Analitički pristup opisu radionice za tehničko održavanje kao sistema masovnog opsluživanja

Uvod

Radionica za održavanje tehničkih sredstava dio je šireg sistema održavanja koji se razvija za potrebe određenog poduzeća ili neke specifične institucije, npr. vojne. Sistem održavanja je, općenito, tehnološki i organizacijski složen sistem i njegova analiza zahtjeva složen pristup s nizom slučajnih elemenata.

U ovom stručnom, originalnom radu analiziran je rad radionice za tehničko održavanje radio-uređaja u sistemu održavanja tehničkih sredstava JNA.

Pri matematičkom rješavanju ovakve vrste problema postoje dvije metode: analitička i simulaciona. Obje koriste opis radionice kao sistema masovnog opsluživanja (SMO). Rješenje simulacijom zasniva se na statističkoj obradi izlaznih rezultata višestruko ponavljane simulacije, dok se ovo drugo, analitičko rješenje, bazira na matematičkom modelu dobivenom analitičkom formulacijom problema (rad radionice). Iako složenije, analitičko rješenje predstavlja osnovu ovog rada. Odabrana je upravo ova metoda, jer se ona mnogo rjeđe koristi pri rješavanju ovakvih problema, a ukoliko je, usprkos potrebnim pojednostavljenjima, problem dobro opisan, analitičko rješenje je pouzdanije. Cilj analitičkog opisa radionice, koji je dat u ovom radu, jeste određi-

vanje vjerojatnosti stanja u kojima se radionica (promatrana kao SMO) može naći. Dobivene vjerojatnosti mogu se iskoristiti za određivanje vjerojatnosti složenijih događaja (zauzetost pojedinih kanala opsluživanja, dobivanje otkaza od opsluživanja, ...), uz čije korištenje se mogu izvršiti različite analize kao što je, na primer, analiza troškova neophodnih za normalno funkcioniranje radionice.

U drugom poglavlju rada dat je funkcionalni opis radionice za održavanje radio-uređaja neophodan za razumijevanje analitičke formulacije rada radionice dobivene korištenjem teorije masovnog opsluživanja. Ovo analitičko rješenje detaljno je opisano u trećem i četvrtom poglavlju. Peto poglavlje posvećeno je verifikaciji rezultata dobivenih predloženim matematičkim modelom. Ova verifikacija ostvarena je usporedbom dobivenih rezultata s rezultatima nekih klasičnih SMO (teorijski obrađenih).

Organizacijska struktura radionice za održavanje radio-uređaja

Radionica za održavanje tehničkih sredstava (na II nivou) namijenjena je održavanju sredstava različitog asortimana i može se prikazati organizacijskom shemom prikazanom na slici 1.

Odjeljenje za održavanje radio-uređaja može se promatrati neovisno od

Sl. 1 Organizacijska shema radionice (II nivo)

ostala četiri odjeljenja. Uočava se da u ovom odjeljenju rade četiri različita profila mehaničara. Ovoliki broj profila je potreban, jer se radio-uređaji mogu podijeliti u četiri grupe: prenosni visokofrekventni radio-uređaji (VFRU), RU velike snage, prenosni vrlo visokofrekventni RU (VVFRU) i RU na borbenim vozilima.

Rad navedenih profila mehaničara nije u potpunosti međusobno neovisan. Obično je mehaničar za RU velike snage osposobljen da može pružiti ispomoć mehaničaru za prenosne VFRU, a mehaničar za RU na borbenim vozilima može pružiti ispomoć mehaničaru za prenosne VVFRU.

Uzimajući ove mogućnosti ispomoći, odjeljenje (možemo ga zvati i radionicom) za održavanje radio-uređaja može se prikazati funkcionalnom shemom kao na slici 2.

Uočava se da se na prvom radnom mjestu održavaju sredstva tipa A, B, C, D, i E, na drugom sredstva N i O, na trećem sredstva F, G, H, I i J i na

četvrtom sredstva K, L i M. Isprekidane strelice označavaju mogućnost ispomoći koju mogu pružiti drugi, odnosno četvrti mehaničar prvom, odnosno trećem mehaničaru, respektivno.

Prva dva radna mjesta (1—2) tehnološki su neovisna od druga dva (3—4), što je na slici prikazano isprekidanim linijama. Ovakva funkcionalna shema je odraz funkcionisanja stvarne radionice.

Formalni opis potoka sredstava koja dolaze na održavanje u radionicu

Prije svega, treba napomenuti da analitička formulacija problema iz područja masovnog opsluživanja zahtijeva uvođenje određenih pretpostavki zbog složenosti načina rješavanja.

Na slici 2 prikazana je radionica za tehničko održavanje radio-uređaja. Kako prva dva radna mjesta predstavljaju tehnološku cjelinu, neovisno o druga dva, u analitičkom opisu će se

Sl. 2 Odeljenje za održavanje radio-uređaja

osvrnuti posebno na njih, a iz dobivenog opisa slijedit će rješenje i za rad druge grupe radnih mjesta.

