Stevan Sinkovski,
kapetan I klase, dipl. inž.

Projektovanje radio-elektronskih sistema integralnog tipa metodama nelinearne estimacije

Uvod

Do razvoja složenih sistema dolazi ili usavršavanjem karakteristika odvojenih elemenata sistema, koji u svom radu koriste nove fizičke principe, ili povećanjem stepena integracije opreme koja ulazi u njihov sastav kroz nova algoritamska rešenja. U radu je na primeru integrisanih sistema avionske elektronske opreme (letno-navigacijskih sistema LNS) prikazana sinteza informacionog dela LNS metodama nelinearne estimacije. Za razliku od integralne obrade informacija, zasnovane na metodama linearne estimacije [1], u radu su dati algoritmi zajedničke obrade i podataka i signala, tzv. primarne obrade informacija.

Razlikujemo funkcionalnu i informacionu integraciju informaciono-mernih uređaja i/ili sistema letelica. Funkcionalna integracija daje višefunkcionalne sisteme formirane na bazi jednofunkcionalnih sistema veze, navigacije i identifikacije. Primer ovakve integracije je sistem MFBARS/ICNIA, TIES koji čine sledeći sistem: sistem veze, sistem TACAN, satelitski navigacijski sistem GPS, sistem identifikacije IFF i sistem razmene taktičkih informacija JTIDS [2].

Informaciona integracija predstavlja integraciju na višem nivou [3]. Ovdje je reč o zajedničkoj, integralnoj o-

bradi informacija od nekoliko uređaja i sistema koji određuju jedne te iste ili funkcionalno povezane parametre. Merenje jednih te istih parametara uređajima i sistemima koji na različitim fizičkim principima rade, uslovljeno je činjenicom da ni jedan od njih ne zadovoljava sve zahteve koji se pred njih postavljaju. Tako, na primer, savremeni inercijalni navigacijski sistem i INS ne zadovoljavaju zahtev tačnosti, radio-sistemi bliže navigacije RSBN — zahtev otpornosti na ometanje i daljinu dejstva, doplerovski merač brzine — zahtev upotrebljivosti u svim uslovima leta (prelazak u režim »pamćenje« pri velikim uglovima valjanja i propinjanja, loš rad nad morskom površinom [2]).

Cilj integracije je objedinjavanje različitih mernih sistema u jedinstven sistem sa poboljšanim karakteristikama tačnosti, otpornosti na smetnje i pouzdanosti merenja informacija u poređenju sa svakim od njih ponaosob [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Integralna obrada informacija do sada se primenjivala samo u tzv. sekundarnoj obradi informacija. Proširenje kruga zadataka, postavljenih pred složene sisteme, dovelo je do potrebe povećanja stepena integracije opreme. Maksimalan dobitak informacionog integrisanja ostvaruje se određivanjem optimalne strukture i karakteristika in-

tegralne obrade informacija. Problemi sinteze rešavaju se metodama teorije markovskih i uslovnih markovskih procesa. Zbor specifičnosti problema integracije same metode su značajno modifikovane, tako da je formulisana posebna teorija — teorija integracije uređaja i sistema [2].

Integracija davača na nivou primarne obrade informacija

Podela na primarnu i sekundarnu obradu informacija je, u suštini, uslovna [2, 4, 7]. Pod primarnom obradom informacija (obradom signala) podrazumeva se traženje, otkrivanje, selekcija, transformacija i pojačanje ulaznih signala navigacijskih, pilotažnih i specijalnih davača, s ciljem da se odrede odgovarajući parametri. Pod sekundarnom obradom informacija (obradom podataka) podrazumeva se obrada izlaznih signala samih davača u avionskom računaru [2, 7].

Struktura navigacijskog sistema integrisanog na nivou primarne obrade informacija prikazana je na slici 1, [3].

Sl. 1 Struktura navigacijskog sistema integrisanog na nivou primarne obrade informacije

Primarni inercijalni davači su akcelorometri i žiroskopi. Davači vazdušnih parametara su davači statičkog i

dinamičkog pritiska, temperature atmosfere, i dr. Radio-elektronski primarni sistemi su daljinomeri, doplerovski merači radijalne brzine i obični osmatrački sistemi. Signali svih tih primarnih davača dospevaju u hijerarhijski multiprocesorski sistem. Estimacija, identifikacija i upravljanje ostvaruju se posredstvom optimalnih algoritama [3]. U vezi sa tim kao glavni problem javlja se razvoj arhitekture integrisanog sistema sa stanovišta računarske tehnike. Kao element integracije elektronske opreme ustanovljena je višestruka magistrala, čija propusna moć omogućava obradu velikog broja podataka u realnom vremenu [9, 10]. Problemi projektovanja interfejsa, prekida, načina obrade podataka, digitalnih sistema upravljanja i sistema prikazivanja informacija nisu predmet razmatranja ovog rada.

U današnje vreme pri sekundarnoj obradi informacija široko se primenjuju optimalni algoritmi estimacije dobijeni na osnovu metoda linearne nestacionarne filtracije Kalmana [1, 2, 4]. Pri tome pozitivan efekat daju samo davači na čijim su izlazima dovoljno »dobri« signali. U realnim uslovima ovaj zahtev često nije ispunjen. Optimizacija algoritama pri sekundarnoj obradi informacija ne obuhvata optimizaciju samih davača. Otuda je jasno koliko je važno povećanje efektivnosti, tačnosti i otpornosti navigacijskih, pilotažnih, nišanskih i drugih specijalnih davača. Ono se postiže na račun integralne obrade informacija [2, 4].

