Dr Dušan Rajić,
kapetan I klase, dipl. inž.

Primena parametarskih testova analize varijanse u obradi rezultata delovanja hemijskog oružja

Pomoću parametarskih metoda analize varijanse (ANOVA) izvršena je obrada rezultata merenja delovanja hemijskog oružja na populaciju. Prezentovana je mogućnost ANOVA kao statističke metode u analiziranju kvantitativno-kvalitativnih faktora koji utiču na određene fizičko-hemijske pojave. Prezentacija navedene statističke metode, preko konkretnih primera, uz pomoć računara, omogućuje reproduktivnost postupka i pri izučavanju drugih pojava, iz drugih oblasti vojnotehničkih nauka.

Uvod

Pri merenju bilo koje veličine javljaju se veća ili manja odstupanja od njene prave vrednosti, pa se pri određivanju brojnih vrednosti veličina uzimaju u obzir one vrednosti za koje se veruje da su manje ili više bliske pravim vrednostima [1]. Za kritički odnos prema eksperimentalnim podacima, koji uvek sadrže pogrešku, i za jasno razlikovanje koji su zaključci, izvedeni iz njih pouzdani, a koji su neosnovani, treba znati oceniti rezultate merenja. Bez takve ocene ne može se kvantitativno odrediti proučavano svojstvo i u njemu se ne mogu ustanoviti objektivno postojeće zakonitosti [2]. Kako se, međutim, kvantitativna strana pojava ne može odvojiti od njihove prirode, od kvaliteta, to se kvantitativna statistička analiza mora u punoj meri oslanjati na kvalitativnu analizu [3].

Skraćivanje vremena obrade i statističkog istraživanja u celini, kao i obezbeđenje tačnosti u radu i aktuelnost dobijenih rezultata, može se postići primenom računara, što je bilo presudno za njegovu upotrebu ovom prilikom. Oni omogućavaju primenu novih i celishodnih metoda deskripcije i analize, veću obuhvatnost posmatranja, veći broj tačnih pokazatelja, tabela i grafičkih prikaza, brža i efikasnija probna istraživanja, racionalnije planiranje stati-

stičkih akcija, kao i istraživanje složenih pojava, koje iziskuju obimnu i složenu obradu podataka [3, 4].

Cilj ovog rada sastoji se u tome da se preko konkretnih primera iz oblasti primene hemijskog oružja ilustruje način korišćenja jednog segmenta statističke analize — parametarska metoda analize varijanse (ANOVA). Izračunati primeri biće dovoljno indikativni za jednostavnu upotrebu programa »Statgraphics« i proračuna na personalnim računarima (PC) za bilo koje druge slučajeve, jer danas više nema nijedne grane nauke u kojoj se ne bi mogao uspešno primeniti statistički način istraživanja.

Analiza varijanse sa jednim faktorom varijabiliteta

ANOVA je postupak kojim se testira hipoteza o jednakosti aritmetičkih sredina više skupova. Najširu primenu ANOVA nalazi u oblasti statističkih eksperimenata, gde se koncepti teorije uzoraka i statističkog zaključivanja ne koriste samo za pribavljanje informacija o karakteristikama skupova ili testiranje hipoteza o njima, nego se istražuje i uticaj pretpostavljenih faktora na posmatranu pojavu [5].

Parametarski ili klasični metodi su deo statističke teorije i metodologije, u

kojima postupci zaključivanja zavise od strogih pretpostavki vezanih za prirodu osnovnog skupa iz koga se uzima uzorak. Osnovne pretpostavke koje zahteva ANOVA da bi zaključak bio potpun ispravan su normalnost i homogenost, tj. osnovni skupovi kojima pripadaju izučeni uzorci moraju imati normalne rasporede sa jednakim varijansama. Zato ANOVA spada u parametarske metode. Prema centralnoj graničnoj teoremi, raspored prostih slučajnih uzoraka izvučenih iz jednog skupa (bez obzira na to kakav je raspored tog skupa) teži normalnom rasporedu kada veličina uzoraka teži beskonačnosti. Iz toga proizlazi da će raspored aritmetičkih sredina prostih slučajnih uzoraka iste veličine n , izvučenih iz skupa veličine N čiji raspored nije normalan, imati približno oblik normalnog rasporeda ako je uzorak dovoljno veliki. U statistici je usvojeno da uzorci, čija je veličina $n \geq 30$, ispunjavaju ovaj zahtev, tj. smatraju se dovoljno velikim [3].

Ocena aritmetičke sredine skupa na osnovu malog uzorka ($n < 30$) donosi se polazeći od rasporeda t vrednosti (statistike t) koji, kada je osnovni skup normalno raspoređen, ima oblik i osobine tzv. Studentovog t rasporeda [6].