Na radnom mjestu za prenosne VFRU održavaju se sredstva tipa A, B, C, D, i E, a na radnom mjestu za RU velike snage sredstva N i O kao osnovna sredstva, a sredstva A, B, C, D i E kad se pruža ispomoć prvom radnom mjestu. Potoci korisnika, koji dolaze u SMO su, u stvari, potoci sredstava navedenih tipova koja pristižu u radionicu na održavanje. Svaki tip sredstva formira svoj potok, pa imamo sedam ulaznih potoka za sedam različitih tipova sredstava. Pretpostavlja se da je radionica nadležna za izvođenje preventivnih tehnoloških programa održavanja PO-3 (periodični pregled) i PO-5 (tehnički pregled), te korektivnih programa KO-3 (laki remont) i KO-4 (popravak sredstva zamjenom blokova). Ulazni potok svakog tipa sredstva može se promatrati kao zbroj četiri nezavisna potoka, i to:

1) potok sredstava koja dolaze na preventivni pregled PO-3;

2) potok sredstava koja dolaze na preventivni pregled PO-5;

3) potok sredstava koja dolaze na korektivno održavanje KO-3;

4) potok sredstava koja dolaze na korektivno održavanje KO-4.

Navedeni preventivni (PO-3 i PO-5) i korektivni (KO-3 i KO-4) programi uzeti su iz skupa 11 preventivnih i 11 korektivnih programa koji obuhvaćaju sve radnje održavanja u sistemu održavanja sa više nivoa, koji je opisan u [1].

Prema tome, imamo ukupno 28 (4×7) ulaznih potoka sredstava koja dolaze na održavanje na prva dva radna mjesta.

Pretpostavljamo da su ulazni potoci jednog tipa sredstva međusobno nezavisni, a isto tako su nezavisni potoci sredstava različitih tipova.

Idući korak je razmatranje karakteristika navedena četiri potoka koje formira svako od sredstava. Dva su potoka za preventivno, a dva za korektivno održavanje. Potoke za korektivni pregled možemo smatrati ordinarnima, jer je, s obzirom na broj sredstava, mala vjerojatnoća da će dva ili više sredstava doći na održavanje u istom trenutku.

Za preventivne potoke situacija je malo složenija. Ukoliko je vremenski period između dva preventivna pregleda PO-3 višekratnik ili djeliteľ vremenskog perioda između dva preven-

tivna pregleda PO-5, može se desiti da dva ili više sredstava istovremeno dođu na održavanje u radionicu i tada bi uvjet ordinarnosti bio narušen. No, to se, po pravilu, ne dešava, jer sredstva rijetko dolaze u tačno zakazanom danu na preventivne preglede. Zbog toga ćemo pretpostaviti da je uvjet ordinarnosti potoka ispunjen.

Pretpostavka odsustva posljedice je trivijalno ispunjena, jer dolazak jednog sredstva na održavanje ne povlači za sobom dolazak drugog sredstva (ni istog, a pogotovo ne različitog tipa).

Pod uvjetom da su ispunjene prethodne pretpostavke ordiniranosti i odsustva posljedica, potoci sredstava su Poissonovi i vrijedi svojstvo stabilnosti, tj. zbrajanjem Poissonovih potoka dobivamo opet Poissonove potoke.

Promatramo li potoke sredstava u određenim vremenskim periodima, možemo smatrati da su oni i stacionarni, pošto ta pretpostavka dovodi do zadovoljavajućih rješenja.

Na kraju, iz svega navedenog proizlazi da je realna pretpostavka da su potoci sredstava, koja dolaze na održavanje, prosti potoci.

Neka je λ_{xk} intenzitet potoka koji formira sredstvo X dolazeći na korektivno održavanje u radionicu, a λ_{xp} intenzitet potoka koji formira sredstvo X dolazeći na preventivno održavanje. Ukupan intenzitet (λ_x) potoka koji formira sredstvo X dolazeći na održavanje u radionicu može se, zbog svojstva stabilnosti, izraziti kao:

$$\lambda_x = \lambda_{xk} + \lambda_{xp} \quad (h^{-1}). \quad (1)$$

U proračune intenziteta λ_{xk} i λ_{xp} ulaze intenziteti λ_{x1} i λ_{x2} otkaza sredstva X u radu, odnosno u periodu dok sredstvo ne radi, kao i broj sredstava tipa X, te funkcije preventivnih pregleda (PO-3 i PO-5) za promatrano sredstvo X i koeficijent eksploatacije sredstava.

Već je napomenuto da na prvo radno mjesto dolaze na održavanje sredstva A, B, C, D i E, a na drugo radno mjesto sredstva N i O. Svako od ovih sredstava formira svoj ulazni potok, a zbog svojstva stabilnosti ove potoke možemo međusobno zbrojiti, tako da je intenzitet sume potoka sredstava koja dolaze na održavanje kod prvog mehaničara (prvi kanal opsluživanja) jednak sumi intenziteta potoka pojedinih sredstava koja čine sumarni potok. Formalno, to možemo izraziti kao:

$$\lambda_1 = \sum_{i \in S1} \lambda_i, \quad S1 = \{A, B, C, D, E\}. \quad (2)$$

Isto tako, intenzitet potoka sredstava koja dolaze na održavanje na drugo radno mjesto je:

$$\lambda_2 = \sum_{j \in S2} \lambda_j, \quad S2 = \{N, O\}. \quad (3)$$

Intenzitet λ_1 i λ_2 imaju ovakve vrijednosti samo u slučaju da je koeficijent ispomoći drugog kanala prvom jednak nuli, tj. u slučaju da mehaničar na drugom radnom mjestu ne pomaže prvom primajući jedan dio »njegovih«

Sl. 3 Općenita situacija kod međusobne ispomoći mehaničara

sredstava na održavanje. Općenita situacija prikazana je na slici 3.