Integracija na nivou primarne obrade informacija omogućava: kompenzaciju uticaja kretanja vazduhoplova na rad mernih sistema, odstranjivanje ili smanjivanje methodske greške radio-tehničkih mernih sistema, skraćanje vremena traženja signala, smanjenje ili potpuno isključenje verovatnoće lažnog zahvata pratećih sistema, smanjenje verovatnoće prekida praćenja odgovarajućih parametara radio-signala, poboljšanje karakteristika tačnosti i otpornosti na smetnje mernih sistema u

režimu praćenja. Integracija na nivou primarne obrade informacija omogućava izradu optimalnog matematičkog modela, uprošćuje sistem i smanjuje cenu složenih sistema, kao i praćenje njihove pouzdanosti [3].

Iz navedenog može se zaključiti da je cilj integracije na nivou primarne obrade informacija poboljšanje kvaliteta funkcionisanja mernih sistema u nenormalnim režimima rada (režim prekida praćenja, lažnih zahvata, itd.), kao i povećanje tačnosti u režimu praćenja [2, 4].

Pozitivni efekti integralne obrade informacija (primarna i sekundarna) ostvaruju se primenom metoda teorije optimizacije stohastičkih sistema. Kod integralne sekundarne obrade informacija koristi se vinerovska ili Kalmanova teorija integracije [5, 6]. Za integralnu primarnu obradu informacija široke mogućnosti pružaju metode markovske teorije integracije uređaja i sistema, odnosno markovska teorija nelinearne estimacije [2, 4]. Kao moguća rešenja sreću se i razne vrste suboptimalnih algoritama, npr. nelinearni filter Kalmana I reda, koji ima osobinu da sa jednim preciznim senzorom (daljinomerom), kao sredstvo korekcije, obezbedi optimalnu tačnost svih komponenti vektora stanja [3].

Markovska teorija integracije uređaja i sistema

Markovska teorija integracije uređaja i sistema zasniva se na metodama teorije markovskih i uslovnih markovskih procesa. Teoriju čine:

— definisanje problema, odnosno razrada matematičkog modela vektora stanja i vektora merenja;

— sinteza optimalnih algoritama i odgovarajućih sistema prijema i integralne obrade informacija i izračunavanje potencijalnih karakteristika kvaliteta funkcionisanja, i

— analiza mogućnosti praktične realizacije projektovanih sistema ili zadatih algoritama [2].

Matematički modeli signala, smetnji, informacionih i neinformacionih procesa razrađuju se za svaki konkretni problem sinteze ili analize. Sam model mora voditi računa o nameni integrisanog sistema prijema i obrade signala, fizičkoj suštini razmatranih pojava i specifičnosti realnih uslova funkcionisanja, oslanjajući se na eksperimentalne podatke. Po mogućnosti, matematički modeli moraju biti jednostavni i pogodni za praktičnu upotrebu i da vode računa o neophodnosti jednoobraznog opisivanja podataka davača različite prirode. Oblik razrađenih matematičkih modela i analiza njihovih statističkih karakteristika omogućavaju da se izabere konkretni metod sinteze ili analize sistema obrade signala [2, 4].

Sinteza metodama markovske teorije integracije uređaja i sistema, omogućava dobijanje optimalnih (kvaziopimalnih) algoritama i strukturnih šema odgovarajućih sistema prijema i integralne obrade signala, kao i određivanje njihove potencijalne tačnosti.

U markovskoj teoriji zadatak estimacije vektorskog parametra $\alpha(t)$ zamenjuje se zadatkom estimacije nekog stohastičkog vektorskog parametra $x(t)$ nazvanog vektor stanja. Pri tome se podrazumeva da se kao komponente $x(t)$ javljaju traženi vektor parametar $\alpha(t)$ i neki neinformativni vektor parametar $\beta(t)$:

$$x^T(t) = [\alpha^T(t), \beta^T(t)] \quad (1)$$

Specifičnost markovskog prilaza je u tome što je proces $y(t, \alpha)$ više dimenzionalni uslovni markovski proces u odnosu na više dimenzionalni markovski proces $x(t)$ koji podleže estimaciji. U ovom slučaju komponente vektora $\alpha(t)$ i $\beta(t)$ ne moraju biti markovski procesi.

Zadatak sinteze u markovskoj teoriji svodi se na donošenje optimalne procene $\hat{x}(t)$ na osnovu obrade merenog procesa:

$$y(t) = S[x(t), t] + N(t), \quad t_0 < t < T_n \quad (2)$$

gde su:

$S(t, x)$ — vektor signala,
 $x(t)$ — vektor stanja, i
 $N(t)$ — vektor smetnji.

Kao kriterijum optimalnosti koristi se Bajesov kriterijum uz odgovarajuću funkciju gubitaka, pa procena iznosi:

$$\hat{x}(t) = \int x w(x, t) dx \quad (3)$$

Specifičan momenat markovske teorije je zadavanje markovskog vektorskog parametra $x(t)$ u vidu stohastičke diferencijalne jednačine:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F[x(t), t] + G[x(t), t] \cdot N_x(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (4)$$

gde su:

$F(\cdot)$ i $G(\cdot)$ — matrice koeficijenata zanošenja i difuzije,
 $N_x(t)$ — više dimenzionalni beli šum

ili u obliku:

$$dx(t) = F(\cdot) dx + G(\cdot) dz \quad (5)$$

gde je:

$z(t)$ — vektorski vinerovski proces sa nultim matematičkim očekivanjem i korelacijom $W_x(t_2 - t_1)$.

