Uvod

Jedan od glavnih pravaca razvoja teorije eksploatacije tehničkih sredstava je upravljanje eksploatacijom [1]. U današnje vreme primenjuju se tri načina eksploatacije: eksploatacija po resursu, eksploatacija po stanju i eksploatacija po nivou pouzdanosti [2].

Razvoj opšte teorije sistema, teorije estimacije stanja i teorije optimalnog upravljanja po nepotpunim podacima, svojim metodima je u znatnoj meri obogatio izučavanje i rezultate u oblasti teorije eksploatacije tehničkih sredstava. Otuda je sve izraženija potreba da specijalisti iz teorije eksploatacije i pouzdanosti sistema budu upoznati sa osnovama navedenih disciplina savremene teorije upravljanja sistemima.

Po definiciji, eksploatacija je svrshodna delatnost grupe ljudi čiji je cilj primena, tehničko rukovanje, popravke, čuvanje i transport tehničkih sredstava, čime se obezbeđuje njihovo uspešno korišćenje u namenske svrhe [1]. Predmet ovog rada je prikaz teoretskih osnova disciplina na kojima je zasnovana eksploatacija tehničkih sredstava po stanju. Sam po sebi sistem eksploatacije po stanju predstavlja jedan od najperspektivnijih i najekonomičnijih načina upravljanja eksploatacijom.

Preduslov primene eksploatacije po stanju je postojanje efektivnih i pouz-

danih sredstava kontrole, na osnovu čijih rezultata se donose odluke o programu upravljanja eksploatacijom. Program eksploatacije obuhvata definisanje obima i periodičnosti različitih vidova održavanja, obim i periodičnost kontrole stanja i načina dovođenja tehničkog sredstva u ispravno stanje. U osnovi eksploatacije po stanju nalazi se teorija estimacije sa prognoziranjem, teorija optimizacije stohastičkih sistema i teorija optimalnog upravljanja slučajnim procesima.

Posle upoznavanja sa osnovnim karakteristikama sistema eksploatacije, dat je pregled stohastičkih metoda prognoziranja pouzdanosti sa osnovnim teoretskim postavkama. U nastavku rada detaljno je prikazana optimalna eksploatacija vazduhoplovnih sistema po stanju, zasnovana na primeni metoda markovske teorije optimalne nelinearne filtracije u procesu estimacije tehničkog stanja. U primeru se razmatra eksploatacija vazduhoplovne opreme i prikazan je izbor strategije optimalnog upravljanja eksploatacijom.

Pouzdanost i tehnička eksploatacija vazduhoplovne tehnike

Jedan od osnovnih pokazatelja kvaliteta ma kog tehničkog uređaja je njegova pouzdanost, koja definiše i uslov-

ljava sistem eksploatacije. Zbog nedovoljne pouzdanosti, gubici na tehničko održavanje i remont savremenih tehničkih sredstava nekoliko puta su veći od cena njihove proizvodnje (npr. za avione do 5 puta) [2]. Sistem tehničke eksploatacije treba da obezbedi održavanje pouzdanosti na zadatom nivou u toku celokupnog veka eksploatacije tehničkog uređaja.

Teorija upravljanja eksploatacijom [1] kao centralni zadatak postavlja razradu programa održavanja tehničkog sredstva u pripravnosti za upotrebu. Taj program obuhvata: obim i periodičnost kontrole stanja, sadržaj i periodičnost različitih vidova tehničkog održavanja (profilaktički radovi) i organizaciju njihovog izvršavanja.

U današnje vreme primenjuju se tri vrste eksploatacije:

- eksploatacija po resursu,
- eksploatacija po stanju, i
- eksploatacija po nivou pouzdanosti.

Pri eksploataciji po resursu uređaj ili sistem eksploatiše se do pojave otkaza ili do ispunjavanja predviđenog resursa.

Sistem eksploatacije po resursu je ekonomski nepovoljan, jer se veličina resursa određuje na osnovu statističkih podataka i uvek je niža od dozvoljenog nivoa intenziteta otkaza, što dovodi do prevremenog skidanja iz eksploatacije potpuno radno sposobnih uređaja.

Progresivniji i ekonomski opravdani način eksploatacije je po stanju. Pri eksploataciji tehničkih sredstava (sistema, uređaja, blokova, itd.) po stanju, odluka o provođenju ovog ili onog vida održavanja donosi se na osnovu rezultata merenja i kontrole odgovarajućih parametara koji karakterišu rad i stanje tehničkih sredstava.

Za razliku od eksploatacije po resursu, kod eksploatacije po stanju ne određuje se granični resurs. Radi sprečavanja porasta intenziteta otkaza preko dozvoljenih granica provodi se kontro-

la stanja uređaja (kontinualno ili diskretno) i izvode se neophodni profilaktički radovi. Neophodan uslov primene eksploatacije po stanju jeste prisustvo pouzdanih i efektivnih sredstava kontrole tehničkog objekta koji omogućavaju kvalitetno određivanje tehničkog stanja uređaja bez njegovog demontiranja i skidanja sa vazduhoplova.

Eksploatacija po stanju obuhvata: kontinualnu kontrolu stanja ili kontrolu u rokovima određenim stanjem uređaja i kontrolu s provođenjem profilaktičkih radova definisanih tehničkim stanjem. Zamena tehničkog uređaja novim izvršava se u slučaju nemogućnosti ili neželishodnosti popravke [2].

Treći oblik eksploatacije koji se primenjuje u vazduhoplovstvu jeste sistem eksploatacije po nivou pouzdanosti. Pri eksploataciji po nivou pouzdanosti ne planiraju se nikakvi profilaktički radovi osim provere radne sposobnosti pred poletanje. Sistem eksploatacije po nivou pouzdanosti ima jedinstven program: zamena uređaja se izvodi samo posle otkaza. Zbog toga se po ovom sistemu mogu eksploatisati samo oni tehnički uređaji čiji otkaz ne dovodi do udesa ili neizvršenja zadataka [2].