Intenzitet (λ_1' i λ_2') stvarnih potoka sredstava koja dolaze na održavanje na pojedina radna mjesta mogu se izraziti na slijedeći način:

$$\begin{aligned}\lambda_1' &= (1 - k_1) \cdot \lambda_1, \\ \lambda_2' &= \lambda_2 + k_1 \cdot \lambda_1.\end{aligned}\quad (4)$$

Ukoliko nema ispomoći drugog kanala prvom ($k_1 = 0$), vrijedi:

$$\lambda_1' = \lambda_1 \quad \lambda_2' = \lambda_2. \quad (5)$$

S druge strane, ukoliko, iz bilo kojeg razloga, sva sredstva prvog radnog mjesta idu na održavanje na drugo radno mjesto, vrijedi:

$$\lambda_1' = 0, \quad \lambda_2' = \lambda_1 + \lambda_2. \quad (6)$$

Formalni opis rada radionice kao sistema masovnog opsluživanja

Nakon što su u prethodnom poglavlju opisani potoci sredstava koja se održavaju u radionici, može se pristupiti formalnom opisu rada same radionice. Potrebno je, prije svega, uvesti neke pretpostavke rada radionice:

— radionici su data u nadležnost izvođenja određenih preventivnih i korektivnih tehnoloških programa;

— četiri su kanala opsluživanja (četiri radna mjesta) od kojih su po dva povezani u cjeline (sl. 2);

— vrijeme opsluživanja je slučajna varijabla s eksponencijalnom distribucijom vjerojatnosti, a period između dvije pojave sredstva je, također, slučajna varijabla s eksponencijalnom distribucijom vjerojatnosti (prosti potoci);

— postoji jedno mjesto u redu čeka- nja, što znači da svako sredstvo, koje dođe u radionicu u trenutku kad su kanali i mjesto u redu čeka nja zauzeti, dobiva otkaz;

— dva kanala, koja čine tehnološku cjelinu u radionici, imaju takve karakteristike da jedan od njih može pružiti ispomoć u održavanju drugom, prihvatajući dio »njegovih« sredstava na održavanje. Veličina ovog dijela sredstava ovisi o koeficijentu ispomoći, čija se vrijednost kreće od nula (nema ispomoći) do jedan (sva sredstva kanala kojem se pruža pomoć idu u kanal koji pruža pomoć (sl. 3));

— u radionici postoje dvije tehnološke cjeline (međusobno neovisne i svaka sa po dva kanala opsluživanja), koje se mogu analitički odvojeno opisati;

— svako radno mjesto predstavlja jedan kanal opsluživanja i dodavanje novog mehaničara istog profila predstavlja povećavanje intenziteta opsluživanja (μ);

— proces koji protiče u radionici, opisanoj kao SMO, diskretan je Markovljev stohastički proces s kontinuiranim parametrom (vremenom).

Sl. 4 Detaljna shema funkcioniranja radionice

Slika 4 prikazuje detaljnu shemu funkcionisanja radionice. Kako je proces koji se odvija u radionici, po pretpostavci, diskretan stohastički proces s kontinuiranim vremenom, može se pristupiti definiranju stanja u kojima se SMO može naći. Sva stanja sistema prikazana su u tabeli 1.

Tabela 1

		1. kanal	2. kanal	čeka- nje	
S T A NJ A	Y1	0	0	0	← nemo- guće stanje
	Y2	0	0	1	
	Y3	0	1	0	
	Y4	0	1	1	
A *	Y5	1	0	0	← nemo- guće stanje
	Y6	1	0	1	
	Y7	1	1	0	
	Y8	1	1	1	

U tabeli stanja sistema pojavljuju se prvi i drugi kanal opsluživanja iz već navedenih razloga, a to je njihova tehnološka povezanost i tehnološka neovisnost o trećem i četvrtom kanalu. Osim ova dva kanala, pojavljuje se i jedno mjesto u redu čekanja. Pri analizi će se opredijeliti za cjelinu (a) (sl. 4), a ista analiza će se koristiti za cjelinu (b), zbog funkcionalne sličnosti ovih cjelina.

Potrebno je razmotriti svako od navedenih stanja u tabeli 1, jer se može desiti da neko od stanja nije moguće.

Y1... Sistem je u ovom stanju kad nema sredstava na održavanju niti u prvom niti u drugom kanalu, a mjesto u redu čekanja je prazno, tj. nema sredstava u SMO.

Y2... Stanje u kojem su oba kanala slobodna, a jedno sredstvo je u redu čekanja, nije moguće stanje, jer se sredstva uzimaju odmah na održavanje.

Y3... Ovo stanje označava zauzetost drugog kanala održavanja, dok su prvi kanal i mjesto u redu čekanja slobodni.

