Mr Vladimir Matijević,
kapetan I klase, dipl. inž.

Primena Auto CAD-a i konačnih elemenata za proračun elektromagnetnog polja sinhronog generatora

U radu je prikazan numerički proračun elektromagnetnog polja sinhronog generatora sa istaknutim polovima pomoću metode konačnih elemenata. Za generisanje mreže i konačnih elemenata korišćen je programski paket Auto CAD. Izvrši je proračun praznog hoda i opterećenja sinhronog generatora. Rezultati proračuna upoređeni su sa merenim vrednostima.

Uvod

Električne mašine tradicionalno se konstruišu na osnovu iskustva i eksperimentalnih podataka, uz korišćenje klasičnih metoda zasnovanih na teoriji strujnih kola i Kirchoffovim zakonima. Iako su klasične metode bazirane na jednostavnim analitičkim modelima, kvalitativno su tačne i uz upotrebu korekcionih sačinilaca daju, obično, dovoljno tačne rezultate.

U poslednjih dvadesetak godina, uporedo s razvojem računara, razvijene su numeričke metode koje omogućuju dobivanje detaljne slike magnetnog polja u mašini. Danas se najdalje otišlo u primeni metode konačnih elemenata, koja je, u poređenju sa ostalim numeričkim metodama, vrlo efikasna, jednostavna za primenu i dovoljno tačna. Osnovni nedostatak metode konačnih elemenata je veliki broj ulaznih podataka. Taj problem se vrlo uspešno rešava pomoću savremenih grafičkih stanica.

U savremenoj analizi procesa elektromehaničkog pretvaranja energije koristimo se pogodnostima i klasične teorije strujnih kola i teorije polja. Pri tome se polazi od proračuna magnetnog polja pomoću odgovarajuće numeričke metode, a zatim se na osnovu raspodele polja u mašini, uz primenu naponskih jednačina strujnih kola, proraču-

navaju obuhvatni fluksovi, reaktanse, momenti, itd. [1, 2].

U radu je prikazan numerički proračun elektromagnetnog polja sinhronog generatora sa istaknutim polovima, uz korišćenje programskog paketa Auto CAD za generisanje mreže konačnih elemenata i pripremu ulaznih podataka za numerički proračun.

Sl. 1 — Poprečni presek sinhronog generatora

Proračun je proveden na sinhronom generatoru elektroagregata ADP-30-3 $\times$ 400/230, čiji je poprečni presek prikazan na slici 1, a osnovni parametri sinhronog generatora u tabeli 1.

Tabela 1.

Osnovni parametri trofaznog sinhronog generatora

Veličina	Oznaka	Jed.	Iznos
Naziv snaga	S_n	kVA	40
Nazivni napon	U_n	V	400
Nazivna struja indukta	I_n	A	57.7
Nazivna struja pobude	I_f	A	5.0
Nazivni sačinilac snage	$\cos\varphi$	—	0.8
Broj polova	$2p$	kom	4
Ukupna dužina mašine	L_{uk}	m	0.135
Spoljni prečnik rotora	D_r	m	0.2505
Vazdušni procep u d-osi	δ	m	0.0011
Broj žlebova rotora	N_z	kom	42
Broj navojaka po fazi	w_{ph}	kom	7
Broj navojaka pobudnog namota	w_f	kom	800

Metoda konačnih elemenata

Nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine

Osnovne jednačine preko kojih se razmatra kvazistacionarno polje izvedene su iz Makswellovih jednačina. Uz zanemarenje struja pomeraja, prva Makswellova jednačina se redukuje na:

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{J} \quad (1)$$

gde je $\underline{H}$ — jačina magnetnog polja, $\underline{J}$ — gustina struje.

Magnetna indukcija definirana je kao rotor funkcije $\underline{A}$, nazvane magnetni vektor potencijal:

$$\underline{B} = \text{rot } \underline{A} \quad (2)$$

Karakteristika magnetisanja određuje vezu između magnetne indukcije $\underline{B}$ i jačine magnetnog polja $\underline{H}$:

$$\underline{B} = \frac{1}{v} \underline{H} \quad (3)$$

gde je v — magnetna reluktansa materijala.

