupku projektovanja ruta;
- u prvoj i svakoj sledećoj etapi nalaze se svi cvorovi – zahtevi za prevoz.

Grane na mreži povezuju cvorove u dve susedne etape. Između bilo koja dva cvora (i) i (j) , koji pripadaju susednim etapama $(z-1)$ i (z) i zadovoljavaju uslov $i \neq j$, uvek postoji grana koja ih spaja. Na mreži mogu postojati „prave grane“ i „veštacke grane“. „Prava grana“ spaja cvor (i) u etapi $(z-1)$ i cvor (j) u etapi (z) , ako je moguce istim vozilom realizovati zahtev (i) , pa zahtev (j) , tj. ako je ispunjen uslov:

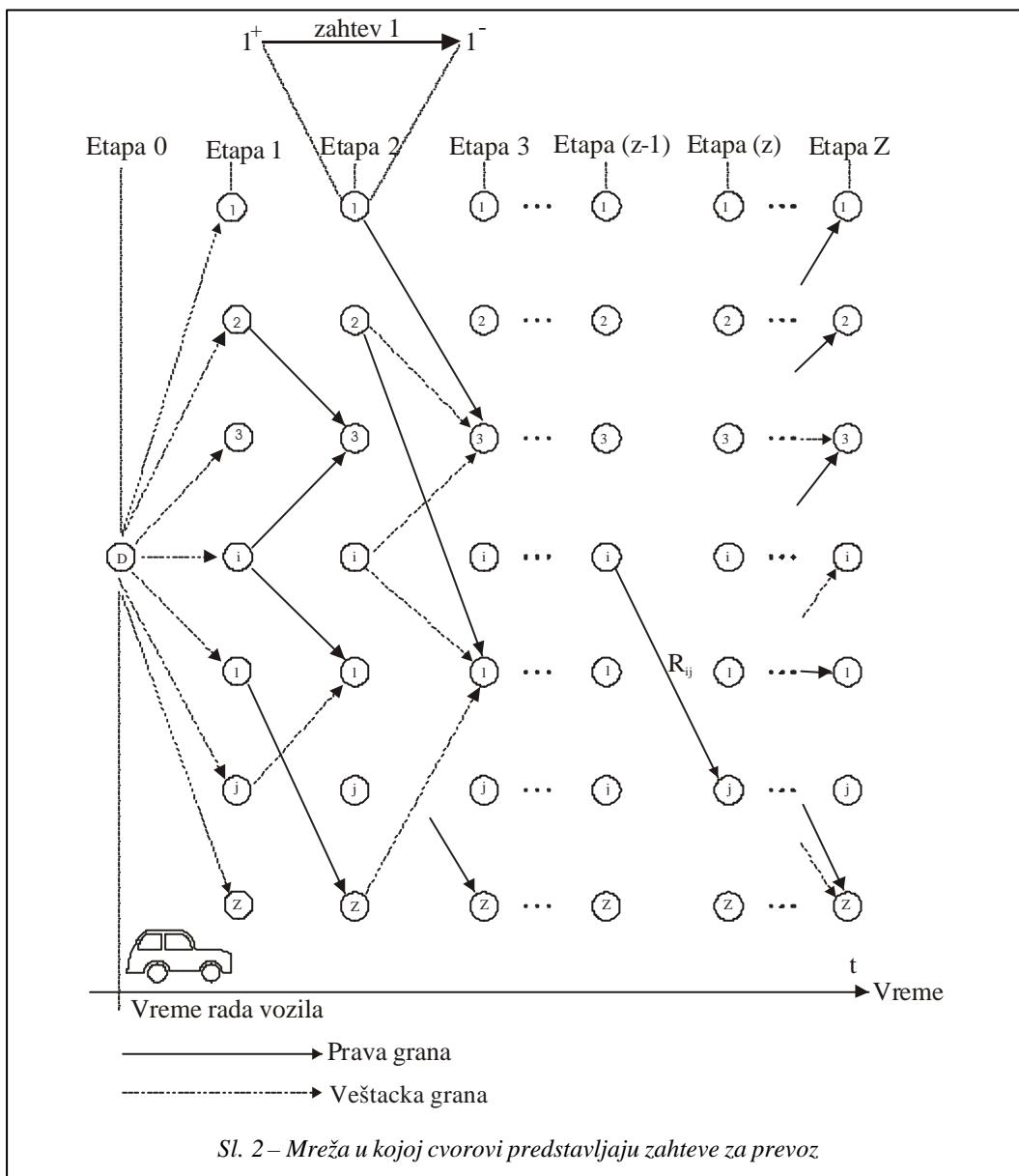
$$DPT_j \geq DDT_i + TT_{i:j+} \quad (7)$$