Y4... Ukoliko je drugi kanal zauzet i na održavanje dođe sredstvo koje može biti održavano samo u drugom kanalu (sredstva N i O), tada će ono čekati u redu, bez obzira na to što je prvi kanal slobodan.

Y5... Ovo je stanje u kojem je prvi kanal zauzet, a drugi i mjesto u redu čekanja slobodni.

Y6... Prvi je kanal zauzet, drugi slobodan i jedno je sredstvo u redu čekanja. Ovo stanje se može smatrati nemogućim, jer je drugi kanal osposobljen da prima sredstva koja se normalno održavaju u prvom kanalu (koliko god koeficijent ispomoći drugog kanala prvom bio mali, ipak će biti dovoljan da drugi kanal preuzme sredstvo u ovakvoj situaciji).

Y7... Oba su kanala zauzeta i nema sredstava u redu čekanja.

Y8... Oba su kanala zauzeta i jedno je sredstvo u redu čekanja.

Eliminiranjem stanja Y2 i Y6, dobivamo skup od šest stanja koja se međusobno isključuju i u potpunosti opisuju promatranu radionicu kao SMO. Sada će tabela stanja izgledati kao na tabeli 2.

Tabela 2

	1. kanal	2. kanal	čekanje
Y1	0	0	0
Y2	0	1	0
Y3	0	1	1
Y4	1	0	0
Y5	1	1	0
Y6	1	1	1

Jedan od važnijih zadataka u analizi SMO predstavlja pronalaženje vjerojatnosti da se sistem u određenom trenutku nađe u nekom od svojih stanja. Kad bi se poznavale ove vjerojatnosti, mogle bi se odrediti i vjerojatnosti slijedećih složenih događaja:

a) vjerojatnost da sredstvo dobije otkaz: sredstvo koje dođe na održavanje u radionicu dobit će otkaz ukoliko se sistem, u trenutku dolaska sredstva,

nalazi u jednom od stanja Y3 ili Y6 (stanja otkaza). Ako je sistem u stanju Y3, tada će otkaz dobiti ono sredstvo koje može biti održavano samo u drugom kanalu (sredstva N i O). Pod pretpostavkom da su događaji »sistem se nalazi u stanju Y3« i »na održavanje je došlo ili sredstvo tipa N ili sredstvo tipa O« međusobno nezavisni, vjerojatnost složenog događaja koji nastaje istovremenim odvijanjem navedena dva događaja jednaka je produktu vjerojatnosti ovih događaja. Ako je pak, sistem u stanju Y6, tada će bilo koje sredstvo, ako naiđe, dobiti otkaz. Prema tome, vjerojatnost stanja Y6 je, ujedno, i vjerojatnost otkaza. Ukupna vjerojatnost da će sredstvo dobiti otkaz, može se, zbog isključivosti stanja Y3 i Y6, izraziti formulom:

$$P_{\text{otk}} = \frac{NN + NO}{NA + NB + NC + ND + NE + NN + NO} \cdot P(Y3) + P(Y6) \quad (7)$$

gde je:

NI... broj sredstava tipa I;

b) vjerojatnost da je zauzet prvi kanal opsluživanja jednaka je sumi vjerojatnosti stanja Y4, Y5 i Y6, jer je u tim stanjima prvi kanal stvarno i zauzet, a stanja se međusobno isključuju:

$$P_{z1} = P(Y4) + P(Y5) + P(Y6); \quad (8)$$

c) vjerojatnost da je zauzet drugi kanal opsluživanja jednaka je:

$$P_{z2} = P(Y2) + P(Y3) + P(Y5) + P(Y6); \quad (9)$$

d) vjerojatnost da u radionici (SMO) nema sredstava na održavanju (slobodna su oba kanala i nema sredstava na čekanju) jednaka je:

$$P_0 = P(Y1) \quad (10)$$

Isto tako, poznavajući vjerojatnosti stanja sistema, možemo odrediti vje-

rojatnost da je prvi kanal zauzet, a drugi slobodan i obrnuto, itd. Ova i vjerojatnosti stanja ostalih događaja koji nastaju formiranjem podskupova (ima ih 2^6) iz skupa svih mogućih stanja SMO, manje su bitna u analizi rada promatrane radionice.

Nakon što su određena sva moguća stanja u kojima se SMO može naći, pristupa se slijedećem koraku u određivanju vjerojatnosti mogućih stanja, a to je definiranje mogućih prelaza iz stanja u stanje i crtanje grafa stanja i prelaza.

Neka su λ_1' i λ_2' intenziteti potoka sredstava koja dolaze na održavanje u prvi, odnosno drugi kanal opsluživanja, respektivno, a μ_1 i μ_2 intenziteti opsluživanja odgovarajućih kanala (sl. 4).

Iz stanja Y1 sistem može preći u:

- stanje Y2 s intenzitetom λ_2' ;
- stanje Y4 s intenzitetom λ_1' .

Iz stanja Y2 sistem može preći u:

- stanje Y1 s intenzitetom μ_2 ;
- stanje Y3 s intenzitetom λ_2' ;
- stanje Y5 s intenzitetom λ_1' .

Iz stanja Y3 sistem može preći u:

- stanje Y2 s intenzitetom μ_2 ;
- stanje Y6 s intenzitetom λ_1' .

