Dikić Goran,
kapetan I klase, dipl. inž.

Poboljšanje kvaliteta praćenja pokretnih ciljeva primenom Kalmanovog filtra

U članku su dati opis i uporedna analiza algoritama linearnog i proširenog Kalmanovog filtra. Ilustracija mogućnosti poboljšanja kvaliteta praćenja pokretnih ciljeva ostvarena je korišćenjem rezultata dobijenih simulacijom odgovarajućih procesa na personalnom računaru.

Uvod

Pri gađanju pokretnih ciljeva neophodno je stalno praćenje njihovih koordinata. Podaci o trenutnom položaju cilja dobijaju se primenom raznovrsnih senzora. Njihov rad najčešće se zasniva na prijemu elektromagnetne energije reflektovane od cilja, kao što je slučaj kod radara. U novije vreme, sve više se, umesto elektromagnetne energije, koristi termičko zračenje samog cilja, kako bi se smanjila mogućnost otkrivanja sopstvenog položaja.

Za potrebe preciznijeg praćenja pokretnih ciljeva razvijeni su specifični filtri u vidu numeričkih algoritama koji se realizuju uz primenu odgovarajuće računarske opreme. Neki od ovih algoritama su vrlo jednostavni, kao, na primer, »Metod ekstrapolacije kroz dve tačke«, ali obezbeđuju manju tačnost. Veća tačnost postiže se složenijim algoritmima koji zahtevaju upotrebu brzih računara da bi se mogli primeniti u realnim sistemima [1]. Literatura [1] sadrži interesantnu uporednu analizu svojstava pojedinih filtara, kao što su: metod ekstrapolacije kroz dve tačke, α - β , Winerov, Kalmanov i pojednostavljeni Kalmanov filter. U ovom članku opisuje se Kalmanov filter s obzirom na kva-

litet i tačnost koja se postiže njegovom primenom u praksi. Za ilustraciju njegovog rada na personalnom računaru razvijeni su odgovarajući programi koji obuhvataju sledeće procese:

- generisanje šumova za potrebe simulacije merenja koordinata cilja;
- generisanje koordinata referentne trajektorije leta;
- simulaciju merenja koordinata cilja, i
- modeliranje samog Kalmanovog filtra.

Svi programi realizovani su u okviru programskog paketa »MATLAB«, koji je namenjen upravo za rešavanje složenih računskih problema. Pri generisanju koordinata referentne trajektorije leta odabran je cilj koji se kreće pravolinijski konstantnom brzinom na konstantnoj visini, a u trenutku t_0 vrši manevar u horizontalnoj ravni menjajući kurs leta za 180 stepeni.

U konkretnom slučaju simuliran je cilj koji leti brzinom $v_0 = 300$ m/s, a praćenje počinje kada su njegove koordinate $x_0 = 18\,000$ m, $y_0 = 9\,000$ m i $z_0 = 2\,000$ m. Manevar nastaje 10 sekundi nakon što je otpočeto sa praćenjem, i to u horizontalnoj ravni, uz opterećenje od $a_n = 3g$ ($g = 9,81$ m/s²).

Zamišljeno je da se merenje udaljenosti cilja ρ u odnosu na osmatračku stanicu, azimuta ψ i elevacije φ , vrši u intervalima od jedne sekunde. Pri tome se pretpostavljaju sledeće karakteristike osmatračke stanice:

— standardno odstupanje izmerenih vrednosti daljine cilja $\sigma_R = 180$ m;

— standardno odstupanje izmerenih vrednosti uglova elevacije i azimuta $\sigma_\psi = \sigma_\varphi = 8/1000$ rad.

Matematički model kretanja cilja

Kvalitetno modeliranje kretanja cilja, pored zadane trajektorije, podrazumeva i simulaciju iznenadnih mane-

Sl. 1 — Prikaz modelirane referentne trajektorije leta

vara i ubrzanja usled vazдушnih turbulencija. Polazeći od činjenice da je manevr vremenski korelisana pojava, može se pretpostaviti da, ukoliko postoji ubrzanje u trenutku t , ono postoji i u trenutku $t+\tau$, za dovoljno malo τ . Na osnovu toga [2] ubrzanje se predstavlja kao slučajni proces sa eksponencijalnom autokorelacionom funkcijom:

$$r(\tau) = E[a(t) a(t+\tau)] = \sigma_m^2 \exp(-\alpha|\tau|), \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

gde je:

σ_m — varijansa ubrzanja cilja,

α — recipročna vrednost vremenske konstante manevra.