Dužina „prave grane“ jednaka je zbiru vremena trajanja prazne vožnje između zahteva (i) i (j) , vremena stajanja vozila do početka zahteva (j) i vremena trajanja realizacije zahteva (j) . Dužina „prave grane“ je R_{ij} i odreduje se kao:

$$R_{ij} = DPT_j - DDT_i + DTT_j \quad (8)$$

Ako zahtevi (i) i (j) ne zadovoljavaju uslov (7), tj. ako se zahtev (j) ne može realizovati istim vozilom posle zahteva (i) , tada između cvora (i) u etapi $(z-1)$ i cvora (j) u etapi (z) postoji „veštacka grana“. Postojanje „veštacke grane“ između cvorova (i) i (j) , znači da je (i) poslednji zahtev na ruti jednog vozila, a da se za realizaciju zahteva (j) uvodi novo vozilo iz depoa. Dužina „veštacke grane“ predstavlja zbir vremena trajanja vožnje od depoa do mesta početka zahteva (j) i vremena trajanja realizacije zahteva (j) . Dužina „veštacke grane“ između cvorova (i) i (j) je R_{ij} i izračunava se kao:

$$R_{ij} = Q + TT_{Dj+} + DTT_j \quad (9)$$



Konstanta Q ima veoma veliku vrednost (1,000.000) i označava angažovanje novog vozila iz depoa. Kada u poslednjoj etapi projektovanja ruta na mreži dinamičkog programiranja dobije vrednost funkcije cilja, tada cifra na poziciji miliona označava broj vozila neophodnih

za realizaciju svih zahteva. Grane koje spajaju cvor D u nultoj etapi i sve cvorove u prvoj etapi su „veštacke grane“, jer se u prvom koraku za svaki zahtev angažuje vozilo iz depoa. Na sva koj sledećoj etapi definisanje grana između bilo koja dva cvora radi se prema uslovu (7).

Na ova ko definisanoj mreži potrebno je pronaci puteve najmanje ukupne dužine, koji prolaze kroz sve cvorove mreže. Relacije dinamic kog programiranja su:

$$F_0(0) = 0 \quad (10)$$

$$F_z(j) = \min_{\text{Dopustive grane (i,j)}} \{ F_{z-1}(i) + R_{ij} \} \quad z = 1, 2, \dots, Z \quad (11)$$

gde je:

z – etapa,

j – cvor u (z)-oj etapi,

i – cvor u ($z-1$)-oj etapi,

$F_z(j)$ – dužina najkraceg puta do cvora (j) u (z)-oj etapi,

$F_{z-1}(i)$ – dužina najkraceg puta do cvora (i), u ($z-1$)-oj etapi,

R_{ij} – dužina grane izmedu cvora (i) u ($z-1$)-oj etapi i cvora (j) u (z)-oj etapi.