Na taj način, procenom karakteristika pouzdanosti (intenziteta otkaza) tehničkog uređaja vazduhoplovne tehnike, dobija se mogućnost definisanja programa njegove tehničke eksploatacije u granicama navedenih sistema. Praksa pokazuje da se različiti tehnički uređaji, ugrađeni na vazduhoplovima, eksploatišu ili po resursu, ili po nivou pouzdanosti, ili po stanju. Nastoji se da se usavršavanjem konstrukcije i tehnologije poveća broj uređaja koji se eksploatišu progresivnijim metodima [2].

U nastavku rada upoznaćemo se sa teoretskim osnovama i postavkama sistema eksploatacije po stanju, odnosno sa statističkim metodama prognožiranja tehničkog stanja i pouzdanosti — ekstrapolacijom tehničkog stanja kao centralnim problemom realizacije eksploatacije po stanju.

Statistički model prognoziranja pouzdanosti

Kao što je poznato, sistem eksploatacije po stanju podrazumeva poznavanje stanja i prognoze budućeg stanja tehničkog objekta radi donošenja odluke o preduzimanju daljih koraka iz domena tehničkog održavanja. U tekstu koji sledi izložene su postavke problema estimacije stanja, odnosno postavka problema prognoziranja (ekstrapolacije) budućeg stanja tehničkog sredstva, kao i osnovni metodi njegovog rešavanja u okviru statističkog prilaza.

Zadatak prognoze formulišemo na sledeći način: stanje objekta, koje je okarakterisano parametrom X , mora biti u granicama dozvoljene oblasti, odnosno realizacije slučajnog procesa $X(t)$ moraju se nalaziti u granicama:

$$a < X(t) < b, \quad 0 \leq t \leq t_k \quad \dots (1)$$

Osnovni zadatak prognoze jeste da se proceni ostatak »vremena života« ΔT tehničkog sredstva, odnosno vreme za koje će uslov (1) biti ispunjen po završetku opservacija (merenja, kontrole) t_k . Traženi ostatak »života« tehničkog sredstva određujemo kao najmanji koren jednačine:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) - a &= 0 \\ \hat{x}(t) - b &= 0 \end{aligned} \quad \dots (2)$$

pri čemu je $\hat{x}(t)$ — procena stanja tehničkog sredstva nastala kao rezultat ekstrapolacije:

$$a < X(t) < b, \quad t_k \leq t \leq t_k + \tau \quad \dots (3)$$

Ovako postavljen problem prognoze (3) omogućava razlikovanje prognoze »vremena života« tehničkog sredstva (2) i prognozu tehničkog stanja, odnosno ekstrapolaciju budućih vrednosti realizacija slučajnog procesa [3].

Za matematičko opisivanje procesa promene parametara koji definišu stanje tehničkog sredstva mogu se koristiti matematički modeli slučajnog procesa sa nezavisnim ili zavisnim prirašta-

jem i modeli markovskog (polumarkovskog) slučajnog procesa. U daljim razmatranjima usvajamo model markovskog slučajnog procesa. Primena markovskih lanaca, kao matematičkog modela, svojstvena je vazduhoplovnoj tehnici [2]. S druge strane, procesi promene parametara zadovoljavaju uslove koji se mogu aproksimirati i markovskim procesima [4, 5].

Deterministički prilaz rešenja ekstrapolacije podrazumeva da se na osnovu poznatog procesa realizacije $X(t)$ može usvojiti hipoteza o budućem ponašanju. Sa porastom dužine intervala prognoze, rezultati dobijeni na ovaj način su sve netačniji, što i jeste najveći nedostatak ovog prilaza.

Kod statističkog prilaza u svojstvu apriornih podataka koristi se stohastički opis procesa $X(t)$. Prednost ovakvog prilaza je u tome što ekstrapolaciju rešavamo poznatim metodima teorije estimacije stanja i što »vreme života« ΔT tretiramo kao slučajnu veličinu koju možemo izračunati neposredno ili pomoću relacije (2), uz primenu aposterionog slučajnog procesa [3]:

$$\begin{aligned} x^{PS}(t) - a &= 0 \\ x^{PS}(t) - b &= 0 \end{aligned} \quad \dots (4)$$

I u jednom i u drugom slučaju prvo sa čime se susrećemo jeste ekstrapolacija slučajnog procesa, sa uzimanjem u obzir rezultata kontrole, posle čega sledi prognoza pouzdanosti — odnosno izračunavanje statističkih karakteristika ostatka »vremena života« ΔT . Razmotrimo problem ekstrapolacije slučajnih procesa.

U literaturi imamo dve osnovne postavke problema ekstrapolacije [3]. Prva je postavka Kolmogorova, po kojoj se određuje optimalna procena buduće vrednosti realizacije procesa prema poznatoj prošlosti:

$$\hat{x}(t_k + \tau) = H x(t), \quad t \leq t_k, \quad 0 \leq \tau < \infty \quad \dots (5)$$

gde je: H — operator ekstrapolacije izabran prema kriterijumu optimalnosti.

Kolmogorov je predložio linearnu ekstrapolaciju sa m koraka unapred, gde se izborom realnih koeficijenata a_s :

$$\hat{x}(i+m) = a_1 x(i+1) + a_2 x(i-2) + \dots + a_n x(i-m) \quad \dots (6)$$

obezbeđuje minimum srednjeg kvadrata greške aproksimacije. To je opšti kriterijum optimalnosti većine priznatih metoda. Suštinska prednost je u tome što omogućava analitičko rešenje zadatka u okvirima korelacione teorije.