Vremenska konstanta u slučaju blagog manevra iznosi 1 minut, za ošte manevre 10—30 s, a u slučaju delovanja vazдушnih turbulencija (iznenadni manevri) njena vrednost je reda 1 s. Varijansa ubrzanja prema Singeru [2] izračunava se koristeći model prikazan na sl. 2.

Sl. 2 — Model gustine verovatnoće ubrzanja cilja

Na osnovu prikazanog modela jasno je da se cilj može kretati uz ubrzanje od A_{max} ($-A_{max}$) sa verovatnoćom P_{max} . Verovatnoća da se cilj kreće konstantnom brzinom iznosi P_0 . Ostala ubrzanja moguća su u skladu sa uniformnom raspodelom na intervalu $[-A_{max}, A_{max}]$. Na osnovu prikazanog modela varijansa ubrzanja σ_m^2 izračunava se prema izrazu

$$\sigma_m^2 = \frac{A_{max}^2}{3} [1 + 4P_{max} - P_0] \quad (2)$$

Koristeći standardan način za modeliranje procesa sa autokorelacionom funkcijom, datom izrazom (1) (Winer-Kolmogorov procedura), ubrzanje cilja se može izraziti kao:

$$\frac{da(t)}{dt} = -\alpha a(t) + w(t) \quad (3)$$

gde je:

$$w(t) \text{ — beli Gausov šum varijanse } \sigma_w^2 = 2\alpha\sigma_m^2\delta(t) \quad (4)$$

Za jednu fizičku dimenziju jednačina kretanja cilja može se napisati u vidu izraza

$$\frac{ds'(t)}{dt} = \Phi's'(t) + \Gamma'a(t) \quad (5)$$

gde je:

$$s'(t) = \begin{bmatrix} \text{pozicija cilja u trenutku } t \\ \text{brzina cilja u trenutku } t \\ \text{ubrzanje cilja u trenutku } t \end{bmatrix}$$

$$\Phi' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma' = [0 \ 1]^T$$

Na osnovu (3) i (5) jednačine kretanje cilja (za jednu fizičku dimenziju), mogu se izraziti kao

$$\frac{ds(t)}{dt} = \Phi s(t) + \Gamma w(t) \quad (6)$$

gde su:

$$s(t) = \begin{bmatrix} \text{pozicija cilja u trenutku } t \\ \text{brzina cilja u trenutku } t \\ \text{ubrzanje cilja u trenutku } t \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [7]$$

Prethodni izraz nakon prevođenja u diskretni domen i uvođenja odgovarajućih aproksimacija dobija formu

$$s(k+1) = Fs(k) + Gw(k) \quad (8)$$

gde su:

$$s(k) = [s(k) \ \dot{s}(k) \ \ddot{s}(k)]^T$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} T^2/4 \\ T/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$w(k)$ — sekvenca belog Gausovog šuma sa karakteristikama

$$E[w(k)] = 0, \quad E[w(k)^2] = 2\alpha T \sigma_m^2$$

Da bi model bio kompletan, neophodno je definisati i jednačinu merenja

koordinata cilja. S obzirom na postojanje različitih koordinatnih sistema, jednačina merenja može se definisati na više načina.