Iz stanja Y4 sistem može preći u:

- stanje Y1 s intenziteom μ_1 ;
- stanje Y5 s intenzitetom λ_2' .

Iz stanja Y5 sistem može preći u:

- stanje Y2 s intenzitetom μ_1 ;
- stanje Y4 s intenziteom μ_2 ;
- stanje Y6 s intenzitetom $\lambda_1' + \lambda_2'$.

Iz stanja Y6 sistem može preći u:

- stanje Y3 s intenzitetom μ_1 ;
- stanje Y5 s intenzitetom $\mu_1 + \mu_2$.

Nakon što su definirani mogući prelazi stanja, može se izraditi graf stanja (sl. 5).

Sl. 5 Graf. stanja sistema

Pod pretpostavkom da su svi potoci korisnika, koji prevode sistem iz jednog stanja u drugo, prosti, vjerojatnosti stanja se mogu odrediti sistemom linearnih diferencijalnih jednačbi. Osim toga, iz slike 5 vidi se da sistem nema niti jedno stanje bez izlaza i bez ulaza, što znači da je proces koji protiče u sistemu ergodičan, tj. postoji stacionarni režim rada (nakon određenog vremena vjerojatnosti stanja sistema se stabiliziraju i postaju konstante). Iz grafa stanja na slici 5 može se formirati sistem od šest linearnih diferencijalnih jednačbi (sistem ima šest stanja) s konstantnim koeficijentom ($\lambda = \text{const.}$, $\mu = \text{const.}$). Primjenjujući pravila ove metode (Kolmogorov-Chapman), dolazi se do slijedećeg sistema jednačbi:

$$Y1' = -(\lambda'_1 + \lambda'_2) \cdot Y1 + \mu_1 \cdot Y4 + \mu_2 \cdot Y2$$

$$Y2' = -(\lambda'_1 + \lambda'_2 + \mu_2) \cdot Y2 + \lambda'_2 \cdot Y1 + \mu_2 \cdot Y3 + \mu_1 \cdot Y5$$

$$Y3' = -(\lambda'_1 + \mu_2) \cdot Y3 + \lambda'_2 \cdot Y2 + \mu_1 \cdot Y6$$

$$Y4' = -(\mu_1 + \lambda'_2) \cdot Y4 + \mu_2 \cdot Y5 + \lambda'_1 \cdot Y1$$

$$Y5' = -(\lambda'_1 + \lambda'_2 + \mu_1 + \mu_2) \cdot Y5 + \lambda'_1 \cdot Y2 + \lambda'_2 \cdot Y4 + (\mu_1 + \mu_2) \cdot Y6$$

$$Y6' = -(2 \cdot \mu_1 + \mu_2) \cdot Y6 + (\lambda'_1 + \lambda'_2) \cdot Y5 + \lambda'_1 \cdot Y3 \quad (11)$$

Da bi se ovaj sistem mogao riješiti nekom od numeričkih metoda, moraju se zadati i početni uvjeti, tj. vjerojatnosti stanja sistema u trenutku $t=0$. Logično je prihvatiti da se sistem u trenutku $t=0$ nalazio u stanju Y1, pa imamo:

$$P_{t=0}(Y1) = 1, \quad P_{t=0}(Yi) = 0, \quad i = 2, 3, 4, 5, 6.$$

Osim toga, pošto se stanja sistema međusobno isključuju i u potpunosti opisuju sistem, u svakom trenutku t vrijedi normirajući uvjet:

$$\sum_{i=1}^6 P_t(Yi) = 1. \quad (12)$$

Napomena u sistemu diferencijalnih jednačbi, koji je gore izveden, vjerojatnost da se sistem nađe u stanju Yi ima upravo oznaku Yi.

Navedeni sistem diferencijalnih jednačbi je riješen uz upotrebu računara, jednom od numeričkih metoda, tako da će jedan od računarskih »listinga« biti vrijednosti Yi ovisne o vremenu (sl. 6 i 7 i tab. 3 i 4).

Pri rješavanju je korištena Adamsova »prediktor-korektor« metoda.

Sl. 6 Vjerojatnosti stanja sistema masovnog opsluživanja;
 $N_1=1; N_2=1; K_{ispom}=0,05; K_e=0,1$.

Vjerojatnosti pojedinih stanja sistema (uz zadani koeficijent eksploatacije, koeficijent ispomoći, broj radnika po kanalu i broj pojedinih tipova sredstava) označene su sa Y_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$) i kratkim opisom stanja. Tako, na primjer, Y3-011 je oznaka vjerojatnosti da se sistem nađe u stanju Y3 u kojem je prvi kanal slobodan (0), drugi zauzet (1) i mjesto u redu čekanja zauzeto (1). Obuhvaćen je period od 1 do 58 vremenskih jedinica (sati), jer je on dovoljan za dolazak sistema u stacionarno stanje. U stvari, nakon devetnaest sati rada, SMO dolazi u stacionarno stanje i vjerojatnosti pojedinih stanja postaju konstantne: $Y_1 = 0,41789$, $Y_2 = 0,06735$, $Y_3 = 0,01623$, $Y_4 = 0,37532$,