Praktično istovetan u inženjerskom smislu, ali suštinski različit po matematičkom aparatu, jeste ekstrapolacioni metod Vinera. On razmatra procese u kontinualnom vremenu:

$$Z(t) = X(t) + N(t),$$

gde su $X(t)$ i $N(t)$ — respektivno, korisna komponenta i šum koji su stacionirani ergodični nekorelisani slučajni procesi sa različitim statističkim osobinama i zadatim korelacionim funkcijama. Tražena procena se dobija u obliku:

$$\hat{Z}(t+\alpha) = \int_0^\infty Z(t-\tau) W(\tau) d\tau \quad \dots (7)$$

gde je: $W(\tau)$ — kontinualna težinska funkcija filtra, definisana uslovom minimuma srednje kvadratne greške predikcije. Optimalna težinska funkcija filtra naziva se integralna jednačina Vinera-Hopfa I reda [3, 10].

Obe metode (Kolmogorova i Vinera) obezbeđuju rešenje zadatka prognoze tehničkog stanja kontrolisanog objekta relativno jednostavnim sredstvima. Nedostatak njihove primene je u ograničenosti na stacionarne slučajne procese. Ovo ograničenje onemogućava njihovu primenu u svojstvu osnovnog metoda prognoze u univerzalnim automatizovanim sistemima kontrole, jer karakter procesa starenja i podešavanja kontrolisanog tehničkog objekta obično je apriorno nepoznat [3].

Zahtev stacionarnosti slučajnih procesa ne postavlja se pri ekstrapola-

ciji pomoću filtra Kalman-Bjusi. Ovde se uzima proces:

$$Z(t) = H(t) \cdot X(t) + V(t) \quad \dots (8)$$

u kojem je ispitivani proces $X(t)$ definisan stohastičkom diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{d}{dt} X(t) = F(t) \cdot X(t) + G(t) \cdot N(t) \quad \dots (9)$$

Po rezultatima opservacija konkretne realizacije procesa $Z(t)$ u intervalu (t_0, t) treba proceniti buduću vrednost $x(t_1/t)$ procesa $X(t)$ na taj način da se minimizira srednji rizik:

$$C(W) = E\{X(t), \delta(t_1, t)\}^2 \quad \dots (10)$$

gde je: $X(t)$ — n -dimenzionalni proces koji opisuje promenu stanja sistema zadatog relacijom (9),

gde je:

$X(t)$	— n -dimenzionalni proces koji opisuje promenu stanja sistema zadatog relacijom (9),
$N(t)$	— ulazni m -dimenzionalni beli šum, m, n
$V(t)$	— beli šum greška merenja,
$F(t)$ i $G(t)$	— poznate matrice,
$H(t)$	— matrica $p \times n$ ($p \leq n$) koja opisuje proces opservacija,
$\{X(t), \delta(t_1, t)\}$	— linearna funkcija procesa $x(t)$,
$\delta(t_1, t) = x(t) - x(t_1/t)$	— odstupanje prognoze u trenutku t_1 od stvarne vrednosti ekstrapolirane realizacije.

Filter Kalman-Bjusi daje optimalni ekstrapolator, u kojem se u prvoj etapi izračunava optimalna procena tekuće vrednosti realizacije (rešava se zadatak filtracije), a u drugoj — ekstrapolirana vrednost $x(t_1/t)$ pomoću fundamentalne matrice [3, 7, 8, 10]. Kalmanov filter predstavlja jednokoračni prediktor. Uočimo da se prognoza formira samo na osnovu poslednje poznate vrednosti procesa bez uzimanja u obzir njegove predistorije. Postojanje posledica u realnim procesima starenja i podešavanja ograničava oblast primene filtra Kalman-Bjusi u zadacima prognoziranja tehničkog stanja i pouzdanosti [3].

U literaturi [5] izložene su osnove uslovne optimalne estimacije stanja i parametara nelinearnih stohastičkih sistema. Uslov jednostavnog izračunavanja procene matematički se može formulisati u vidu zahteva da dozvoljena procena zadovoljava diferencijalnu jednačinu:

$$\dot{Z}_1 = \alpha \cdot \xi \cdot (Z_1, X_1, t) + \beta \cdot \eta \cdot (Z_1, X_1, t) X + \gamma \quad \dots (11)$$

ili, u diskretnom slučaju, diferentnu jednačinu:

$$\dot{Z}_{n+1} = \delta_n \cdot \zeta_n \cdot (Z_n, X_n) + \gamma_n \quad \dots (12)$$

gde su:

ξ, η, ζ_n — zadate funkcije navedenih argumenata,

α, β, γ — proizvoljne funkcije vremena,

δ_n — proizvoljna matrica,

γ_n — proizvoljni vektori,

$X_n(t)$ — veličina jednaka $X_1(t) = \int X(\tau) d\tau$.

Zadatak estimacije stanja svodi se na određivanje optimalnih funkcija $\alpha = \alpha(t)$, $\beta = \beta(t)$ i $\gamma = \gamma(t)$ ili optimalnih matrica δ_n i vektora γ_n koji obezbeđuju minimum srednje kvadratne greške u svakom vremenskom trenutku ili t_n , pri čemu se funkcije ξ, η i ζ_n biraju proizvoljno.

Uslovna optimalna estimacija primenljiva je i za uslovnu optimalnu ekstrapolaciju. Optimalne vrednosti α, β i γ u jednačini (11) dobijaju se pomoću algoritama zavisnih od vremena ekstrapolacije T . Kao i kod estimacije, optimalne vrednosti se određuju unapred na osnovu apriornih podataka. Ekstrapolacija stanja po rezultatima merenja svodi se na integralne i diferencijalne jednačine (11), što je ostvarljivo u realnom vremenu na digitalnim računari-ma. Ova teorija daje mogućnost ekstrapolacije stanja linearnih i nelinearnih sistema sa nepoznatim parametrima sa istovremenom procenom tih stanja. Pored toga, moguća je istovremena ekstrapolacija stanja na nekoliko vremenskih intervala sa istovremenom procenom nepoznatih parametara [5].