Za izvođenje osnovne jednačine nelinearne estimacije neophodno je poznavati aposteriornu gustinu verovatnoće vektora stanja $p(x, t)$. Za izraz (4) ona se potčinjava jednačini Foker—Plank—Kolmogorova:

$$\frac{\partial}{\partial t} p(x, t) = L p(x, t), \quad p(x, t_0) = p(x_0) \quad (6)$$

gde je sa L označen direktni diferencijalni operator:

$$L(\cdot) = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} f_i(x, t) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n g_{ij}(x, t) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \quad (7)$$

koji se izražava kroz komponente matrica koeficijenata zanošenja i difuzije $F(x, t)$, $G(x, t)$ i komponente vektora stanja $x(t)$.

Ako, u realnim uslovima, merni proces $y(x, t)$ nije markovski, tada se uvodi novi proces koji obezbeđuje da on bude uslovni markovski proces:

$$Y(t) = \int_{t_0}^t y(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t s(\tau) d\tau + \chi(\tau) \quad (8)$$

gde je:

$\chi(\tau)$ — više dimenzionalni Vinerov proces.

Na osnovu uvedenih pretpostavki izvedena je jednačina optimalne nelinearne filtracije Stratonoviča za aposteriornu gustinu verovatnoće vektora stanja:

$$\frac{\delta w(x, t)}{\delta t} = L w(x, t) + M(x, t) \quad (9)$$

gde je:

$L(\cdot)$ — direktni diferencijalni operator (7),

$M(x, t)$ — funkcija koja može da ima jedan od dva oblika:

$$a) \quad M(x, t) = F(X, Y, t) - \langle F(X, Y, t) \rangle \quad (10)$$

gde je sa $\langle \rangle$ označeno uslovno matematičko očekivanje,

$$b) \quad M(x, t) = \{s(x, t) - \langle s(x, t) \rangle_{x/y}\}^T \cdot W_y^{-1} \{y(t) - \langle s(x, t) \rangle_{x/y}\} \quad (11)$$

Važan pojedinačan slučaj je skalarni merni proces $y(t)$ pri vektorskom parametru $x(t)$:

$$y(t) = s[x(t), t] + n(t) \quad (12)$$

gde je beli gausovski šum sa spektralnom gustinom N_0 . Jednačina optimalne nelinearne filtracije u simetričnoj formi ima oblik:

$$\frac{\delta w(x, t)}{\delta t} = L w(x, t) + \{F(x, y, t) - \langle F(x, y, t) \rangle\} w(x, t) \quad (13)$$

gde je:

$$F(x,y,t) = \frac{2}{N_0} \cdot [y(t) s(x,t) - \frac{1}{2} s^2(x,t)] \quad (14)$$

Rešenje jednačine optimalne nelinearne filtracije (9) veoma je teško dobiti u opštem slučaju, te se pribegava različitim aproksimacijama aposteriorne gustine verovatnoće. Najčešće primenjivana je gausovska aproksimacija. Usvajanjem pretpostavke da vektor stanja $x(t)$, na celom intervalu (t_0, t) , ima gausovsku aposteriornu gustinu verovatnoće $w(x,t)$, koja je u potpunosti određena sa prva dva momenta, dobijamo da se procena vektora stanja $x(t)$ poklapa sa matematičkim očekivanjem:

$$\hat{x}(t) = \int x w(x,t) dx \quad (15)$$

Strukturna šema optimalne nelinearne filtracije s opštim algoritmom (9) ima izgled kao na slici 2.

Uopštena strukturna šema optimalne nelinearne filtracije može se prikazati kao na slici 3 [4, 13].

Sl. 2 Strukturna šema optimalne nelinearne filtracije sa opštim algoritmom

Šemi na slici 3 odgovaraju sledeće jednačine filtracije:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= A[\hat{x}(t), t] + z(t) \\ z(t) &= K(t) \cdot D\{s[\hat{x}(t), t]\} \\ W_y^{-1}(t) \{y(t) - s[\hat{x}(t), t]\} \end{aligned} \quad (16)$$

gde je:

$W_y^{-1}(t)$ — inverzna matrica spektralne gustine belog šuma iz vektora merenja W_y ,

$D(\cdot)$ — jakobijan, povezan sa operatorom diferenciranja sledećom relacijom:

Sl. 3 Uopštena strukturna šema optimalne nelinearne filtracije

$$D(A) = \left\{ \left(\frac{\delta}{\delta x} \right)^T \right\} A^T, \text{ odnosno}$$

$$D^T = [s(x, t)] [x - \hat{x}] =$$

$$\sum_{i=1}^n (x - \hat{x}_i) - \frac{\delta s(t, x)}{\delta x_i}$$

$K(t)$ — matrica aposteriornih momenata data je izrazom:

$$\begin{aligned} \frac{dK(t)}{dt} = & D^T [A(\hat{x}, t)] K(t) + K(t) \cdot \\ & \cdot D [A(\hat{x}, t)] + G_x(t) G_x^T(t) + K(t) \cdot \\ & \cdot D \{ D[s(x, t)] W_y^{-1} [y(t) - s(\hat{x}, t)] \} \cdot \\ & \cdot K(t) \end{aligned}$$

Optimalni algoritmi integralne obrade informacija

Neka se u intervalu (t_0, t) meri sveukupnost slučajnih procesa koju možemo predstaviti u vidu dva vektora:

$$y_1(t) = S_1(t, x) + G_1(t) \cdot N_1(t) \quad (17)$$

$$y_2(t) = S_2(t, x) + U(t) \quad (18)$$

gde su:

$S_1(t, x), S_2(t, x)$ — poznate nelinearne vektor-funkcije svojih argumenata,

$N_1(t)$ — vektor belih gausovskih šumova sa nulnim matematičkim očekivanjem i jediničnim intenzitetom,

$G_1(t)$ — poznata matrica,

$U(t)$ — vektor obojenih šumova merenja neradio-tehničkih davača.