Na osnovu jednačina (1—3) dobija se jednačina:

$$\text{rot } (v \text{ rot } \underline{A}) = \underline{J} \quad (4)$$

Kako se u radu posmatra dvodimenzionalni presek mašine, vredi:

$$B_z = 0 \quad B = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2}, \quad (5)$$

Budući je

$$J_x = 0; \quad J_y = 0; \quad J_z = J, \quad (6)$$

magnetni vektor-potencijal ima samo z — komponentu:

$$A_x = 0; \quad A_y = 0; \quad A_z = A. \quad (7)$$

Prema tome, jednačina (4) u pravougaonom koordinatnom sistemu glasi, [3, 4]:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(v(B) \frac{\delta A_z}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(v(B) \frac{\delta A_z}{\delta y} \right) = -J_z \quad (8)$$

Rešenjem Poissonove nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine (8) dobija se raspodela magnetnog potencijala — $A_z(x, y)$ u diskretnim tačkama poprečnog preseka mašine.

Pretpostavke

Aproksimacija mašine na dvodimenzionalnu sliku može se provesti pod uslovom da su ispunjene određene pret-

postavke koje bitnije utiču na rezultate proračuna.

Te pretpostavke su:

a) sinhrona mašina je beskonačne dužine, pa je omogućen dvodimenzionalan proračun magnetnog polja. U ovom slučaju uzet je Descartov pravougaoni koordinatni sistem;

b) magnetni materijal je homogen i izotropan, zanemarena je histereza, pa je kriva magnetisanja jednoznačna;

c) diskretne struje u pobudnom namotu i namotu indukta zamenjene su kontinuiranom gustinom struje J preko celog preseka pobudnog, odnosno namota indukta;

d) zanemaruje se magnetno polje izvan konture mašine;

e) zanemaruje se uticaj vrtložnih struja (jarmovi rotora i statora i polovi su lamelirani);

f) analiza se provodi na jedinačnom delu poprečnog preseka mašine;

g) proračun se provodi u određenom vremenskom trenutku u kojem se slika zadržava stacionarnom (položaj rotora prema statoru je nepromenljiv).

Granični uslovi

Za rešenje nelinearne diferencijalne jednačine (8), potrebno je definisati sledeće granične uslove:

1. Dirichletov granični uslov

Vrednosti magnetnog vektor-potencijala na delu konture A—B i C—D na slici 2, iznose:

$$A(\xi, \eta) = f(\xi, \eta) = 0 \quad (9)$$

2. Neummanov granični uslov

Normalna derivacija magnetnog vektor-potencijala na delu granice iznosi:

$$\frac{\delta A(\xi, \eta)}{\delta \eta} = f(\xi, \eta) = 0 \quad (10)$$

Neummanov granični uslov se, na primer, primenjuje pri proračunu praznog hoda, kad se granica postavlja u q -osu mašine.

3. Cauchyev granični uslov

Magnetni vektor-potencijal u nekoj tački W mašine mora biti iste amplitude kao i vrednost potencijala u odgovarajućoj tački W' udaljenoj za polni korak $-\tau_p$ od tačke W :

$$A(\xi + m\tau_p, \eta) = (-1)^m A(\xi, \eta) \quad (11)$$

gde je: m — broj polova po periodu. Cauchyev granični uslov primenjuje se pri proračunu mašine pod opterećenjem (linije A—C i B—D na slici 2).

4. Na granici vazduh—železo normalne komponente magnetne indukcije i tangencijalne komponente jačine magnetnog polja su neprekidne.

Sl. 2 — Mreža konačnih elemenata na jedničnom preseku sinhronog generatora

Aproksimacija BH-karakteristike

U proračunu je korišćena korigovana BH-karakteristika, dobivena množenjem vrednosti magnetne indukcije sa sačinioem ispune, koji uzima u obzir uticaj izolacije između limova.