Sl. 3 — Prikaz koordinata u pravouglom i sfernom koordinatnom sistemu

Ukoliko se koordinate izražavaju u pravouglom koordinatnom sistemu (PKS), jednačina merenja data je kao:

$$m(k) = Hs(k) + v(k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

gde su:

$$m(k) = [x_m(k) \ y_m(k) \ z_m(k)]^T$$

$$x_m = \rho \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\vartheta),$$

$$y_m = \rho \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\vartheta),$$

$$z_m = \rho \cdot \sin(\varphi),$$

$v(k)$ — sekvenca belog Gausovog šuma koji predstavlja ekvivalentni šum merenja u PKS-u

$$v(k) \simeq N(0, R_i(k))$$

Ukoliko se položaj cilja izražava u sfernom koordinatnom sistemu (SKS), jednačina merenja postaje nelinearna i data je u obliku:

$$m(k) = h(s(k)) + v(k) \quad (11)$$

$$m(k) = [\rho \ \vartheta \ \varphi]^T$$

ρ, ϑ, φ koordinate u SKS-u

h — nelinearna vektorska funkcija

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vartheta = \arctan(y/x)$$

$$\varphi = \arcsin(z/\rho),$$

x, y, z koordinate u PKS-u

$$v(k) \simeq N(0, R_s(k))$$

$v(k)$ — sekvenca belog Gausovog šuma koji predstavlja ekvivalentni šum merenja u SKS-u.

Jednačine Kalmanovog filtra

U prethodnom tekstu model sistema opisan je jednačinama

$$s(k+1) = Fs(k) + Gw(k),$$

$$m(k) = Hs(k) + v(k), \quad k = 1, 2, \dots$$

Problem filtracije podrazumeva iznalaženje procene $\hat{s}(k)$ na bazi skupa izmerenih vrednosti $M_k = [m(1), m(2), \dots, m(k)]$. Kao indeks performanse uzima se varijansa $E[v^T \cdot v]$, gde je $v = s(k) - \hat{s}(k)$ greška procene. Procena koja mi-

nimizira dati kriterijum definiše se kao uslovna srednja vrednost:

$$s_{opt}(k) = E[s(k)/M_k]$$

Za razliku od klasičnih filtera kod kojih se obavlja izdvajanje određenog spektra iz raspoloživog signala, postupak filtracije u ovom slučaju obuhvata tri procesa:

— procenu, odnosno predikciju stanja $\hat{s}(k+1)$, znači jedan korak u napred;

— procenu stvarnih koordinata cilja na bazi izmerenih podataka, kako bi se postigla veća tačnost, i

— procenu veličina koje, praktično, ne merimo, kao što su brzine i ubrzanja cilja.

U engleskom jeziku pojam procena označava reč estimation. Stoga se u literaturi, umesto naziva filter, često koristi naziv estimator, kako bi se istakla razlika u odnosu na klasične filtre.

U slučaju jedne fizičke dimenzije (jedne koordinate), na primer x , rešenje problema dato je u rekursivnom obliku izrazima:

$$\hat{s}(k+1/k) = F\hat{s}(k/k) \quad (12)$$

$$\hat{s}(k+1/k+1) = \hat{s}(k+1/k) + K(k+1) [m(k+1) - H\hat{s}(k+1/k)] \quad (13)$$

$$P(k+1/k) = FP(k/k)F^T + GQ(k)G^T \quad (14)$$

$$K(k+1) = P(k+1/k)H^T [HP(k+1/k)H^T + \sigma_x^2]^{-1} \quad (15)$$

$$P(k+1/k+1) = (I - K(k+1)H)P(k+1/k) \quad (16)$$

gde su:

K — Kalmanovo pojačanje

$$Q = \sigma_m^2$$

σ_x^2 — varijansa šuma merenja za koordinatu x

$$\hat{s}(k+1/k) = E[s(k+1)/M_k]$$

$$\hat{s}(k+1/k+1) = E[s(k+1)/M_{k+1}]$$

$$P(k+1/k) = E[(s(k+1) - \hat{s}(k+1/k))(s(k+1) - \hat{s}(k+1/k))^T / M_k]$$

$$P(k+1/k+1) = E[(s(k+1) - \hat{s}(k+1/k+1))(s(k+1) - \hat{s}(k+1/k+1))^T / M_{k+1}]$$

$$H = [1 \ 0 \ 0] \text{ u slučaju koordinate } x$$

S obzirom na to da se merene sferne koordinate (ρ , φ , θ), pre dovođenja u filter, transformišu u pravougle Dekartove koordinate (x_m , y_m , z_m), greške merenja u PKS-u biće uzajamno korelisane, mada su u SKS-u nekorelisane. Ovo nastaje kao posledica nelinearne transformacije koja povezuje koordinate u jednom i drugom sistemu.