Kada je broj posmatranja po jednom faktoru isti, reč je o tzv. balansiranom eksperimentalnom planu. Ukoliko taj zahtev nije ispunjen, radi se o nebalansiranom eksperimentalnom planu.

Precizno formulisana verbalna tvrdjenja, očekivanja, pretpostavke o karakteristikama jednog skupa (ili odnosu vrednosti posmatrane karakteristike u više skupova) nazivaju se statističkim hipotezama, a naučni metod — postupak provere ovih pretpostavki predstavlja testiranje statističkih hipoteza [6].

Klasični postupak testiranja statističke hipoteze odvija se u šest etapa [3]:

a) formulisanje nulte i alternativne hipoteze;

b) izbor statistike testa na kome će se zasnivati odluka o prihvatanju ili odbacivanju hipoteze;

c) izbor nivoa značajnosti testa, α ;

d) formulisanje pravila odlučivanja na osnovu koga se opredeljuje prihvatanje ili odbacivanje nulte hipoteze;

e) izbor uzoraka iz osnovnog skupa i izračunavanje vrednosti statistike testa;

f) donošenje odluke o prihvatanju ili odbacivanju nulte hipoteze, zasnovane na odabranom pravilu odlučivanja (etapa d) i izračunatoj vrednosti statistike testa (etapa e).

Formulisanje nulte i alternativne hipoteze

Nulta hipoteza (H_0) predstavlja tvrdjenje ili očekivanje koje se tiče vrednosti parametara skupa, a čija se verodostojnost proverava postupkom testiranja.

Svako H_0 pridružena je tzv. alternativna hipoteza (H_1). Ona obuhvata sve moguće vrednosti parametara skupa koje nisu obuhvaćene H_0 .

Primer 1.

U tab. 1. prikazan je izmišljen primer iz koga se vidi srednje aritmetičko vreme preživljavanja vojnika koji su bili izloženi delovanju tri vrste bojnih otrova (BOT): A_1 , A_2 i A_3 . Postavlja se pitanje — da li postoji razlika u efektima delovanja BOT-a A_1 , A_2 i A_3 .

U navedenom primeru H_0 glasi: između posmatranih modaliteta (jačina delovanja tri vrste BOT-a) ne postoji statistički značajna razlika, tj. delovanje sva tri otrova na preživljavanje vojnika je jednako.

Alternativna hipoteza H_1 glasi: bar dva modaliteta faktora A (bar dva BOT-a) među sobom se statistički znatno razlikuju.

Tabela 1

Preživljavanje vojnika nakon izlaganja delovanju tri vrste BOT-a

Red. br. merenja	Prosečno vreme preživljavanja (h) u odnosu na BOT		
	A_1	A_2	A_3
1	0,31	0,36	0,22
2	0,45	0,29	0,21
3	0,46	0,40	0,18
4	0,43	0,23	0,23
5	0,82	0,92	0,30
6	1,10	0,61	0,37
7	0,88	0,49	0,38
8	0,72	1,24	0,29
9	0,43	0,44	0,23
10	0,45	0,35	0,25
11	0,63	0,31	0,24
12	0,76	0,40	0,22
13	0,45	0,56	0,30
14	0,71	1,02	0,36
15	0,66	0,71	0,31
16	0,62	0,38	0,33

Kada je H_0 istinita, skupovi podataka će se ponašati kao na sl. 1. Svi skupovi će imati normalan raspored, istu varijansu i istu aritmetičku sredinu.

Ukoliko H_0 nije istinita, raspored ovih skupova biće normalni, njihove varijanse jednake, a aritmetičke sredine različite (sl. 2).

Sl. 1 — Ponašanje skupova kada je istinita nulta hipoteza:

a) skupovi su normalno raspoređeni; b) skupovi imaju istu varijansu; c) skupovi imaju iste aritmetičke sredine

Sl. 2 — Ponašanje skupova kada nulta hipoteza nije istinita:

a) skupovi su normalno raspoređeni; b) skupovi imaju istu varijansu; c) skupovi imaju različite aritmetičke sredine

Iako su varijanse pojedinačnih skupova i sada identične, njihov zajednički varijabilitet biće veći (sl. 3.), odnosno varijansa njihovog zajedničkog skupa σ^2 biće veća od varijanse pojedinačnih skupova: $\sigma^2 > \sigma_x^2$. Razlika se javlja zbog toga što varijansa pojedinačnih skupova, σ_x^2 , sadrži samo slučajan varijabilitet unutar skupova, a varijansa zajedničkog skupa σ^2 , još i varijabilitet iz-

među skupova, odnosno razlike njihovih aritmetičkih sredina koje se javljaju pod uticajem posmatranog faktora.