Numerički proračun raspodele magnetnog polja ne koristi direktno BH-karakteristiku, već se zbog povećanja tačnosti i brže konvergencije u proračunu koristi karakteristika $\delta v / \delta B = f(B)$.

Nelinearni sistem algebarskih jednačina kojima je opisano nelinearno magnetno polje rešen je Newton-Raphsonovim iterativnim postupkom. Nelinearnom proračunu uvek je prethodio linearizovani proračun, čije su izlazne vrednosti magnetnog potencijala korišćene kao početne vrednosti za nelinearni proračun.

Primena Auto CAD-a za generisanje mreže konačnih elemenata

Auto CAD je jedan od najstarijih programskih paketa za konstruisanje i projektovanje na PC računarima. Prednost ovog paketa u odnosu na druge, pogotovu one namenjene većim računskim sistemima, ogleda se u sledećem:

- znatno manja cena u odnosu na programske pakete namenjene velikim računarskim sistemima;

- manji psihološki otpor budućih korisnika prema Auto CAD-u, pre svega, zbog jednostavnijeg i pristupačnijeg korišćenja;

- Auto CAD raspolaže prikladnim izlaznim datotekama podataka, koji su neophodni za primenu metode konačnih elemenata.

Početak primene metode konačnih elemenata za proračun magnetnog polja sinhronog generatora sastoji se u generisanju mreže trouglova (na jediničnom preseku sinhronog generatora proizvoljnog su oblika i dimenzija). Povećanje gustine mreže, a samim tim i bro-

ja trouglova, bitno utiče na tačnost proračuna. S druge strane, povećanje broja trouglova povećava broj ulaznih podataka za proračun, a time i potrebnu radnu memoriju računara. Radna memorija je jedino ograničenje kod ovih proračuna. Rešenje ovog problema nalazi se u optimizaciji gustine mreže, generisanjem gušće mreže u području koje bitnije utiče na rezultate proračuna. To se, uglavnom, odnosi na vazdušni proces i prostor oko njega, jer tu dolazi do najvećih promena magnetnog polja.

Ulazni geometrijski podaci za numerički proračun su brojevi temena trouglova i pripadne koordinate. Numeracija trouglova mora se izvršiti u skladu sa određenim pravilima koja proizilaze iz same metode proračuna. Ta pravila za ovde korišćeni programski paket glase:

- temena trouglova moraju biti numerisana u smeru suprotnom kretanju kazaljke na satu;

- temena trouglova moraju biti numerisana tako da razlika brojeva susednih temena bude što manji broj;

- temena sa poznatim vrednostima potencijala moraju imati najveće brojeve.

Zadovoljenjem navedenih pravila generisana je mreža trougaonih elemenata, prikazana na slici 2.

DXF format jedan je od oblika zapisa izlaznih podataka slike nacrtane u Auto CAD-u. U datoteci zapisanoj u DXF formatu, pored podataka o nivou, tipu linije i ostalih atributivnih parametara slike, dati su i podaci o koordinatama presečenih tačaka. Ovi podaci su posebno važni s obzirom na zahteve metode konačnih elemenata.

Međutim, datoteka se ne može koristiti u izvornom obliku u programskim paketima za proračun polja. Zbog toga je potrebno softverski obraditi datoteku i prilagoditi je programima za numerički proračun polja. Najveći deo programa korišćenih u radu napisan je u programskom jeziku FORTRAN-77.

Sređivanje datoteke sa izlaznim podacima podeljeno je u nekoliko faza:

— određuje se broj čvorova i vrši se numerisanje po rastućem poluprečniku;

— vrši se prebrajanje linija i krajnjim tačkama se pridružuje broj čvora sa istim koordinatama;

— određuje se broj elementarnih trouglova i stvara izlazna datoteka sa numerisanim vrhovima u smeru suprotnom od kazaljke na satu;

— vrši se prenumeracija čvorova, tako da čvorovi sa poznatim potencijalom dobijaju najviše redne brojeve;

— definišu se trouglovi prema tipu materijala.