Matrica kovarijanse šuma merenja u SKS-u data je u obliku matrice

$$R_s = \text{diag} [\sigma_\rho^2, \sigma_\varphi^2, \sigma_\theta^2].$$

Kako je vektor merenja u PKS-u definisan kao:

$$\begin{aligned} x_m &= \rho \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta), \\ y_m &= \rho \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta), \\ z_m &= \rho \cdot \sin(\varphi), \end{aligned}$$

Jakobijan transformacije iz sfernih u pravougle koordinate definisan je kao:

$$J_{si} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\varphi) & -\rho\sin(\theta)\cos(\varphi) & -\rho\cos(\theta)\sin(\varphi) \\ \sin(\theta)\cos(\varphi) & \rho\cos(\theta)\cos(\varphi) & -\rho\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & 0 & \rho\cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$p_{11}(1/1) = \sigma_x^2,$$

$$p_{12}(1/1) = p_{21}(1/1) = \sigma_x^2/T,$$

$$p_{13}(1/1) = p_{31}(1/1) = 0,$$

$$p_{22}(1/1) = 2\sigma_x^2/T^2 + \frac{\sigma_M^2}{\alpha^4 T^2} \left[2 - \alpha^2 T^2 + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2e^{-\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T} \right],$$

$$p_{23}(1/1) = p_{32}(1/1) = \frac{\sigma_M^2}{\alpha^2 T} \left[e^{-\alpha T} + \alpha T - 1 \right],$$

$$p_{33}(1/1) = \sigma_M^2.$$

(19)

Usled toga, matrica kovarijanse šuma merenja u PKS-u može se aproksimativno izračunati kao:

$$R_i = J_{si} \cdot R_s \cdot J_{si}^T \quad (18)$$

Iz poslednje relacije jasno je da su vandijagonalni elementi matrice R_i različiti od nule, što dokazuje tvrdnju o uzajamnoj korelisanosti grešaka merenja u PKS-u. Usled toga, neophodno je generisati matricu R_i pri estimaciji svake naredne koordinate.

Posmatrajući jednu fizičku dimenziju (na primer x) pod pretpostavkom da je akvizicija podataka počela pre nego što se manevar desio, početni uslovi su definisani kao:

$$\begin{aligned} x(1/1) &= m(1), \\ \dot{x}(1/1) &= (M(1) - m(0))/T, \\ \ddot{x}(1/1) &= 0. \end{aligned}$$

Pri tome matrica $P(1/1)$ ima oblik:

gde je:

σ_x — varijansa šuma merenja u slučaju koordinate x,

T — perioda odabiranja.

Zanemarujući pojedine članove, matrica P(1/1) postaje jednostavnija

$$P = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x^2 T & 0 \\ \sigma_x^2 T & 2\sigma_x^2 T^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Čime se olakšava njeno izračunavanje.

U slučaju da se primenjuje vektor merenja definisan jednačinom (11)

$$m(k) = h(s(k)) + v(k)$$

za estimaciju koordinata mora se primeniti prošireni Kalmanov filter [3]. Za razliku od linearnog filtra, jednačina (13) je u ovom slučaju zamenjena izrazom:

$$\hat{s}(k+1/k+1) = \hat{s}(k+1/k) + K(k+1) [m(k+1) - h(\hat{s}(k+1/k))], \quad (21)$$

a u jednačinama (15) i (16) umesto matrice H koristi se Jakobijan

$$H_x(\hat{s}(k+1/k)) = \left. \frac{\partial h(s)}{\partial s} \right|_{s=\hat{s}(k+1/k)}$$

odnosno

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial \rho}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial \rho}{\partial z} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial \vartheta}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial \vartheta}{\partial z} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial \varphi}{\partial z} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \hat{x}(k+1/k)$$

$$y = \hat{y}(k+1/k)$$

$$z = \hat{z}(k+1/k)$$

S obzirom na to da se u izraz (21) mora uvesti član $h(\hat{s}(k+1/k))$, neophodno je istovremeno generisati procene sve tri koordinate (x, y i z). Usled toga matrice F, G i P(1/1) postaju