Kako nijedan od predloženih metoda nije u dovoljnoj meri univerzalan i kako je za svaki vezano neko ograničenje, obično se predlaže metod određivanja uslovnog (aposteriornog) slučajnog procesa $x^{PS}(t)$ na osnovu kojeg se pomoću relacije (4) rešava problem ekstrapolacije. Univerzalan metod modeliranja aposteriornog slučajnog procesa, naročito kada su u pitanju procesi negausovskog i nemarkovskog tipa, ne postoji.

Široku primenu u zadacima prognoze stanja i pouzdanosti našli su linearni kanonički razvoji Pugačeva i Karunena-Loeva za predstavljanje aposteriornog slučajnog procesa [3, 6]. Ovde je reč o algoritmima transformacije slučajnog vektora u slučajni vektor sa nekoreliranim komponentama, odnosno ortogonalizaciji slučajnih vektora. Razlika navedenih linearnih kanoničkih razvoja je u formi operatora transformacije.

Modeliranjem aposteriornog slučajnog procesa linearnim kanoničkim razvojem Pugačeva dobijamo:

$$x(t) = m(t) + \sum_i V_i \varphi_i(t), \quad i = \overline{1, I} \quad \dots (13a)$$

gde je:

- $m(t)$ — matematičko očekivanje procesa,
 $\varphi_i(t)$ — deterministička funkcija,
 V_i — slučajni koeficijenti nekorelirani među sobom.

Prednosti ovako zadatog slučajnog procesa su višestruke: relacija (13a) važi za gotovo sve slučajne procese, diskretna predstava je pogodna za obradu na digitalnom računaru i nekoreliranost slučajnih koeficijenata V_i omogućava, pri modeliranju, upotrebu jednodimenzionalnih gustina verovatnoće [3].

Na osnovu kanoničkog razvoja (13a) možemo dobiti izraz za aposteriorni slučajni proces, poznavajući podatke kontrole. Matematičko očekivanje aposteriornog slučajnog procesa za proizvodnju broj $\mu \leq k < I$ momenta kontrole dato je relacijom [3]:

$$m^{(\mu)}(i) = m^{(\mu-1)}(i) + [x(\mu) - m^{(\mu-1)}(\mu)]\varphi_{\mu}(i) \quad \dots (13b)$$

pa je sam proces:

$$x^{(\mu)}(i) = m^{(\mu)}(i) + \sum_{v=\mu-I}^i V_v \varphi_v(i) \quad \dots (13c)$$

Razvoj Karunena-Loeva ima prednost nad kanoničkim razvojem Pugačeva kada je računar ograničenih mogućnosti. Kod njega treba manje memorije računara i on ne zahteva podatke kontrole u fiksiranim trenucima. Uslov optimalnosti razvoja formulišemo kao zahtev minimizacije matematičkog očeki-

vanja srednje kvadratne greške u zatvorenom intervalu. Otuda, kod njega, određujemo minimalan broj komponenti N , a da srednja kvadratna greška bude u granicama dozvoljene [3].

Stanje realnih tehničkih uređaja definisano je, po pravilu, sa nekoliko međusobno zavisnih parametara. Otuda veliki praktični značaj ima metod kanoničkog predstavljanja vektorskog aposteriornog procesa. Aposteriorni slučajni proces opisan je rekurentnim relacijama koje imaju formu kao i relacije (13b) i (13c), s tim što je uzeto u obzir da poznate vrednosti, u ovom slučaju, utiču na sve ostale komponente, što usložava izraze.

U daljem tekstu detaljnije ćemo se upoznati sa primenom markovske teorije optimalne nelinearne filtracije u realizaciji optimalne eksploatacije vazduhoplovnih sistema i uređaja po stanju sa uzimanjem u obzir greške merenja.

Optimalna eksploatacija vazduhoplovnih sistema po stanju primenom metoda markovske teorije optimalne nelinearne estimacije

Opšta strukturna šema sistema eksploatacije tehničkog sredstva po stanju predstavljena je na donjoj slici. Uvedene su sledeće oznake:

$x(t)$ — vektor čije su komponente parametri koji određuju tehničko

Sl. Opšta strukturna šema sistema eksploatacije tehničkog sredstva po stanju

stanje sredstva i neinformacioni parametri;

ξ_k — diskretne vrednosti vektora merenja $\xi(t)$. Komponente vektora $\xi(t)$ jesu izmerene vrednosti komponenata vektora $x(t)$ ili izmerene vrednosti determinisane funkcije $s[x(t), t]$;

x_k^* — vrednosti procena komponenti $x(t)$;

P_k — remontni ili preventivni radovi.

Komponente vektora $x(t)$, zbog delovanja različitih faktora (razdešavanje, starenja, slučajni poremećaji u obliku temperature, oscilacija, vibracija, itd.) slučajne su veličine. Vektor merenja $\xi(t)$ po pravilu, možemo predstaviti u obliku:

$$\xi(t) = s[x(t), t] + n(t) \quad \dots (14)$$

gde je:

$s[x(t), t]$ — deterministička vektor-funkcija koja odražava činjenicu da se parametri vektora $x(t)$ mere indirektno;

$n(t)$ — vektor aditivnih šumova merenja.

Na izlazu mernog sistema opserviraju se vrednosti uzoraka vektora merenja $\xi(t)$:

$$\xi_k = s_k + n_k \quad \dots (15)$$

gde je: $s_k = s(k) = s(x_k, t_k)$.

Sistem obrade namenjen je za filtraciju komponenata koje definišu tehničko stanje objekta, odnosno dobijanje tekuće procene vektora $x(t)$. Primetimo da u procesu donošenja odluke o strategiji upravljanja eksploatacijom tehničkog objekta ne koristimo rezultate merenja ξ_k , već odgovarajuće procene vektora stanja x . Na taj način povećavamo verodostojnost kontrole, jer smanjujemo verovatnoću pojave grešaka prve i druge vrste prilikom podešavanja.