Pretpostavimo da je vektor stanja $X(t)$ dimenzija $(n \times 1)$, koji pretpostavlja sveukupnost svih informacionih i neinformacionih procesa podložnih merenjima, opisan stohastičkom diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{dX}{dt} = R_x(t, X) + G_x(t, X) \cdot N_x(t) \quad (19)$$

gde su:

R_x, G_x — funkcije kontinualne po svim argumentima i kontinualno diferencijabilne po svim argumentima osim po vremenu,

N_x — vektor formirajućih belih gausovskih šumova sa nulnim matematičkim očekivanjem i jediničnim intenzitetom.

Cilj optimalne integracije informaciono-mernih sistema po ma kakvom zadatom kriterijumu je dobijanje procene procesa (19) po rezultatima merenja (17) i (18). Posmatrani model je dovoljno opšti i obuhvata probleme integracije, kako pri primarnoj obradi informacija [kada deo merenja npr. $y_1(t)$ opisuje procese na ulazima, a drugi deo, npr. $y_2(t)$ na izlazima odgovarajućih davača], tako i pri sekundarnoj obradi informacija [kada se procesi (17) i (18) mere na izlazima davača].

Odredimo optimalne i kvazioptimalne algoritme integralne obrade informacija, odnosno estimacije procesa (19) u slučaju kada se merenje izvodi na fonu obojenih šumova.

Postojanje obojenih šumova iziskuje da u skladu sa markovskom teorijom — izraz (8), uvođenjem novog procesa Y_1 , obezbedimo da merni proces bude uslovni markovski proces. Radi toga se uvodi proces:

gde je:

$$Y_1(t) = \int_{t_0}^t y_1(\tau) d\tau$$

$$Y_2(t) = y_2(t)$$

$U(t) = Y_2(t) - S_2(t, X)$, prema izrazu (18).

Uvedeni proces $Z(t)$ definisan je lokalnim karakteristikama: koeficijentom zanošenja A i matricom difuzije B .

$$A_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E \{ [Z(t + \Delta t) - Z(t)] / z(t) \}$$

$$A_z = \begin{bmatrix} A_x \\ A_{y1} \\ A_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x + \frac{1}{2} \left[\left\{ G_x^T \left(\frac{\delta}{\delta x} \right)^T \right\}^T \cdot G_x^T \right]^T \\ S_1 \\ \frac{\delta S_2}{\delta t} + \frac{\delta S_2}{\delta x} \cdot R_x + R_u(t, Y_2 - S_2, x) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_{zz} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E \{ [Z(t + \Delta t) - Z(t)] \cdot [Z(t + \Delta t) - Z(t)]^T / Z(t) \}$$

$$B_{zz} = \begin{bmatrix} B_{xx} & 0 & B_{x1} \\ 0 & B_{11} & 0 \\ B_{1x} & 0 & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_x \cdot G_x^T & 0 & G_x \cdot G_x^T \left(\frac{\delta S_2}{\delta x} \right)^T \\ 0 & G_1 G_1^T & \\ \frac{\delta S_2}{\delta x} G_x G_x^T & 0 & \frac{\delta S_2}{\delta x} G_x \left(\frac{\delta S_2}{\delta x} \right)^T + G_u G_u^T \end{bmatrix} \quad (21)$$

pri čemu je:

$$\frac{\delta}{\delta X} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x_1} & \frac{\delta}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta}{\delta x_m} \end{bmatrix}$$

odnosno za:

$$G_x = \begin{bmatrix} g_{11} & \dots & g_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ g_{n1} & \dots & g_{nk} \end{bmatrix}$$

sledi da je:

$$\left[G_x^T \left\{ \left(\frac{\delta}{\delta x} \right)^T \right\}^T G_x^T \right] = \begin{bmatrix} \sum_{i,j=1}^{k,n} g_{ij} \frac{\delta g_{1j}}{\delta x_i} \\ \sum_{i,j=1}^{k,n} g_{ij} \frac{\delta g_{2j}}{\delta x_i} \\ \sum_{i,j=1}^{k,n} g_{ij} \frac{\delta g_{nj}}{\delta x_i} \end{bmatrix}$$

Kod izraza (20) i (21) podrazumeva se da su ispunjeni sledeći uslovi:

$$1 \cdot \frac{S_2}{X} G_x = \Phi(t) \text{ — gde je } \Phi(t) \text{ fun-}$$

kcija samo vremena koja označava da merenje $X(t)$ ne može da se izvrši za beskonačno malo vreme.

2. da su B_{11} i B_{22} sopstvene matrice, što fizički označava da nikakva kombinacija komponenata vektora merenja (17) i (18) ne dozvoljava formiranje tačnog merenja $X(t)$.

Informacija o realizaciji vektora stanja $X(t)$ zadržana je u uslovnoj gustini raspodele verovatnoće $w(t, x)$, koja zadovoljava jednačinu Stratonoviča (9):

$$\frac{\delta w}{\delta t} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\delta^2 (b_{ij} \cdot w)}{\delta x_i \delta x_j} - \sum_{i=1}^n \frac{\delta (a_i \cdot w)}{\delta x_i} + [F(t, X, Y) - \{F(t, X, Y) \cdot w(t, X/Y_t^t)\} dx] w \quad \dots (22)$$