$Y_5 = 0,04936$, $Y_6 = 0,01983$. Suma ovih vjerojatnosti je 1, što je dokaz da je sistem dobro opisan, tj. stanja se međusobno isključuju i u potpunosti opisuju rad radionice. Pretpostavili smo da iz nepromjenjivosti prvih pet znamenaka iza decimalnog zareza možemo izvesti zaključak o konstantnosti vjerojatnosti pojedinih stanja. Na slikama 6 i 7 dat je i grafički prikaz stabilizacije vjerojatnosti stanja. Tabela 4 i slika 7 daju prikaz vjerojatnosti istih stanja sistema, kao i tabela 3 i slika 6, ali s nešto drugačijim ulaznim podacima. U prvom kanalu opsluživanja nema mehaničara ($N_1=0$), a u drugom se nalazi jedan mehaničar ($N_2=1$). Posljedica toga je da su vjerojatnosti onih stanja

Sl. 7 Vjerojatnosti stanja sistema masovnog opsluživanja;
 $N_1=0$; $N_2=1$; $K_{ispom}=1$; $K_e=0,1$.

u kojima je zauzet prvi kanal opsluživanja jednake nuli (Y4, Y5 i Y6), dok ostala stanja u potpunosti opisuju SMO (radionicu), pošto je sada suma njihovih vjerojatnosti jednaka 1.

Na ova dva primjera može se sagledati opterećenje mehaničara u pojedinim kanalima. Prvi kanal je zauzet u stanjima Y4, Y5 i Y6, pa suma vjerojatnosti ovih stanja predstavlja i njegovo opterećenje. Opterećenje drugog kanala bit će suma vjerojatnosti stanja Y2, Y3, Y5 i Y6. Iz priloga 2 i 3 mogu se izračunati konkretna opterećenja za svaki kanal pri odgovarajućim koeficijentima eksploatacije:

Iz tabele 3: opterećenje prvog kanala = 0,444 (44% vremena radi); opterećenje drugog kanala = 0,15 (15% vremena radi).

Iz tabele 4: opterećenje prvog kanala = 0 (nema mehaničara); opterećenje drugog kanala = 0,649 (65% vremena radi).

Iz tabele 4 je primjetno povećanje opterećenja drugog mehaničara za 50%, jer sva sredstva prvog mehaničara dolaze kod njega na održavanje (koeficijent ispomoći = 1).

Interesantno je pogledati i parametre opsluživanja (ρ_1 i ρ_2) pojedinih kanala u oba primjera:

LGO

? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP A(75) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP B(85) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP C(15) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP D(25) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP E(45) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP N(25) :
 ? UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIP O(7) :
 ? UPIŠI KOEFICIJENT ISPOMOĆI DRUGOG KANALA PRVOM (0,) :
 ? .05
 ? UPIŠI KOEFICIJENT EKSPLOATACIJE SREDSTAVA (0,1) :
 ? UPIŠI BROJ RADNIKA U 1. KANALU(1) :
 ? UPIŠI BROJ RADNIKA U 2. KANALU(1) :
 ?

STABILIZACIJA VJEROJATNOSTI STANJA SISTEMA ZA
SLIJEDEĆE VRIJEDNOSTI PARAMETARA:

L11K=0,7097678 MI1UK=0,8869354691499 KOEKS =0,1

L22K=0,1202542 MI2UK=0,8728786353732 KISPOM=0,05

X	Y1-000	Y2-010	Y3-011	Y-4100	Y5-110	Y6-111
1,0000	0,59537	0,04685	0,00330	1,32631	0,02311	0,00506
4,0000	0,47858	0,06380	0,01385	0,37956	0,04645	0,01775
7,0000	0,47278	0,06682	0,01588	0,37604	0,04894	0,01954
10,0000	0,47202	0,06728	0,01618	0,37543	0,04930	0,01979
13,0000	0,47191	0,06734	0,01623	0,37534	0,04935	0,01983
16,0000	0,47190	0,06735	0,01623	0,37533	0,04936	0,01983
19,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
22,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
25,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
28,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
31,0000	0,47189	0,06736	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
34,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
37,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
40,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
43,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
46,0000	0,47189	0,06736	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
49,0000	0,47189	0,06736	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
52,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983
55,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04937	0,01983
58,0000	0,47189	0,06735	0,01623	0,37532	0,04936	0,01983

PAUSE SLIJEDEĆI IZLAZ

LGO

UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA A(75) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA B(85) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA C(15) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA D(25) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA E(45) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA N(25) :
 ?
 UPIŠI BROJ SREDSTAVA TIPA O(7) :
 ?
 UPIŠI KOEFICIJENT ISPOMOĆI DRUGOG KANALA PRVOM (0,) :
 ? 1.
 UPIŠI KOEFICIJENT EKSPLOATACIJE SREDSTAVA (0,1) :
 ?
 UPIŠI BROJ RADNIKA U 1. KANALU(1) :
 ? 0
 UPIŠI BROJ RADNIKA U 2. KANALU(1) :
 ?

STABILIZACIJA VJEROJATNOSTI STANJA SISTEMA ZA
 SLIJEDEĆE VRIJEDNOSTI PARAMETARA:

L11K=0. MI1UK=0. KOEKS =0,1

L22K=0,830022 MI2UK=0,8728786353732 KISPOM=1.