Pri eksploataciji vazduhoplovnih sistema po stanju odluka o načinu odr-

žavanja donosi se na osnovu rezultata merenja (kontrole) odgovarajućih parametara koji karakterišu rad sistema. Priroda tih parametara može biti različita. Za uređaje vazduhoplovne opreme oni mogu biti: energetska (struja, napon, snaga), frekventno-vremenski i specijalni, koji karakterišu tehnička svojstva radio-sredstava (osetljivost, koeficijent modulacije, frekventna devijacija, itd.) [3, 4].

Vrednost kontrolisanih parametara u opštem slučaju određuje se u procesu merenja sa greškama. Greške merenja mogu biti velike i unositi veliku neodređenost u analizu tehničkog stanja uređaja. To je posebno izraženo kod indirektnog merenja parametara (npr. merenje snage radio-signalu predajnika). Prisustvo grešaka merenja može dovesti do pogrešnih odluka o izvršenju preventivnih ili remontnih radova. Zbog neodređenosti rezultata merenja, možemo smatrati da na kontrolisane parametre deluju aditivne i multiplikativne smetnje [4].

Pri kontroli tehničkog stanja uređaja mogu se primenjivati automatski i automatizovani sistemi kontrole, koji vrše merenje i proveru radne sposobnosti vazduhoplovne opreme.

Primena metoda optimalne linearne filtracije Kalmana i markovske teorije optimalne nelinearne filtracije omogućava formiranje optimalnih procena komponenti vektora stanja x u skladu sa izabranim kriterijumom za široku klasu procesa $x(t)$, $s[x(t), t]$ i $n(t)$. Zadatak nelinearne filtracije procesa $x(t)$, u problemu ekstrapolacije tehničkog stanja uređaja, kao dela prognoze budućeg stanja, formulišemo na sledeći način: sveukupnost parametara koji određuju tehničko stanje uređaja obrazuje vektor koji nazivamo vektor stanja. Vektor stanja $x(t)$ predstavlja kontinualni markovski proces koji zadovoljava jednačinu:

$$\frac{dx(t)}{dt} = a[x(t), t] + G(t)n_x(t), x(t_0) = x_0, t \geq t_0 \quad \dots (16)$$

gde je:

$a[x(t) t]$ — nelinearna funkcija argumenta;

$G(t)$ — poznata matrica dimenzija $(n \times m)$;

$n_x(t)$ — vektor formirajućih belih šumova.

Na taj način parametri koji određuju tehničko stanje uređaja predstavljani su komponentama mnogodimenzionalnih difuzionih markovskih procesa. Realni procesi često se mogu aproksimirati na dati način sa zahtevanom tačnošću [4, 5]. S druge strane, markovska teorija optimalne nelinearne filtracije omogućava da se uvođenjem neinformativnih parametara u vektor stanja, primenom teorije uslovnih markovskih procesa, učini da vektor stanja bude markovski difuzioni proces, iako sve njegove komponente nisu markovski procesi [8]. Zadatak estimacije u markovskoj teoriji svodi se na donošenje optimalne procene $x(t)$ na bazi obrade opserviranog (mernog) procesa.

U praksi se često sreće slučaj da je vektor stanja $x(t)$ gausovski markovski proces. Tada je:

$$a(x, t) = A(t) \cdot x(t) \quad \dots (17)$$

gde je: $A(t)$ koeficijent zanošenja. Neka je signal merenja dat relacijom $\xi(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_n(t)]$ i neka je $s(x, t)$ poznata nelinearna vektor-funkcija. Ako usvojimo da je:

$$s(x, t) = H(t) \cdot x(t) \quad \dots (18)$$

i ako je vektor šuma n_k slučajni gausovski niz sa nultim matematičkim očekivanjem i kovarijansom $N_k \delta_{kl}$ (kovarijansa označava da se sva merenja izvode u prisustvu šuma), tada optimalnu procenu vektora stanja x_k određujemo kao uslovno matematičko očekivanje aposteriorne gustine verovatnoće:

$$x_k^* = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x, t_k / \xi^k) \cdot \prod_{i=1}^n dx_i \quad \dots (19)$$

gde je:

$p(x, t_k / \xi^k)$ — aposteriorna gustina verovatnoće procesa $x(t)$,

$\xi^k = \{\xi_i, 1 \leq k\}$ — realizacija procesa $\xi(t)$ koja je opservirana na intervalu od t_0 do t .

Greška estimacije je definisana kao razlika između stvarne vrednosti vektora stanja i vrednosti procene u trenutku merenja:

$$\Delta x_k = x(t_k) - x_k^* \quad \dots (20)$$

Procena, definisana aposteriornim matematičkim očekivanjem (19), odgovara upotrebi kvadratne funkcije gubitaka i obezbeđuje minimum srednje kvadratne greške filtracije.

U skladu sa metodom markovske teorije optimalne nelinearne kontinualno-diskretne filtracije, uz gausovsku aproksimaciju aposteriorne gustine raspodele verovatnoće, pri ispunjenim uslovima (15) i (16) dobijamo relacije [4, 9].

a) Jednačine za optimalnu procenu i matricu drugim centralnih momenata na intervalu između merenja $[t_{k-1}, t]$ imaju oblik:

$$\frac{d}{dt} x^*(t) = a(x^*, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n K_{ij} \frac{\delta^2 t(x^*, t)}{\delta x_i \delta x_j} \quad \dots (21)$$

$$\frac{d}{dt} K(t) = K(t) F^T(a) + F(a) K(t) + G(t) u G^T(t) \quad \dots (22)$$

b) Jednačine za procenu i kovarijacionu matricu aposteriornih grešaka u trenucima merenja su:

$$x_k^* = X^*(t_k / t_{k-1}) + A_2 v_k \quad \dots (23)$$

$$K(t_k / t_k) = K(t_k / t_{k-1}) - K(t_k / t_{k-1}) \cdot M_1^T B_k^{-1} K(t_k / t_{k-1}) (t_k / t_{k-1}) \quad \dots (24)$$