Koeficijenti jednačine (22) u razmatranom slučaju (20) i (21) dati su relacijama [2, 4, 6]:

$$\begin{aligned} \bar{B}(t, X) &= B_{xx} \cdot B_{tx} B_{22}^{-1} B_{1x}^T = [b_{ij}] \\ \bar{A}(t, X) &= [a_i] = A_x + B_{1x} B_{22}^{-1} \left[\frac{dY_2}{dt} - A_{y2} \right] - \\ &- \frac{1}{2} \left[\left\{ B_{1x}^T \left(-\frac{\delta}{\delta X} \right)^T \right\}^T \cdot B_{22}^{-1} \cdot B_{1x}^T \right]^T \\ F(t, X, Y) &= A_{y1}^T \cdot B_{11}^{-1} \left[\frac{dy_1}{dt} - \frac{1}{2} A_{y2} \right] + \\ &+ A_{y2}^T \cdot B_{22}^{-1} \left[\frac{dy_2}{dt} - \frac{1}{2} A_{y2} \right] - \\ &- \frac{1}{2} \left\{ B_{1x}^T \left(-\frac{\delta}{\delta X} \right)^T \right\}^T \cdot B_{22}^{-1} \cdot A_{y2} - \\ &- \frac{1}{2} \left\{ B_{22}^T \left(-\frac{\delta}{\delta Y_2} \right)^T \right\}^T \cdot B_{22}^{-1} \cdot R_{11}(t, Y_2 - S_2, X) \end{aligned}$$

Optimalna procena $\hat{X}(t)$ vektora stanja, prema rezultatima merenja na intervalu (t_0, t) , određuje se minimizacijom aposteriornog srednjeg rizika:

$$\int C(\hat{X}, X) \cdot w(t, X/Y_{t_0}^1) dX = \min_{\hat{X}} \dots (23)$$

gde je $C(\hat{X}, X)$ zadata funkcija gubitaka definisana izabranim kriterijumom optimalnosti.

Algoritam optimalne integracije davača po kriterijumu srednje kvadratne greške dat je izrazima:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{X}}{dt} &= \{ \{ A(t, X, Y) + (X - \hat{X}) \cdot F(t, X, Y) \} \cdot \\ &\cdot w(t, X/Y_{t_0}^1) \cdot dX \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \{ \{ B(t, X) + A(t, X, Y) \cdot (X - \hat{X})^T + \\ &+ (X - \hat{X}) A^T(t, X, Y) + [(X - \hat{X})(X - \hat{X})^T - \\ &- K(t, Y)] \cdot F(t, X, Y) \} \cdot w(t, X/Y_{t_0}^1) \dots (25) \end{aligned}$$

Kada je poznato rešenje jednačine optimalne nelinearne filtracije (22), tada navedeni izrazi (24) i (25) omogućavaju projektovanje uređaja integralne obrade informacija, izračunavanja grešaka merenja i određivanja odgovarajućih veza između različitih mernih uređaja.

Tačno rešenje jednačine (22) može se odrediti za slučaj linearne estimacije

i u slučaju filtracije Kalman-Bjusi, kada važe sledeće jednakosti: $S_1(t, X) = H_1(t) X$, $S_2(t, X) = H_2(t) X$, $R_u(t, U, X) = R_{1u}(t) U + R_{2u}(t) X$, $R_x(t, X) = R_x(t) X$ i $G_x(t, X) = G_x(t)$. Proizilazi da je:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{X}}{dt} &= R_x \hat{X} + K H_1^T B_{11}^{-1} (y_1 - H_1 \hat{X}) + \\ &+ (B_{xx} H_2^T + K H_3^T) B_{22}^{-1} \left[\frac{dy_2}{dt} - R_{1u} y_2 - H_3 \hat{X} \right] \dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= B_{xx} - B_{xx} H_2^T B_{22}^{-1} H_2 B_{xx} + (R_x - B_{xx} \\ &H_2^T B_{22}^{-1} H_3) \cdot K + K (R_x - B_{xx} H_2^T B_{22}^{-1} H_3)^T - \\ &- K (H_1^T B_{11}^{-1} H_1 + H_3^T B_{22}^{-1} H_3) K \dots (27) \end{aligned}$$

gde je:

$$H_3(t) = \frac{dH_2}{dt} + H_2 \cdot R_x - R_{1u} \cdot H_2 + R_{2u}$$

Iz relacije (26) i (27) pri $H_2 = R_{2u} = 0$ dobija se kalmanovska optimalna linearna filtracija pri merenjima na fonu samo belih gausovskih šumova, a pri $H_1 = R_{2u} = 0$ pri merenjima samo na fonu obojenih gausovih šumova.

Kvazioptimalni algoritmi integralne obrade informacija

Jednačina nelinearne filtracije (22) daje u opštem slučaju otvoren sistem nelinearnih diferencijalnih jednačina za parametre aposteriorne raspodele čije je rešenje ili modeliranje veoma komplikovano. Izuzetak čine samo neki slučajevi, na primer, kada je $X(t)$ gausovski raspodeljeno. Tada je aposteriorna raspodela takođe gausovska i jednačina nelinearne filtracije daje sistem od dve jednačine. U mnogim drugim slučajevima pribegava se kvazioptimalnim metodama koji omogućavaju dobijanje zatvorenog sistema jednačina pogodnih za modeliranje.

Postoji čitav niz metoda zasnovanih na parametrizaciji aposteriorne raspodele. Najrasprostranjeniji u praksi su: metod gausovske aproksimacije, ra-

zlaganje nelinearne funkcije u Tajlerov red u okolini procene, aproksimacija aposteriorne raspodele funkcionalnim redovima, kao i ortogonalno razlaganje po momentima, kumulantima ili kvazi-momentima [4, 8, 11, 12]. Većina tih metoda pretpostavlja da je aposteriorna gustina raspodele verovatnoće gausovska ili se malo razlikuje od nje, što je tačno samo pri velikom odnosu signal — šum. U slučaju da je aposteriorna raspodela suštinski negausovska, npr. klasa mnogomodalnih raspodela, korisni su metodi koji se koriste splajn-aproksimacijama kao i metodi zasnovani na

$$\frac{dK}{dt} = \bar{B}(t, \hat{X}) + \left[\left\{ \left(\frac{\delta}{\delta \hat{x}} \right)^T \bar{A}(t, x, y) \right\}^T \cdot k(t) + k(t) \left[\left\{ \left(\frac{\delta}{\delta \hat{x}} \right)^T \right\} \cdot \bar{A}(t, x, y) \right] + k(t) \left[\left\{ \left(\frac{\delta}{\delta \hat{x}} \right)^T \right\} \frac{\delta F(t, x, y)}{\delta \hat{x}} \right] \cdot k(t) \right]$$

upotrebi aproksimacije raspodele gausovskim sumama [14].