X	Y1-000	Y2-010	Y3-011	Y-4100	Y5-110	Y6-111
1,0000	0,57078	0,30294	0,12628	0,00000	0,00000	0,00000
4,0000	0,36642	0,33264	0,30094	0,00000	0,00000	0,00000
7,0000	0,35151	0,33301	0,31548	0,00000	0,00000	0,00000
10,0000	0,35035	0,33305	0,31660	0,00000	0,00000	0,00000
13,0000	0,35026	0,33304	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
16,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
19,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
22,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
25,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
28,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
31,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
34,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
37,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
40,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
43,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
46,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
49,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
52,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
55,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000
58,0000	0,35025	0,33305	0,31670	0,00000	0,00000	0,00000

PAUSE SLIJEDEĆI IZLAZ

?

iz tabele 3:

$$\rho_1 = L11K/MI1UK = 0,80;$$

$$\rho_2 = L22K/MI2UK = 0,138;$$

iz tabele 4:

$$\rho_1 = 0;$$

$$\rho_2 = L22K/MI2UK = 0,951.$$

U drugom primjeru se drugi kanal približio zagušenju, jer se vrijednost intenziteta ulaznog potoka sredstava približila po vrijednosti intenzitetu opsluživanja.

Kako je sistem opisan sa šest stanja, moguće je konstruirati $2^6 - 1 = 63$ događaja za koja se može tražiti vjerojatnost dešavanja. Međutim, samo mali podskup ovog skupa događaja je interesantan za primjenu. Jedan od događaja iz tog podskupa je stanje Y1-000, tj. vjerojatnost da se u sistemu ne nalazi niti jedno sredstvo. Isto tako, interesantan je događaj u kojem sredstvo koje dođe u SMO dobije otkaz. Ovaj događaj realiziraju stanja Y3 i Y6.

Usporedba dobivenih rezultata s rezultatima nekih klasičnih SMO

Rezultate dobivene analitičkim opisom radionice, kao sistema masovnog opsluživanja, pogodno je verificirati na određeni način radi odluke o primjenjivosti modela. Model je verificiran usporedbom rezultata opisanog SMO s rezultatima nekih klasičnih SMO, čije se karakteristike mogu eksplicitno izraziti algebarskim formulama [3]. Izaabrana su dva takva sistema: jednokanalni SMO s čekanjem (M/M/1/1) i dvokanalni SMO s čekanjem i potpunom uzajamnom pomoći među kanalima (M/M/2/1). Iz oznaka spomenutih sistema vidi se da imaju po jedno mjesto u redu čekanja.

Jednokanalni SMO s čekanjem

Oznaka ovog sistema je M/M/1/1, što znači da su interval između nailazaka sredstava i srednje vrijeme opsluživanja slučajne varijable s eksponencijalnom distribucijom vjerojatnosti, te postoji jedan kanal opsluživanja i jedno mjesto u redu čekanja.

Vjerojatnost da će sredstvo dobiti otkaz u ovakvom sistemu izražava se formulom:

$$P_{\text{otk}} = \frac{\rho^{m+1} \cdot (1-\rho)}{1-\rho^{m+2}} \quad (13)$$

gde su:

m — broj mjesta u redu čekanja;

ρ — parametar kanala (λ/μ).

Vjerojatnost da nema sredstava u sistemu izračunava se formulom:

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}, \text{ za } \rho < > 1; \quad (14)$$

$$P_0 = \frac{1}{m+2}, \text{ za } \rho = 1, \quad (15)$$

gdje m i ρ imaju isto značenje kao u prethodnoj formuli.

Da bi se mogao usporediti analitički opisan SMO iz rada s ovim klasičnim i jednostavnijim SMO, potrebno je koeficijent ispomoći drugog kanala prvom postaviti na vrijednost 1. Tada će sva sredstva namijenjena prvom kanalu opsluživanja ići u drugi kanal, koji će time biti jedini u sistemu. U tabeli 5 dati su usporedni rezultati dvaju naznačenih sistema za različite vrijednosti intenziteta potoka sredstava (λ) i intenziteta opsluživanja (μ), pa, prema tome, i za različite vrijednosti ρ .

Uspoređujući ove rezultate, uz pretpostavku da je rezultat dobiven formulom korektan do na treću decimalu, maksimalna greška je 0,10%.

λ (h ⁻¹)	μ (h ⁻¹)	ρ	P_{otk}		$P_o=Y1$	
			računar	formula	računar	formula
0.1	0.9	0.111	0.0109	0.0109	0.890	0.890
0.3	0.9	0.333	0.0768	0.0767	0.692	0.693
0.9	0.9	1.000	0.3333	0.3333	0.333	0.333
0.1	1.8	0.055	0.0029	0.0029	0.945	0.945
0.3	1.8	0.167	0.0230	0.0230	0.837	0.836
0.9	1.8	0.500	0.1420	0.1430	0.571	0.571

Dvokanalni SMO s čekanjem i potpunom uzajamnom pomoći među kanalima

Oznaka ovog SMO je M/M/2/1, a analitički izraz za vjerojatnost opsluživanja u ovom sistemu je:

$$P_{ops} = \frac{1 - \alpha^{n+m}}{1 - \alpha^{n+m+1}}, \text{ za } \alpha < > 1; \quad (16)$$

$$P_{ops} = \frac{n + m}{2}, \text{ za } \alpha = 1, \quad (17)$$

gdje su:

$\alpha = \rho/2 = \lambda / (2 \mu)$ — propusna moć sistema;

n — broj kanala opsluživanja;

m — broj mjesta u redu čekanja.