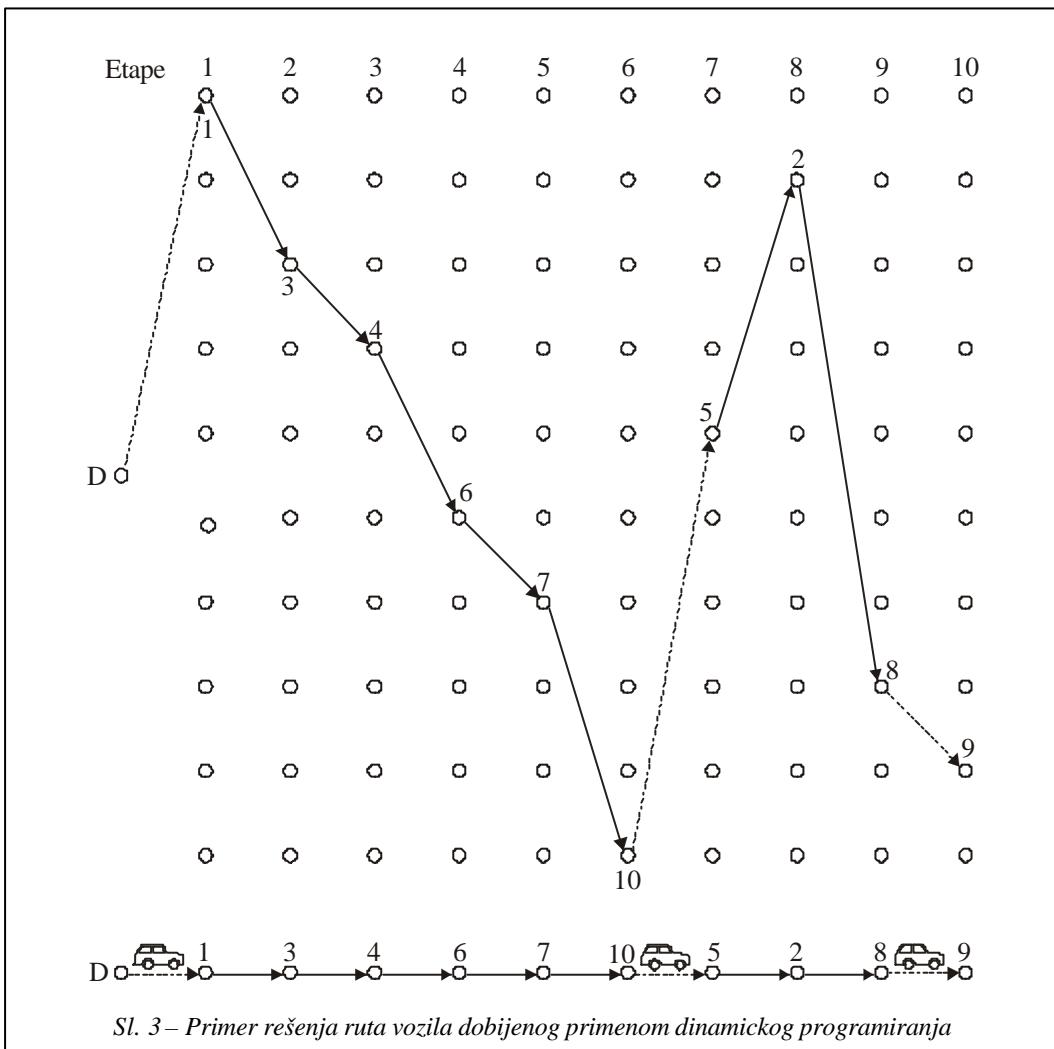
Relacije dinamic kog programiranja omogucavaju određivanje najkraceg puta od pocetnog cvora do nekog cvora u (z)-oj etapi. Pronadeni najkraci put do cvora (j) u (z)-oj etapi može da sadrži prave grane i veštacke grane. Postojanje veštacke grane na najkracem putu ukaže na angažovanje novog vozila kojim se realizuje zahtev. Pri uključivanju cvora (j) u najkraci put potrebno je proveriti ogranicenja u pogledu dozvoljenog radnog vremena vozila R . Ako ova ogranicenja nisu zadovoljena, umesto „prave grane“ uvodi se „veštacka grana“ do cvora (j), tj. novo vozilo iz depoa za realizaciju zahteva (j). Pri uključivanju cvora (j) u najkraci put potrebno je proveriti da li je on u nekoj prethodnoj etapi bio uključen. Nijedan cvor se ne može dva puta uključiti u najkraci put. Vrednost funkcije cilja $F_z(j)$ predstavlja ukupno vreme

trajanja realizacije svih zahteva, zaključno sa zahtevom (j) na (z)-oj etapi. Postupak dinamic kog programiranja se završava kada su svi cvorovi uključeni u najkraci put.

Kao izlazni rezultat dinamic kog programiranja dobija se jedna velika ruta za koju je vrednost definisane funkcije cilja minimalna. Na slici 3 prikazan je jedan primer rešenja dobijenog prime nom izloženog postupka projektovanja ruta vozila. Dobijeno rešenje predstavlja skup ruta, kojima se realizuje skup od 10 evidentiranih zahteva za prevoz.