Kao rezultat aproksimacije imamo obične diferencijalne jednačine po koeficijentima razlaganja ili rekurentne jednačine u slučaju diskretnog procesa. Kao najprostija i u praksi najčešća izdvaja se gausovska aproksimacija koja sadrži jednačinu filtra za $\hat{X}(t)$ i jednačinu za disperzionu matricu $K(t)$.

U mnogim zadacima nelinearne filtracije moguće je primeniti gausovsku aproksimaciju za funkciju aposteriorne gustine raspodele verovatnoće. Ovo dopuštanje ima veliki praktični značaj i opravdanost za složene inercione nelinearne sisteme pri normalnoj raspodeli grešaka merenja. Osim toga, pri dovoljno velikom odnosu signal — šum ima osnova da se aposteriorna gustina verovatnoće vektora stanja sistema smatra gausovskom [2, 4, 11].

U granicama gausovske aproksimacije jednačine (24) i (25) daju »tačne« kvazioptimalne algoritme estimacije, koje je moguće koristiti u slučaju da je moguće izvršiti traženo integriranje. U opštem slučaju, nelinearne funkcije (24) i (25) aproksimiramo raz-

laganjem u stepene redove u okolini procene $\hat{X}(t)$. U zavisnosti od toga koliko članova tih redova uzimamo u obzir, dobijamo kvazioptimalne algoritme integracije — integralne obrade informacija sa različitim stepenom tačnosti. Tako, na primer, kvazioptimalni algoritam, nastao aproksimacijom prvog reda, ima oblik:

$$\frac{d\hat{X}}{dt} = \bar{A}(t, \hat{X}, Y) + K(t) \left[\frac{\delta F(t, \hat{x}, y)}{\delta \hat{x}} \right]^T; \quad \hat{x}(t_0) = E\{x(t_0)\} \quad (28)$$

$$K(t_0) = E\{(X - \bar{X})(X - \bar{X})^T\}_{t=t_0} \quad (29)$$

gde je:

$$K(t_0) = E\{(X - \bar{X})(X - \bar{X})^T\}_{t=t_0}$$

Relacije (28) i (29) omogućavaju dobijanje strukturne šeme integrisanog uređaja obrade informacija. U režimu praćenja taj uređaj poseduje optimalne karakteristike koje možemo kvantitativno oceniti pomoću relacije (29).

Na analogan način možemo dobiti jednačine optimalne nelinearne filtracije u aproksimaciji drugog ili bilo kog reda [4].

Strukturna šema optimalnog uređaja, pri gausovskoj aproksimaciji prvog reda, nelinearne estimacije kontinualnog procesa $X(t)$, predstavljena je na slici 3. Struktura optimalnog pratećeg filtra određena je apriornom jednačinom vektora stanja. Sa slike vidimo da se za beskonačno mali vremenski interval (dt) procena vektora stanja $X(t)$ menja za beskonačno malu veličinu (dX) koju čine dve komponente: pomak $A dt + K(t) \cdot D[s] N^{-1} s dt$ i pomak $K(t) \cdot D[s] N^{-1} y(t) dt$ uslovljen merenjem $y(t)$. Koeficijent optimalnog filtra $K(t) = K[t, \hat{X}(t), y(t)]$ jeste nepoznata veličina, koja može biti određena u skladu sa relacijom (29). U opštem slučaju, je-

dnacine procene vektora stanja (28) i kovariacione matrice grešaka (29) povezane su međusobno i moraju se rešavati zajedno po meri dobijanja rezultata merenja $y(t)$.

U okvirima metoda gausovske aproksimacije aposteriorne gustine verovatnoće primenjuju se i dopunska uprošćenja jednačina (28) i (29) metodom malog parametra ili metodom usrednjavanja [4]. Kod metode malog parametra, u jednačini (29) odbacuju se fluktuacioni članovi koji sadrže beli šum $N(t)$ i matrica grešaka estimacije $K(t)$ postaje bezuslovna, te se može izračunati ranije. Metoda vremenskog usrednjavanja primenjuje se za ustaljeni režim. Suština metode je da se koeficijenti $k(t)$ kovariacione matrice $K(t)$ zamenе srednjim vrednostima. Kao krajnji rezultat imamo da se matična diferencijalna jednačina (29) svodi na algebarsku jednačinu, jer je $\frac{dK}{dt} = 0$.

Primer sinteze integrisanog sistema

Posmatrajmo optimalnu integraciju merača pri primarnoj obradi informacija. Na ulazu radio-tehničkog merača izmeren je proces:

$$\xi_1(t) = s(t, x_1) + \sqrt{\frac{N_1}{2}} \cdot n_1(t) \quad (30)$$

a na izlazu neradio-tehničkog procesa:

$$\xi_2(t) = y_2(t) = x_1(t) + u(t) \quad (31)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 x_1 \\ s(t, x_1) \\ -\alpha_1 x_1 - \alpha_2(y_2 - x_1) \end{bmatrix}; \quad B_{22} = \begin{bmatrix} 2\alpha_1 D_1 & 0 & 2\alpha_1 D_1 \\ 0 & \frac{N_1}{2} & 0 \\ 2\alpha_1 D_1 & 0 & 2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Stavljajući (33) u izraze za koeficijente jednačine (22), dobijamo:

$$\bar{A} = -\alpha_1 x_1 + \frac{\alpha_1 D_1}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2} \cdot \left[\frac{d\xi_2}{dt} + \alpha_2 \xi_2 + (\alpha_1 - \alpha_2) x_1 \right]$$

$$\bar{B} = \frac{2\alpha_1 \alpha_2 D_1 D_2}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2}$$

Ovde je:

$s(t, x_1)$ — signal u kojem je sadržana informacija o skalarnom procesu $x_1(t)$ koji podleže estimaciji,

$n_1(t)$ — beli gausovski šum merenja sa poznatim statističkim karakteristikama,

$u(t)$ — obojeni šum merenja.