U izrazima (21) do (24) usvojene su oznake:

$K(t)$ — kovarijaciona matrica aposteriornih grešaka definisana izrazom:

$$K(t) = E\{(x - x^*)(x - x^*)^T / \xi^t\}$$

$$F(a) = \begin{bmatrix} \frac{\delta a_1(x_1 t)}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta a_1(x_1 t)}{\delta x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\delta a_n(x_1 t)}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta a_n(x_1 t)}{\delta x_n} \end{bmatrix}_{x=x^*}$$

$$A_2 = K(t_k/t_{k-1}) M_1^T B_k^{-1}$$

$$[M_1]_{ij} = \left[\frac{\delta s}{\delta x_j} \right]_i = \frac{\delta s_i}{\delta x_j} \Big|_{x=x^*}$$

$$B_k = N_q + M_1 K(t_k/t_{k-1}) M_1^T + \frac{1}{2} B_3$$

$$v_k = \xi_k - s[x^*(t_k/t_{k-1}), t_k] - \frac{1}{2} B_2$$

$$[B_3]_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \frac{\delta^2 s_i}{\delta x_k \delta x_l} \dots \cdot K_{lp}$$

$$\frac{\delta^2 s_i}{\delta x_p \delta x_q} \Big|_{x=x^*}$$

$$[B_2]_{ij} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n K_{pq} \frac{\delta^2 s_i}{\delta x_p \delta x_q} \Big|_{x=x^*}$$

$$x^*(t_k/t_{k-1}) = E\{x_k / \xi^{k-1}\}$$

$$x_k^* = x^*(t_k/t_k) = E\{x_k / \xi^k\}$$

$$K(t_k/t_k) = E\{(x_k - x_k^*)(x_k - x_k^*)^T / \xi^k\}$$

E — simbol matematičkog očekivanja,

N_q — simetrična matrica intenziteta šumova dimenzija $(t \times p)$. Algoritam optimalne nelinearne filtracije (21) do (24) predstavlja kvazioptimalni algoritam, jer je za rešenje funkcije aposteriorne gustine verovatnoće primenjena gausovska aproksimacija. Ako je vektor stanja (17) gausovski, a signali (18) njegove linearne funkcije, tada se algoritam (21)...(24) transformiše u odgovarajuće relacije optimalne linearne estimacije Kalmana, [4, 7, 9].

Primer

Pokažimo na primeru vazduhoplovnog radio-elektronskog uređaja način realizacije eksploatacije po stanju.

Neka procena x^*_k uopštenog parametra $x(t)$, dobijena pomoću algoritma optimalne nelinearne filtracije (21)...(24), karakteriše rad nekog vazduhoplovnog uređaja i neka je promena uopštenog parametra $x(t)$ tehničkog stanja uređaja, u procesu eksploatacije, opisana markovskim slučajnim procesom.

Neka je dozvoljena oblast parametra x^*_k podeljena na F jednakih stanja i neka je prelaz iz jednog stanja u drugo zadat stacionarnom verovatnoćom prelaza q_{ij} , pri čemu je $i, j = 1, 2, \dots, F$. U početku eksploatacije i uvek posle podešavanja parametar se nalazi u prvom stanju. Sa povećanjem indeksa i, j , stanje parametra se pogoršava.

U datom slučaju razmatramo optimalno upravljanje stohastičkim sistemom sa diskretnim konačnim skupom stanja F i konačnim skupom upravljačkih dejstava (odluka, rešenja). Proces promene stanja razmatramo kao markovski lanac koji karakteriše matrica verovatnoće prelaza P_{ij} . Kako razmatramo kontrolabilan markovski lanac, to znači da svakom stanju stavljamo u korespondenciju skup mogućih odluka (rešenja) [6]. Opšti broj odluka je proizvod svih stanja i mogućih odluka i naziva se prostor politika [6]. Konkretno izbor odluke za svako stanje u k -tom trenutku je vektor izabranih odluka u trenutku k . To je tzv. vektor politike rešenja [6] (pravilo izbora [11]). Strategija upravljanja je niz vektora politika rešenja (pravila izbora). Strategija upravljanja je stacionarna ako im stalno iste vektore politika rešenja (pravila izbora) [6, 11].

Kvalitet funkcionisanja sistema zavisi od stanja procene x^*_k samog uređaja i izabrane odluke i karakteriše se slučajnom veličinom gubitaka [4, 11] ili dobitaka r_i^k [6].

Za upravljački sistem kažemo da je homogen, konačan, kontrolabilan markovski lanac, ako su ispunjeni uslovi [11]:

— da su gubici C statistički nezavisni od predistorije upravljanog procesa;

— da su gubici stacionarni u širem smislu, i da

— upravljani sistem ima svojstvo da se, pri stacionarnoj strategiji upravljanja, prelaz iz jednog u drugo stanje ostvaruje na isti način kao i kod homogenog markovskog lanca sa matricom verovatnoće prelaza:

$$P^l = [P_{ij}^l]_{i,j=1,F}$$

Ovde je reč o klasi lanaca $M(F, N)$, koji imaju F stanje i N mogućih odluka, kojom u trenutku t_k odgovara pravilo izbora odluke. Pravilo je jednoznačno određeno predistorijom procesa, [11].

Na osnovu navedenih uslova (prvog i trećeg), uslovna verovatnoća prelaza kontrolabilnog markovskog lanca u trenutku t_k data je izrazom:

$$\sum_{l=1}^n P_{ij}^l \cdot d_k^{il} \quad \dots (25)$$

gde je:

d_k^{il} — uslovna verovatnoća izbora odluke.

U slučaju stacionarne strategije upravljanja d , kontrolabilni markovski lanac postaje običan homogen markovski lanac sa matricom verovatnoće prelaza [11]:

$$P(d) = \left[\sum_{l=1}^n P_{ij}^l \cdot d_k^{il} \right]_{i,j=1,F} = \triangle [P_{ij}(d)]_{i,j=1,F} \quad \dots (26)$$

Struktura homogenog markovskog lanca određena je matricom verovatnoće prelaza $P(d)$, a određuje je stacionarna strategija upravljanja $\{d\}$.