U tabeli 6 date su neke usporedne vrijednosti vjerojatnosti opsluživanja ovih dvaju modela za različite intenzitete potoka sredstava. Ako rezultate dobivene formulom uzmemo kao tačne, maksimalna greška (zadnji red tabele)

iznosi 5,6%. Ovdje je greška veća nego u prethodnom primjeru, jer je teže odrediti vrijednost intenziteta opsluživanja (μ) koja se uzima kao ulazna veličina u predloženom modelu. Naime, ukoliko u SMO s potpunom uzajamnom pomoći među kanalima postoje dva kanala, mogući su slijedeći događaji:

— ako su kanali opsluživanja slobodni i naiđe jedno sredstvo na održavanje, preuzimaju ga oba kanala i tada je intenzitet opsluživanja kanala jednak $2 \cdot \mu$;

— ako se jedno sredstvo već održava u oba kanala i naiđe još jedno sredstvo, tada jedan od kanala preuzima dospjelo sredstvo i intenzitet opsluživanja kanala je μ .

Prema tome, srednja vrijednost intenziteta opsluživanja kanala je $(2 \cdot \mu + \mu)/2$, odnosno $1,5 \cdot \mu$. Ovakva vrijednost se uzima kao ulazna veličina u predloženi model i na osnovu toga se dobivaju rezultati prikazani u tabeli 6.

Tabela 6

λ (h ⁻¹)	μ (h ⁻¹)	P_{ops}	
		računar	formula
0.1	0.5	0.995	0.999
0.2	0.5	0.984	0.994
0.3	0.5	0.978	0.980
0.4	0.5	0.967	0.960
0.5	0.5	0.948	0.933
0.6	0.5	0.920	0.900
0.7	0.5	0.900	0.870
0.8	0.5	0.880	0.830

Zaključak

U radu je analitički opisan rad radionice za održavanje radio-uređaja primjenom teorija masovnog opsluživanja. Korištenu metodu čini matematičko modeliranje, zasnovano na analitičkoj formulaciji rada radionice. Ovaj model, realiziran na računaru, može se primijeniti za više različitih analiza, kao što je proračun potrebnog broja i strukture radnih mjesta za održavanje zadanog skupa sredstava različitog tipa i količine.

Uz određenu doradu može se izvesti i proračun troškova radne snage za održavanje.

Da bi dobiveni matematički model bio upotrebljiv, zahtijeva se rješavanje odgovarajućeg sistema linearnih diferencijalnih jednačbi. Jedini mogući način rješavanja ovog sistema u praksi jeste upotreba računarskih resursa, što je u ovom radu i ostvareno upotrebom biblioteke matematičkih rutina IMSLIB na računaru CYBER 170/825.

Za analizu radionice u ovom radu bilo je zadovoljavajuće da u redu čekanja postoji samo jedno mjesto. U slučaju da je potrebno razmatrati više mjesta u redu čekanja (uz iste ulazne podatke), neophodno je formirati novi sistem diferencijalnih jednačbi, jer do-

davanje svakog novog mjesta u redu čekanja povećava broj mogućih stanja sistema, a time i broj diferencijalnih jednačbi (svakom stanju sistema odgovara jedna diferencijalna jednačba). Olakšavajuća okolnost, pri povećanju broja stanja sistema, jeste što se istovremeno povećava i broj nemogućih stanja, koja se mogu odbaciti.

Konačno, treba primijetiti da upotreba predloženog matematičkog modela, zasnovanog na analitičkom opisu, nije ograničena na analizu rada ovdje razmatrane radionice. Što više, tipovi sredstava, označeni s A, B, C, D, N i O, mogu biti bilo koja sredstva, za koje je potrebno znati intenzitet otkaza i srednje vrijeme aktivnog održavanja. Osim toga, isto tako uspješno kako opisuje rad radionice s dva kanala opsluživanja, model može opisati i slučaj prisutnosti samo jednog kanala.

Literatura:

- [1] Barković M.: »Održavanje tehničkih materijalnih sredstava u sistemu održavanja s više nivoa«, Vojnotehnički glasnik 2/1989 s. 151—160.
- [2] Dobrović Ž.: »Minimalizacija utroška sredstava u sistemu održavanja«, Magistarski rad, Elektrotehnički fakultet sveučilišta u Zagrebu, 1991.
- [3] Stojiljković M., Vukadinović S.: »Operaciona istraživanja«, Vojnoizdavački zavod, Beograd, 1984.
- [4] — FORTRAN 77 Reference Manual, Revision 02, Data General Corporation, October 1983.
- [5] — IMSL LIBRARY — Fortran Subroutines for Mathematics and Statistics, Vol. 1, Chapter D, IMSL, Houston, 1984.