Eventualni problemi mogu se pojaviti u slučaju neraspologanja dovoljnom veličinom radne memorije za velike mreže konačnih elemenata (od nekoliko hiljada elemenata).

Prazni hod sinhronog generatora

Kod neopterećene mašine jedina struja koja utiče na magnetne pojave u mašini je jednosmerna struja pobude na polu statora. Efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile može se izraziti u obliku, [6]:

$$E_0 = 4.44 f k_n w_{ph} \phi_1 \quad (12)$$

gde je: f — učestanost, k_n — navojni sačinilac, w_{ph} — broj navojaka po fazi, ϕ_1 — magnetni fluks.

Magnetni fluks po polu može se dobiti iz jednačine:

$$\phi_1 = \frac{2}{p} B_1 l_i r_r \quad (13)$$

gde je: B_1 — amplituda magnetne indukcije, l_i — magnetna dužina mašine, r_r — spoljni poluprečnik rotora, p — broj pari polova.

Zbog proračuna efektivne vrednosti indukovnog napona preko amplitu-

de magnetne indukcije B_1 na srednjoj liniji žlebova rotora, umesto spoljnog poluprečnika rotora uzet je poluprečnik koji odgovara srednjoj liniji žlebova rotora.

Vrednosti magnetne indukcije u pojedinom trouglu mreže dobijaju se na osnovu (2), posle čega se izdvajaju samo trouglovi koji naležu na srednju liniju žlebova rotora. Korišćenjem posebnog potprograma u okviru glavnog programa za proračun EMS sprovodi se Fourierova analiza izdvojenih vrednosti indukcije, iz koje se dobija:

$$B(x) = \sum B_n \cos \left(\frac{n \pi x}{\tau} - \text{tg}^{-1} \frac{a_n}{b_n} \right) \quad (14)$$

gde je: n — red prostornog harmonika.

$$\text{tg}^{-1} \frac{a_n}{b_n} = \xi_1$$

— ugao između fazora EMS E_0 i q -ose.

Za crtanje raspodele indukcije na srednjoj liniji žlebova rotora koristi se poseban programski paket UNIPLOT, instaliran na računskom sistemu CYBER 170, koji kao ulazne parametre koristi rezultate proračuna Fourierove analize.

Proračun karakteristike praznog hoda sinhronog generatora sproveden je za sledeće vrednosti struje pobude:

1. $I_f = 0.525 \text{ A} = 25\% I_{fn}$
2. $I_f = 1.05 \text{ A} = 50\% I_{fn}$
3. $I_f = 1.575 \text{ A} = 75\% I_{fn}$
4. $I_f = 2.1 \text{ A} = 100\% I_{fn}$
5. $I_f = 3.15 \text{ A} = 150\% I_{fn}$
6. $I_f = 4.2 \text{ A} = 200\% I_{fn}$

Za sačinilac ispune rotora i statora odabrana je vrednost $k_{pu} = 0.9$.

Na slici 3. prikazana je raspodela magnetnog polja sinhronog generatora pri $I_f = 100\% I_{fn}$, a na slici 4. raspodela magnetne indukcije na srednjoj liniji žleba rotora pri $I_f = 100\% I_{fn}$.

Sl. 3 — Raspodela magnetnog polja sinhronog generatora
pri struji pobude $I_f = 100\% I_{fn}$

Sl. 4 — Raspodela magnetne indukcije na srednjoj liniji žleba
rotora pri struji pobude $I_f = 100\% I_{fn}$

Na slici 5. upoređena je merena karakteristika praznog hoda sa izračunatim vrednostima indukovanе EMS.