Vratimo se našem primeru. Uvođenjem uslova da se stanje parametra pogoršava sa povećanjem indeksa i i j :

$$q_{iF} > 0, q_{FF} = 1, q_{ij} \geq 0 \text{ i } \sum_{j=1}^n q_{ij} = 1,$$

da se parametar na početku i uvek posle podešavanja nalazi u prvom stanju i uvođenjem uslova da je suma verovatnoća događaja promena stanja od i do s jednaka jedinici:

$$D_{is} = P\{d_{is}\} \geq 0, \sum_{s=1}^F D_{is} = 1,$$

učinili smo da ispitivani parametar postane kontrolabilan, ergodičan, markovski proces sa stacionarnom verovatnoćom prelaza:

$$P = D \cdot Q \quad \dots (27)$$

gde je:

D — matrica donošenja odluke o podešavanju;

Q — matrica verovatnoće prelaza u nekontrolabilnom markovskom lancu.

Elementi matrice P pišemo kao:

$$p_{ij} = \sum_{s=1}^F Q_{is} D_{sj}, i,j = \overline{1, F} \quad \dots (28)$$

Stacionarna verovatnoća prebivanja procesa u stanju i je π_i i data je izrazom, [4]:

$$\sum_{i=1}^F \pi_i p_{ij} - \pi_j = 0 \quad \dots (29)$$

pri čemu je: $\sum_{j=1}^F \pi_j = 1$ i $\pi_j > 0$

Kvalitet upravljanja sistemom eksploatacije određujemo ili izračunavanjem srednjeg sumarnog dobitka [6] ili izračunavanjem matematičkog očekivanja eksploatacionih gubitaka na jednom koraku [4]:

$$E\{C\} = \sum_{i=1}^F \sum_{s=1}^F \sum_{j=1}^F \pi_i D_{is} Q_{sj} (t_{sj} + Z_{sj}) + \sum_{i=1}^F \sum_{s=1}^F \pi_i D_{is} C_{is} \quad \dots (30)$$

gde su:

t_{sj} — eksploatacioni gubici pri kontroli stanja j , ako je poslednje kontrolisano stanje parametra bilo s ;

z_{sj} — gubici povezani sa prebivanjem parametra u stanju j , ako je ranije bilo stanje s ;

c_{is} — gubici povezani sa donošenjem odluke d_{is} .

Radi rešenja jednačine (30) usvajamo: da je broj stanja $F=7$, da su gubici $t_{sj}=z_{sj}=0$ i da je

$$c_{is} = \begin{cases} c_p, & i=1, F-1, s=1, F-1 \\ c_r, & i=F, s=1, F-1 \end{cases}$$

gde su c_p profilaktički gubici i c_r remontni gubici.

Odnos $\beta=c_p/c_r$ varira od 0 do 1.

Matrica verovatnoće prelaza u nekontrolabilnom markovskom lancu data je izrazom:

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} 0,30 & 0,20 & 0,20 & 0,12 & 0,10 & 0,05 & 0,03 \\ 0,10 & 0,30 & 0,20 & 0,13 & 0,12 & 0,08 & 0,07 \\ 0,08 & 0,10 & 0,30 & 0,20 & 0,12 & 0,10 & 0,10 \\ 0,05 & 0,10 & 0,10 & 0,30 & 0,20 & 0,15 & 0,10 \\ 0,05 & 0,10 & 0,10 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,10 \\ 0,02 & 0,08 & 0,10 & 0,10 & 0,20 & 0,30 & 0,20 \end{bmatrix}$$

Kvalitet upravljanja sistemom eksploatacije određujemo minimizacijom relacije (30), metodom linearnog programiranja. Za $\beta=0,09$ dobijamo da je matrica donošenja odluke o podešavanju [4]:

$$D_{is} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dobijena matrica donošenja odluke o podešavanju definiše strategiju upravljanja: nivo zaustavljanja opservacija ispitivanog parametra jednak je 4, tj. $i^*=4$. Na taj način, eksploatacija po stanju uređaja sa opštim parametrom $x(t)$, koja je organizovana na osnovu dobijenog niza procesa x_k^* vektora stanja metodom optimalne nelinearne filtracije, svodi se na: opservirani parametar ne podleže podešavanju ako je njegovo

stanje $i < i^*=4$, podleže preventivnom podešavanju ako je njegovo stanje $i^* < i < F$ i neophodna je popravka posle otkaza ako je stanje parametra $i=F$ [4].

Zaključak

Sistem eksploatacije predstavlja zatvoren dinamički sistem upravljanja kvalitetom tehničkog sredstva. Razvoj tehnike i povećanje broja elemenata znatno je usložio obezbeđenje pouzdanosti složenih tehničkih sistema. Eksploatacija savremenih tehničkih uređaja praćena je povećanjem materijalnih, vremenskih i radnih gubitaka na održavanje. Tako, na primer, gubici pri kontroli, pri eksploataciji radio-elektronske opreme vazduhoplovnih sistema, mogu dostići i do 80% svih vremenskih gubitaka [3].

Rešenje problema protivrečnosti sve složenije vazduhoplovne tehnike i povećanja gubitaka na njeno održavanje je u eksploataciji po stanju. Prelaz od sistema eksploatacije aviona po naletu ili vremenskom resursu na eksploataciju po tehničkom stanju omogućava suštinsko sniženje utrošenog rada na održavanje aviona i daje značajan ekonomski efekat. S druge strane, primenom sistema eksploatacije po stanju povećava se koeficijent korisne upotrebe, operativne gotovosti i produžava se vreme između otkaza.