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} T^2/4 \\ T/2 \\ 1 \\ T^2/4 \\ T/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x^2/\tau & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_x^2/\tau & 2\sigma_x^2/\tau^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_y^2 & \sigma_y^2/\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_y^2/\tau & 2\sigma_y^2/\tau^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_z^2 & \sigma_z^2/\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_z^2/\tau & 2\sigma_z^2/\tau^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

pri čemu je $\mathbf{0}$ nula matrica dimenzije (3×3) .

Pored toga, u izrazu (15), umesto varijanse šuma merenja koordinate x , uvodi se matrica kovarijanse šuma merenja u SKS-u.

Programska realizacija postavljelog problema

Ceo problem je raščlanjen u pet posebnih programa. Na slici 5 prika-

Inicijalizacija: $T, g, a_n, v_t, x_0, y_0, z, t_0$ N - broj iteracija		
$r = v_t^2 / a_n$; radijus zaokreta pri zadanim a_n i v_t $q = y_0 + r$; y koordinata centra zakrivljenosti putanje		
FOR $k = 1$		
$t = k * T$		
IF $t \leq t_0$	ELSE:	
$x(t) =$ $x_0 + v_t * t$ $y(t) = y_0$	$\beta = (t - t_0) * a_n / v_t$ $\alpha = \beta - \frac{\pi}{2}$	
	IF $\alpha \leq -\frac{\pi}{2}$	ELSE:
	$x(t) =$ $x(t_0) + r * \cos(\alpha)$ $y(t) =$ $q + r * \sin(\alpha)$ $y_k = y(t)$ $x_k = x(t)$ $t_k = t$	$x(t) =$ $x_k - v_t * (t - t_k)$ $y(t) = y_k$
TO N		
SAVE x, y		

Sl. 4 — Prikaz programa kojim se generišu koordinate referentne trajektorije

Sl. 5 — Ilustracija realizovanih programskih rešenja

zано је шта су улази, а шта излази појединих програма, као и њихова међусобна повезаност. Први програм, под називом »PRMOPS.M«, генерише секвенце шума мерења:

- v_R — за удаљеност циља,
- v_θ — за угao azimuta θ , i
- v_φ — за угao elevacije φ ,

у складу са претпостављеним карактеристикама осматрачке станице. У програму »MDTRK.M« генеришу се координате референтне трајекторије лета (идеални математички модел). У овом програму иницијално се задају почетне координате: $x_0 = p$, $y_0 = q$, $z_0 = z$, као и подаци о брзини лета — v_t , оптерећењу при маневру — a_n , периода одабiranja — T и тренутак отпочињања маневра t_0 .

С обзиром на једноставност референтне трајекторије за генерисање координата циља, кориштене су једначине аналитичке геометрије. Опис референтне трајекторије преко варијабли стања био би бољи јер је универзалан и важи за било који облик трајекторије лета.

Измерене координате у сферном координатном систему, $(\rho_m, \theta_m, \varphi_m)$, за моделiranу трајекторију лета, добијају се у програму »MRNJ.M« на основу координата добијених у програму »MDTRK.M« као и секвенци шума мерења добијених у програму »PRMOPS.M«. Пored toga, у истом програму истовремено се израчунава матрица коваријансе шума R_i , из разлога који су описани у претходној таčki овог текста, као и координате (x_m, θ_m, z_m) за правougли — Dekartov координатни систем. Програм »KLMN.M« омогућава тестирање квалитета рада Linearnог Kalmanовог филтра.

У програму »KLMNP.M« тестиран је квалитет рада проширеног Kalmanовог филтра који се примењује уколико је једначина опсервације нелинеарна (израз 11).