Korak 3: analiza karakteristika dobijenih ruta vozila

Primenom dinamic kog programiranja dobija se rešenje – jedna velika ruta, koja predstavlja skup pojedinačnih ruta vozila. Na mestima postojanja „veštackih grana“ velika ruta se deli na deonice. Jedna deonica predstavlja rutu jednog vozila sa skupom dodeljениh zahteva, koje to vozilo realizuje. Rešenje obuhvata skup ruta vozila kojima se realizuju svi evidentirani zahtevi. U ovom koraku predvideno je da dispecer proveri projektovane rute svih vozila i na osnovu svog znanja, iskustva i intuicije une se eventualne korekcije. Korekcije dispecera mogu biti promene termina nekih zahteva za prevoz, koje u znatnoj meri mogu da poboljšaju kvalitet dobijenih rešenja. Posle ovih korekcija ide se ponovo na korak 1 algoritma. Postupak korekcija i projektovanja ruta može da se izraduje iz više iteracija. Na kraju se dobija konacan skup ruta i red vožnje vozila za sve evidentirane zahteve za prevoz. Za rute vozila definisani su razliciti pokazateli, koji omogucavaju kompletну analizu rada voznog parka.



Numericki primeri

Prema opisanom heuristickom algoritmu razvijen je softverski paket, koji omogucava njegovo testiranje u konkretnim uslovima rada [10]. Transportna mreža je definisana na slučajan nacin i sastoji se od 13 cvorova. Maksimalno rastojanje na mreži iznosi 16,7 km. Vozni park prevozioca je homogen i sastoji se od 20 vozila. Dozvoljeno radno vreme

vozila je 8 casova, a prosečna brzina vozila na mreži 40 km/h. Testiranje je urađeno za razlicite skupove zahteva za prevoz: 80, 100 i 120 zahteva u toku dana.

U tabeli 1 prikazan je skup dobijenih ruta vozila za 80 zahteva za prevoz. U tabeli je za svako angažovano vozilo dat skup zahteva, koje vozilo realizuje u toku dana. Ovde su prikazane rute dobijene jednim prolaskom kroz algoritam, bez dodatnih korekcija dispečera.

Tabela 1
Projektovane rute vozila

Vozilo	Zahtevi za prevoz
1	16 17 23 25 34 35 36 38 39 42 43 45 47 50 51 57
2	3 6 8 9 12 13 15 18 24 27 33 37
3	2 1 4 7 11 10 14 22 28 30
4	20 26 40 44 49 52 58 63 66
5	41 46 54 55 62 70 76 77
6	48 56 59 67 74 78
7	53 60 61 68 71 79
8	65 69 72 80
9	5 19 29
10	31 64 73
11	21
12	75
13	32

Na osnovu projektovanih ruta dobijaju se pokazatelji rada voznog parka, prikazani u tabeli 2.

Pokazatelji rada voznog parka

Vozilo	Broj zahteva	Ukupan put (km)	„Pun put“ (%)	„Prazan put“ (%)	Ukupno vreme (min)	„Pune vožnje“ (%)	„Prazne vožnje“ (%)	Vreme cekanja (%)
1	16	207.74	55	45	472.47	36	29	35
2	12	211.08	47	53	488.48	30	34	36
3	10	122.77	64	36	437.93	26	15	59
4	9	150.59	56	44	487.84	25	20	55
5	8	179.74	50	50	388.24	34	34	32
6	6	97.76	63	37	251.92	36	21	43
7	6	100.83	48	52	256.23	28	30	42
8	4	74.73	48	52	208.74	25	27	48
9	3	67.34	50	50	357.18	14	14	72
10	3	59.62	51	49	488.75	9	8	83
11	1	24.00	33	67	36.00	34	66	0
12	1	14.00	50	50	21.00	50	50	0
13	1	27.54	33	67	41.30	33	67	0

Analiza dobijenih pokazatelja za prime re sa 80, 100 i 120 zahteva za prevoz ukazuju na sledeće [10]:

– primenom razvijenog heuristic kog algoritma dobija se skup ruta vozila, koji obezbeduje realizaciju svih evidentiranih zahteva za prevoz;

– dobijene rute vozila su najbolje sa aspekta definisane funkcije cilja: minimizacija trajanja praznih vožnji i cekanja vozila, uz poštovanje svih prisutnih ogranicenja;