U skladu sa markovskom teorijom optimalne nelinearne filtracije proces $x_1(t)$ i obojeni šum merenja $u(t)$ opisuju se stohastičkim diferencijalnim jednačinama:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\alpha_1 x_1 + \sqrt{2\alpha_1 \cdot D_1} \cdot n_x(t) \\ \frac{du}{dt} &= -\alpha_2 u + \sqrt{2\alpha_2 \cdot D_2} \cdot n_u(t) \end{aligned} \quad (32)$$

gde su:

α_i i D_i — poznate veličine koje karakterišu širinu spektra fluktuacija i stacionarne vrednosti disperzije procesa $x_1(t)$ i $u(t)$,

$n_x(t), n_u(t)$ — nezavisni beli gausovski šumovi sa nultim matematičkim očekivanjem i jediničnim intenzitetom.

U datom slučaju, prema (30) — (32), lokalne karakteristike procesa $Z^T(t) = [x_1, y_1, y_2]$ jesu:

odnosno prema (14) je:

$$F = \frac{1}{N_1} [2\xi_1(t) \cdot s(t, \hat{x}_1) - s^2(t, \hat{x}_1)] - \frac{d\xi_2(t)}{dt} \frac{[\alpha_1 \hat{x}_1 + \alpha_2(\xi_2 - \hat{x}_1)]}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} - \frac{[\alpha_1 \hat{x}_1 + \alpha_2(\xi_2 - \hat{x}_1)]^2}{4(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} - \frac{\alpha_1 D_1(\alpha_2 - \alpha_1)}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} + \frac{\alpha_2}{2} \quad (34)$$

Iz (28), uzimajući u obzir (34), za optimalnu procenu $\hat{x}_1(t)$ dobijamo jednačinu:

$$\frac{d\hat{x}_1}{dt} = -\alpha_1 \hat{x}_1 + k(t) \frac{2}{N_1} \cdot \frac{\delta s(t, \hat{x}_1)}{\delta \hat{x}_1} [\xi_1(t) - s(t, \hat{x}_1)] + \frac{2\alpha_1 D_1 - (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot k(t)}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} \left[\frac{d\xi_2}{dt} + \alpha_2 \xi_2(t) + (\alpha_1 - \alpha_2) \hat{x}_1 \right] \quad (35)$$

Na slici 4 prikazana je strukturna šema uređaja optimalne integralne obrade signala (30) i (31), projektovana u skladu sa algoritmom (35). Saglasno metodi vremenskog usrednjavanja, funkcija $K(t)$ zamenjena je svojom usrednjenom stacionarnom vrednošću $\bar{k}$. Takva zamena smanjuje kvalitet estimacije (naročito u toku drugih prelaznih procesa), ali se uprošćava tehnička realizacija uređaja obrade informacija.

Optimalni integralni uređaj predstavlja nelinearan filter sa dva ulaza. U njegov sastav ulaze pojačavači sa koeficijentima pojačavanja

$$k_1 = \frac{2\bar{k}}{N_1}$$

$$k_2 = \frac{(2\alpha_1 D_1 - k_3 \bar{k})}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)},$$

$$k_3 = \alpha_2 - \alpha_1$$

sumatori, filtri sa funkcijama prenosa

$$\frac{1}{p + \alpha_1}, \quad \frac{p + \alpha_2}{p + \alpha_1} \quad \text{i diskriminatori}$$

koji realizuju operaciju:

$$\frac{\delta s(t, \hat{x}_1)}{\delta \hat{x}_1} [\xi_1(t) - s(t, \hat{x}_1)]$$

Sl. 4 Strukturna šema uređaja optimalne integralne obrade podataka

Pri neograničenom rastu intenziteta šuma u ma kojem merenju, optimalni integralni uređaj zadržava radnu sposobnost na račun obrade informacija drugog davača. Za $\alpha_2 \gg \alpha_1$ ($\alpha_2 \rightarrow \infty$, $2D_2/\alpha_2 = \text{const}$) iz (35) sledi algoritam optimalne integralne obrade, u slučaju kada se oba merenja izvode na fonu belih gausovskih šumova.

Aposteriorna disperzija procesa $x_1(t)$, prema (29) i (35), iznosi:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{2\alpha_1 D_1 \alpha_2 D_2}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2} - \frac{2\alpha_1 \alpha_2 (D_1 + D_2)}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2} \cdot k(t) + k^2(t) \left\{ \frac{2}{N_1} \cdot \frac{\delta}{\delta \hat{x}_1} \left[\frac{\delta s(t, \hat{x}_1)}{\delta \hat{x}_1} (\xi_1(t) - s(t, \hat{x}_1)) \right] \right\} - \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} \quad (36)$$

Primenom gausovske aproksimacije izraz (36) svodi se na:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{2\alpha_1 \alpha_2 D_1 D_2}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2} - k(t) \cdot \frac{2\alpha_1 \alpha_2 (D_1 + D_2)}{\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2} - k^2(t) \left[c + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{2(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2)} \right] \quad (37)$$

gde je:

$$c = \frac{2}{N_1} \left[\frac{dj(\epsilon)}{d\epsilon} \right] - \text{proporcionalna strmina diskriminacione karakteristike koja karakteriše srednju fluktuacionu grešku diskriminatora,}$$

$j(\epsilon)$ — diskriminaciona karakteristika.