Analiza добијених резултата

Analiza квалитета рада реализованог филтра остварена је поређењем резултата насталих проценом координата циља уз помоћ филтра, измерених координата и координата које су добијене из математичког модела претпостављене референтне трајекторије лета. Pоредећи апсолутне грешке за измерене вредности координате y (слика 6) и вредности апсолутних грешака за податке добијене након филтрирања истих координата (слика 7), помоћу Kalmanовог филтра може се извести закључак да подаци добијени коришћењем филтра мање одступају од стварних вредности посматране координате. Слични резултати добијају се и у случају преостале две координате (x и z).

Упоређујући вредности координата добијених како lineарним тако и проширеним Kalmanовим филтром са координатама референтне трајекторије, може се рећи да су резултати настали применом lineарног филтра у већини случајева бољи (слика 8). С обзиром на крупну разлику постојећег мерила, на приказаној слици се не виде значајније разлике у вредностима координата добијених применом lineарног филтра — x_1 и вредности референтне трајекторије — x (слика 8a). У случају координате y , одступања наведених вредности су нешто већа, па се могу јасније уочити. Међутим, овом илустрацијом се приоритетно указује на осетљивост проширеног Kalmanовог филтра када су у питању почетни услови. Координате x_{p1} и y_{p1} добијене су користећи матрицу $P(1/1)$ чији су почетни елементи дефинисани изразом (20). Пошто су уочена знатно већа одступања у односу на она која се јављају код lineарног филтра, почетне вредности елемената матрице $P(1/1)$ дефинисане су у складу са изразом (19). Preciznijим задavaњем наведених почетних вредности одступања добијених координата x_{p2} и y_{p2} постала су мања.

Sl. 6 — Apsolutna greška pri merenju koordinate y

Sl. 7 — Apsolutna greška koordinata dobijene obradom izmerenih vrednosti koordinate y pomoću linearnog Kalmanovog filtra

a)

b)

Sl. — 8a) Vrednosti koordinata — x dobijene primenom različitih postupaka obrade, b) vrednosti koordinata — y dobijene primenom različitih postupaka obrade, (komentar je dat u tekstu)

Zaključak

Na osnovu analize rezultata, dobijenih u procesu simulacije, može se zaključiti:

1. Linearni Kalmanov filter je jednostavniji za realizaciju, jer se izračunavanje sve tri koordinate može obaviti sukcesivno koristeći jedan filter nakon svakog izvršenog merenja. Time se izbegava operacija inverzije matrice u jednačini (15), a proces se svodi na nalaženje recipročne vrednosti skalara. Pored toga, izračunavanja su manja po obimu i lakša, jer matrica P ima jednostavnije članove zbog uvedenih zanemarenja.

2. Odstupanja od stvarnih vrednosti koordinata u slučaju linearnog filtera u proseku su manja nego u slučaju proširenog filtera. Jedan od razloga kojim se ovo objašnjava je svesno uvo-

đenje greške pri formiranju matrice H_x . Navedena matrica nastaje kao rezultata linearizacije nelinearne vektorske funkcije h . Pri tome su odbačeni svi članovi sa izvodima višeg reda, osim Jakobijana koji sadrži izvode prvog reda.

3. Zadavanje početnih uslova u slučaju proširenog filtera zahteva veću preciznost, kako bi se dobili prihvatljivi rezultati (ne smeju se uvesti zanemarenja pojedinih članova u matrici P).

4. Linearni filter radi stabilnije. Prošireni filter u pojedinim trenucima generiše veće odstupanje od stvarnih koordinata i sporo im se približava, što se vidi iz priloženih rezultata.

Navedeni zaključci daju prednost linearnom filteru kada je u pitanju praktična realizacija poboljšanja kvaliteta praćenja pokretnih ciljeva primenom Kalmanovog filtera.

Literatura:

- [1] Robert A. Singer, Kenneth W. Behnke: Real — Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Applications, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-7, No. 1, January 1971.
- [2] Robert A. Singer: Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering

Targets, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-7, No. 1, January 1971.

- [3] Mischa Schwartz, Leonard Shan: Signal Processing (Discrete Spectral Analyses, Detection and Estimation), International Student Edition, Kogakusha, McGraw Hill Book, 1975.