Sl. 5 — Karakteristika praznog hoda sinhronog generatora

Opterećenje sinhronog generatora

Pri opterećenju sinhronog generatora kroz namot indukta poteče struja opterećenja koja stvara sopstveno magnetno polje koje zajedno sa poljem pobudnog namota u vazдушnom procepu čini rezultatno magnetno polje. Polje reakcije indukta narušava simetriju

magnetnog polja u mašini, što ima za posledicu niz negativnih pojava, koje rezultiraju time da napon na izvodima mašine pada sa opterećenjem.

U radu je proračun opterećenja proveden sa ciljem da se prikaže nesimetrija magnetnog polja koja nastaje kao posledica delovanja reakcije indukta. Također je proveden proračun raspodele magnetne indukcije na srednjoj liniji žleba rotora sinhronog generatora u režimu opterećenja.

Proračun je proveden za nazivnu vrednost pobudne struje i deseterostruku nazivnu vrednost struje indukta da bi se jasnije izrazila nesimetrija u mašini. Takvo stanje mašine odgovara režimu simetričnog trofaznog udarnog kratkog spoja sinhronog generatora.

Numerički proračun opterećenja provodi se tako što se u fazi »a« zadaje maksimalna vrednost struje $I_{max} = \sqrt{2} I_a$, a u fazi »b« i »c« struje su dvostruko manjeg iznosa i suprotnog smera jedna u odnosu na drugu ($I_b = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 57.7$; $I_c = -I_a/2$).

Na slici 6. prikazana je raspodela magnetnog polja sinhronog generatora pri struji $I_a = 10 I_{an}$, a na slici 7. odgovarajuća raspodela magnetne indukcije na srednjoj liniji žleba rotora.

Sl. 6 — Raspodela magnetnog polja sinhronog generatora pri struji indukta $I_a = 10 I_{an}$

Sl. 7 — Raspodela magnetne indukcije na srednjoj liniji žleba rotora pri struji indukta $I_a = 10 I_{an}$

Zaključak

U radu je izvršen numerički proračun praznog hoda i opterećenja sinhronog generatora sa istaknutim polovima pomoću metode konačnih elemenata. Kao preprocesor primenjen je programski paket Auto CAD, čije su izlazne datoteke prilagođene zahtevima programa kojima se vrši numerički proračun magnetnog polja u mašini.

Indukovani napon na izvodima mašine izračunat je pomoću amplitude osnovnog harmonika magnetne indukcije, dobijene Fourierovom analizom raspo-

dele indukcije na srednjoj liniji žleba rotora. Izračunate vrednosti indukovanе elektromotorne sile na izvodima mašine pokazuju dobru podudarnost sa rezultatima merenja. Slike raspodele magnetnog polja i magnetne indukcije pri opterećenju prikazuju nesimetriju koja nastaje u mašini kao posledicu delovanja reakcije indukta.

Na osnovu dobijenih rezultata otvara se mogućnost dalje analize elektromagnetnih prilika u mašini, a time i mogućnosti optimiranja konstrukcije mašine radi dobijanja kvalitetno boljih izlaznih karakteristika mašine.

Literatura:

- [1] Matijević V., Haznadar Z.: Proračun praznog hoda i nazivnog opterećenja sinhronog generatora s istaknutim polovima pomoću metode konačnih elemenata, *Elektrotehnika* 4/1990, Zagreb, strana 157—165.
- [2] Matijević V.: Numerički proračun reaktancija sinhronog generatora sa istaknutim polovima, Magistarski rad — ETF, Zagreb, 1990.
- [3] Haznadar Z., Jokić R.: Proračun polja sinhronih generatora metodom konačnih elemenata, *Elektrotehnika* 1/1976, Zagreb.
- [4] Haznadar Z., Pužar F.: Primjena metode konačnih dijelova za proračun reaktancija sinhronih strojeva, *Elektrotehnika* 4/1981, Zagreb.
- [5] Damjanović B., Damjanović P.: Auto CAD, Vinča, Beograd, 1989.
- [6] Fitzgerald A. E., Kingsley C., Umans S. D.: *ELECTRIC MACHINERY*, four edition, McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY, Auckland, 1983.