Relativna disperzija grešaka pri integralnoj obradi informacija na osnovu stacionarnog rešenja relacije (37) iznosi:

$$\delta k^2 = \frac{\bar{k}}{D_1} = \frac{1}{b_1} \left[\sqrt{1 + \frac{2b_1}{1+\gamma}} - 1 \right]$$

gde je:

$$b_1 = \frac{2cD_1(\alpha_1\gamma + \alpha_2) + \gamma(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{2\alpha_1\alpha_2(1+\gamma)} \quad (38)$$

$$\gamma = \frac{D_1}{D_2}$$

Za $\gamma \rightarrow 0$ (tj. $D_2 \rightarrow \infty$) iz (32) i (38) za relativnu disperziju greške obrade merenja (30) bez integracije dobija se

$$\delta_{nk}^2 = \frac{1}{b_2} \left[\sqrt{1 + 2b_2} - 1 \right]$$

$$b_2 = \frac{cD_1}{\alpha_1} \quad (39)$$

Iz odnosa (38) i (39) sledi da je $\delta_{nk}^2 \leq \delta_k$, odnosno da integracija mernih

sistema na letelici povećava opštu tačnost merenja.

Zaključak

Zajednička integralna obrada informacija od nekoliko uređaja i (ili) sistema koji određuju jedne te iste ili funkcionalno povezane parametre jeste jedan od načina povećavanja tačnosti i pouzdanosti u sistemima merenja. Najperspektivnije pravce razvoja sinteze integralnog tipa pružaju statističke metode: kalmanovska filtracija i nelinearna bajesovska estimacija.

U radu je u kratkim crtama izložena teorija i primena nelinearne bajesovske estimacije u projektovanju informaciono-mernih sistema integralnog tipa. Pokazano je da je nelinearna estimacija, izrazi (26) i (27), opšti slučaj kalmanovske filtracije i da se primenom metoda gausovske aproksimacije mogu dobiti kvazioptimalni algoritmi (28) i (29), pogodni za modeliranje.

Na primeru sinteze integrisanog sistema (neradio-tehničkog i radio-tehničkog uređaja, npr. barometarskog visinomera i radio-visinomera) pokazano je da je integrisani sistem radno sposoban čak i kada jedan od uređaja otkaže, izraz (35), kao i da se integracijom uređaja koji rade na različitim fizičkim principima povećava tačnost merenja. Naime, relativna disperzija greška pri integralnoj obradi informacija manja je od relativne disperzije greška merenja bez integracije uređaja, izrazi (38) i (39).

U današnje vreme i integralna obrada informacija široko se koristi na nivou obrade podataka (tzv. sekundarna obrada informacija) uz primenu poznatih metoda teorije estimacije: nestacionarna filtracija Kalmana, metod najmanjih kvadrata, metod maksimalne verodostojnosti i robustna estimacija. Izloženi metodi pružaju mogućnost integralne obrade signala (tzv. primarne obrade informacija), uz optimizaciju samih davača, čime se može uticati na poboljšanje kvaliteta njihovog funkcionisanja.

Literatura:

- [1] Slnkovski S.: »Kompleksna obrada informacija u informaciono-mernim uređajima vazduhoplova«, VTG broj 2, Beograd, 1989.
- [2] Koblov V. L., Jarlikov M. S.: »Radiotehnika«, 1987, № 2, str. 20—28.
- [3] Krasovskij A. A.: »Nadežnost navigacij letatel'nyh apparatov«. — B kn.: »Problemi nadežnosti letatel'nyh apparatov«. Moskva, Mašinstroenije, 1985, str. 82—97.
- [4] Jarlikov M. S.: »Statističeskaja teorija radio-navigacii«, Radio i svjaz, Moskva, 1985.
- [5] Oljanuk P. V., Golovškina G. V.: »Radio-navigacio sverhdušimovol'nogo diapazona«, Radio i svjaz, Moskva, 1985.
- [6] Jarlikov M. S., Mironov M. A.: »Radiotehnika i elektronika«, 1982, № 10, str. 1949—1956.
- [7] V. V. Barašnikov, Lutčenko A. E., Skorohodov E. M.: »Čifrovyje radio navigacionnye ustrojstva«, Sovetskoe radio, Moskva, 1980.
- [8] Krasovskij A. A.: »Spravočnik po teorii avtomatičeskogo upravlenija«, Nauka, Moskva, 1987.
- [9] Gajić A.: »Razvoj arhitekture integrisanih sistema elektronske opreme vazduhoplova do kraja ovog veka« (Program PAVE PILAR), naučno-tehnička informacija, 1987, broj 3, VTI.
- [10] Warwick G.: »Flight« broj 3938 (prevod V. Tračković), Vazduhoplovnotehničke informacije, 1985, broj 2, VTU.
- [11] Kazakov I. E., Gladkov D. I.: »Metodi optimizacii stohastičeskikh sistem«, Nauka, Moskva, 1987.
- [12] Kazakov I. E., Maljčikov S. B.: »Analiz stohastičeskikh sistem v prostranstve sostojanij«, Nauka, Moskva, 1983.
- [13] Kondratjev V. S., Kotov A. F., Markov L. N.: »Mnogopozicionie radiotehničeskie sistemy«, Radio i svjaz, Moskva, 1986.
- [14] Šahurin A. P.: »Radioelektronika«, 1979, tom XXII, № 7, str. 79—82.