– u razlicitim primerima (80, 100 i 120 zahteva) predeni put sa putnicima je 50% do 51%, a predeni put bez putnika 49% do 50% ukupnog predenog puta;

– ucešće predenog puta bez putnika je veliko, jer se svi zahtevi za prevoz realizuju na direktnim relacijama od izvora do cilja kretanja (kapacitet vozila je jedan putnik);

– vreme rada vozila obuhvata: vreme vožnji sa putnicima (26% do 32%), vreme vožnji bez putnika (24% do 26%) i vreme cekanja vozila (42% do 50%);

Tabela 2

– zahtevi za prevoz realizuju se u momentima koje zadaju korisnici, tako da ne postoji kašnjenje zahteva vec cekanje vozila na pocetak realizacije zahteva. Cekanje je zaступljeno u svim primerima sa ucešćem od 42% do 50%.

Razvijeni heuristicki algoritam i softverski paket obezbeduju primenu u konkretnim uslovima. Dobijeni skup ruta je najbolji sa aspekta definisane funkcije cilja. Nedostatak razvijenog algoritma su ogranicene dimenzije problema koji se rešava (najviše 125 zahteva za prevoz).

Zaključak

U radu je opisan heuristički algoritam za projektovanje ruta vozila u transportnom sistemu „Nazovi vožnju“ (Dial-a-Ride), koji ima veliku primenu u praksi. U razvijenim zemljama Evrope i Amerike postoje prevoznici koji prevoze razlike kategorije putnika po principima Dial-a-Ride. Prevoz robe i putnika u razlicitim poslovnim sistemima pripada ovoj grupi prevoza.

Opisani heuristički algoritam se, u jednom koraku, zasniva na metodi dinamičko programiranje, što, sa jedne strane, doprinosi kvalitetu dobijenih rešenja. Realizovanja testiranja na velikom broju primera ukažuju na dobijanje kvalitetnih rešenja u konkretnoj primeni. Sa druge strane, osnovni nedostatak razvijenog algoritma je su ogranicene dimenzije problema, koji se rešava, što je upravo posledica primene optimizacione metode. Ovako definisan heuristički algoritam predstavlja dobru osnovu za razvoj sistema za podršku odlucivanju, jer dozvoljava da dispeseri koriguju dobijena rešenja, kao i za projektovanje ruta vozila

kroz više iteracija. Uz dodatne modifikacije (kapacitet vozila >1 , postojanje vremenskih intervala, dodatna ogranicenja u sistemu, i dr.) predloženi algoritam se može primeniti i za rešavanje sličnih klasa ruting-problema.

Literatura:

- [1] Bodin, L.; Golden, B.: Classification in vehicle routing and scheduling, Networks, 11, 97–108 (1981).
- [2] Desrosiers, J.; Dumas, Y.; Soumis, F.: A Dynamic Programming Solution of the Large-Scale Single-Vehicle Dial-a-ride Problem with Time Windows, The American Journal of Mathematical and Management Science, 6, 301–325 (1986).
- [3] Laporte, G.; Louveaux, F.; Mercure, H., The Vehicle Routing Problem with Stochastic Travel Times, Transportation Science, 26, 161–170 (1992).
- [4] Lenstra, J.; Rinnooy Kan, A.: Complexity of vehicle routing and scheduling problems, Networks, 11, 221–227 (1981).
- [5] Magnanti, T.: Combinatorial Optimization and Vehicle Fleet Planning: Perspectives and Prospects, Networks, 11, 179–214 (1981).
- [6] Muller-Merbach, H.: Heuristic Procedures for solving Combinatorial Optimization Problems in Transportation, Transportation Research, 8, 377–378 (1976).
- [7] Psaraftis, H.: A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem, Transportation Science, 2, 130–154 (1980).
- [8] Psaraftis, H.: Scheduling Large-Scale Advance-request Dial-a-ride Systems, American Journal of Mathematical and Management Science, 6, 327–367 (1986).
- [9] Radivojević, G.: Multidisciplinary approach to optimization of bus scheduling with time windows, Center for multidisciplinary studies, Magistralni rad, Beograd (1992).
- [10] Radivojević, G.: Fazi sistemi za projektovanje ruta saobraćajnih sredstava, Saobracajni fakultet, Doktorska disertacija, Beograd (2002).