Preduslov primene eksploatacije po stanju jeste postojanje efektivnih i pouzdanih sredstava kontrole. Pri kontroli tehničkog stanja vazduhoplovne tehnike mogu se primenjivati automatski i automatizovani sistemi kontrole (ASK) koji vrše merenje i proveru radne sposobnosti tehničkog uređaja. Kontrola obezbeđuje dobijanje informacija o tekućem stanju uređaja i donošenje odluke koja definiše upravljačko dejstvo na njega. Podaci kontrole, a pre svega prognozirajuće kontrole [3], osnova su na kojoj se zasniva sistem eksploatacije po stanju.

Iskustva primene ASK u sistemima eksploatacije vazduhoplovnih radio-elektronskih uređaja pokazuju da je budućnost u konceptu održavanja po stanju. U literaturi [3] navodi se da se za ASK Martron 1200 za proveru bloka skretanja autopilota aviona BOING 727 utroši 30 minuta. Klasična provera traje 5 časova. Aerodromski ASK SDAP (Système de Dipannage Automatique en Piste) kontroliše celokupnu radio-elektronsku opremu aviona F-1 za 20 minuta, pri čemu se meri 450 parametara i pamte rezultati 12 poslednjih merenja. Avionski ASK MADAR (Malfunction Analysis Detektion and Rekording) obrađuje 1224 informacione tačke sa brzinom $20 \cdot 10^3$ tačaka/s u automatskom režimu. Informacije o radnoj sposobnosti vazduhoplovne opreme daju se u realnom vremenu.

Analiza ponašanja eksploatacionih parametara, registrovanih pomoću ASK, omogućava organizaciju održavanja vazduhoplovnih sistema po stanju. Prognoziranjem tehničkog stanja povećava se nivo pouzdanosti vazduhoplovne tehnike i bezbednost letenja, uz smanjenje servisne ispitno-merne opreme i broja kvalifikovanih personala.

U okviru poznatih metoda ekstrapolacije stanja detaljnije je prikazana markovska teorija optimalne nelinearne filtracije i njena primena u eksploataciji vazduhoplovnih sistema po stanju. Pretpostavlja se da je pri eksploataciji

uređaja predviđeno preventivno podešavanje i podešavanje posle otkaza.

Perspektiva daljeg razvoja eksploatacije po stanju je u automatizaciji kontrole i otklanjanja neispravnosti, s jedne strane, i u objedinjavanju sistema upravljanja i kontrole, s druge strane. Naime, nema smisla da se visokoautomatizovani uređaji sa ugrađenim ASK opravljaju na klasičan način — ručno. Automatizacija kontrole i otklanjanje neispravnosti podrazumeva da ASK istovremeno sa davanjem signala o otkazu nekog sistema automatski uključuje njegovu rezervu. Automatizacija procesa otklanjanja neispravnosti dovodi do još tesnijeg približavanja sopstvenih funkcija tehničkog uređaja i njegovog sistema kontrole, što je pretpostavka ka prelasku, u eksploataciji, na realizaciju principa adaptacije i samoorganizacije. S druge strane, automatsko uključivanje rezervne aparature po signalima iz ASK je prvi korak na putu objedinjavanja sredstava kontrole i upravljanja letom aviona u jedinstven sistem. Dalje usavršavanje takvih objedinjenih sistema upravljanja i kontrole biće na principima samopodešavanja i samoorganizacije.

Nesumnjivo je da je razvoj i primena eksploatacije po stanju moguća samo na dostignućima računarske tehnike, koja omogućava primenu složenih algoritama estimacije, donošenje odluka i optimalnog upravljanja.

Literatura:

- [1] Volkov L. I.: »Upravljenje eksploatacijom letatel'nyh kompleksov«, Moskva, Vissaja škola, 1981.
- [2] Filippov V. N.: »Nadežnost i tehničkaja eksploatacija avionnoj tehniki«. — v knj.: »Problemy nadežnosti letatel'nyh aparatov«, Moskva, Mašinstroenie, 1985, s 48—63.
- [3] Kudrickij V. D., Sinica M. A., Činaev P. I.: »Automatizacija kontrolya radioelektronnoj aparatury«, Moskva, Sovetskoe radio, 1977, s 84—111.
- [4] Jaklikov M. S., Barzilovič E. I.: »Optimal'naja eksploatacija aviacionnih sistem po sostojaniju s učetom ošibok izmerenija«. — v knj.: »Problemy nadežnosti letatel'nyh aparatov«, Moskva, Mašinstroenie, 1985, s 62—70.
- [5] Pugačev V. S.: »Upravljenje letnimi ispitanijami letatel'nyh aparatov kak sredstvo povyšeniya in nadežnosti«. — v knj.: »Problemy nadežnosti letatel'nyh aparatov«, Moskva, Mašinstroenie, 1985, s 25—38.
- [6] Vasiljev B. V.: »Optimal'noe distancionnoe upravljenje nadežnostju i effektivnostju REU«. — v knj.: »Distancionnoe upravljenje nadežnostju i effektivnostju radioelektronnyh ustrojstv«, Moskva, Radio i svjaz, 1983, s 149—171.
- [7] Sinkovski V. S.: »Kompleksna obrada informacija u informaciono-mernim uređajima vazduhoplova«, Beograd, VTG br. 2, 1989.
- [8] Kondratev V. S., Kotov A. F., Markov L. N.: »Mnogopozicionnye radiotekničeskie sistemy«, Moskva, Radio i svjaz, 1986.
- [9] Jarlikov M. S.: »Statističeskaja teorija radio-navigacii«, Moskva, Radio i svjaz, 1985.
- [10] Ivanov I. P., Sinjakov A. N., Fitatov I. V.: »Kompleksirovanie informacionno-izmeritel'nyh ustrojstv letatel'nyh aparatov« Lenjingrad, Mašinstroenie, 1984.
- [11] Nazin A. V., Poznjak A. S.: »Adaptivnyj vybor variantov«, Moskva, Nauka, 1988.