Sl. 3 — Ukupan varijabilitet skupova sa različitim aritmetičkim sredinama: varijansa zajedničkog skupa σ^2 je veća od varijansi skupova σ^2_x

Zadatak ANOVE svodi se, upravo, na testiranje značajnosti razlike ovih varijansi, pa se nulta i alternativna hipoteza mogu formulisati u terminima varijansi: $H_0: \sigma^2 = \sigma^2_x$ i $H_1: \sigma^2 > \sigma^2_x$, gde je σ^2_x varijansa pojedinačnog skupa, a σ^2 varijansa zajedničkog skupa.

Treba, dakle, na osnovu podataka uzoraka, oceniti ove dve varijanse i testirati značajnost njihove razlike — izvršiti ANOVU. To će biti, zapravo, dve nepristrasne ocene varijanse zajedni-

kog skupa. Jedna od njih, $\hat{\sigma}^2$, zasnovana na varijabilitetu aritmetičkih sredina uzoraka, a druga, $\hat{\sigma}^2_x$ na varijabilitetu unutar uzoraka. Značajnost razlike dveju ocena varijanse zajedničkog skupa određuje se na osnovu verovatnoće da se $\hat{\sigma}^2 > \hat{\sigma}^2_x$ javi slučajno, iako je $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}^2_x$. Ako rezultat testa na izabranom nivou značajnosti pokaže da je $\hat{\sigma}^2$ znatno veće od σ^2_x biće to razlog da se ne prihvati H_0 . Može se zaključiti da razlike aritmetičkih sredina posmatranih skupova nisu slučajne, odnosno da se efekti bar dva tretmana međusobno razlikuju.

Pri tome, kada tretmani nisu birani na slučaj iz šireg skupa, nego su izabrani po nekom drugom kriterijumu, rezultati ANOVE pripisaće se samo modalitetima tretmana obuhvaćenih eksperimentom. U konkretnom primeru bile bi to samo tri vrste otrova: A_1, A_2, A_3 . Da je njihov izbor izvršen po principu slučajnosti iz skupa svih vrsta, zaključci bi se odnosili na sve tri vrste BOT-a. Ovakvi modeli sa fiksnim modalitetom tretmana su jednostavniji.

U primeru 1. ocena varijanse zajedničkog skupa, zasnovana na razlikama aritmetičkih sredina uzoraka i druga njena ocena, zasnovana na slučajnim varijacijama unutar skupova data je u tab. 2.

Za testiranje razlike ocena varijansi skupa, uz pretpostavku da je skup normalno raspoređen, koristi se F — statistika, pri čemu je $F = \hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_2^2$, gde $\hat{\sigma}_1^2$ i $\hat{\sigma}_2^2$ predstavljaju dve nezavisne ocene varijanse skupa. Većina testova zasnovanih na F rasporedu spada u grupu jednosmernih testova, čija se kritična oblast nalazi na desnoj strani gde pripada i ANOVA. Tablice u prilogima statističkih knjiga daju kritične vrednosti F — statistike na desnoj strani raspore-

da za nivoe značajnosti: $\sigma=0,05$ i $\sigma=0,01$. Ukoliko je $F_{\text{tabl.}} \geq F$ izrač., prihvatiće se H_0 , tj. zaključak da su razlike aritmetičkih sredina posmatranih skupova samo slučajne, na izabranom nivou značajnosti.

Ocena varijanse skupa na osnovu varijansi aritmetičkih sredina uzoraka $\hat{\sigma}^2$, naziva se u praksi faktorskom varijansom (V_F), jer se varijabilitet koji ona izražava javlja pod uticajem posmatranog faktora.

Tabela 2

Analiza varijanse sa jednim faktorom varijabiliteta na osnovu podataka iz tab. 1.

Izvori varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Stepeni slobode	Varijansa	F-odnos	Nivo značajnosti
Između grupa	1,0330125	2	0,5165063	11,786	0,0001
Pogreška	1,9720688	45	0,0438238		
Ukupno	3,0050813	47			

Ukoliko je H_0 istinita, $\hat{\sigma}^2$ težiće da se izjednači sa σ_x^2 , a ukoliko je istinita H_1 , $\hat{\sigma}^2$ biće znatno veća od σ_x^2 . U našem slučaju $\hat{\sigma}^2=0,5165063 \gg 0,0438238$. Razlika je velika da bi bila slučajna, ali njena značajnost će ipak biti proverena.

U navedenom primeru, realizovana vrednost F statistike je prema tab. 2. = 11,786. Iz tablica kritična vrednost F na nivou značajnosti od 0,05 za broj stepeni slobode 2 i 45 iznosi 3,20. Pošto je realizovana vrednost F statistike veća od njene kritične vrednosti: $F_{2,45} = 11,786 > F_{(0,05;2,45)} = 3,20$, kao što prikazuje i sl. 4, odbacuje se H_0 na nivou značajnosti od 0,05 i zaključuje da se bar

na (efekat bar jednog od tri posmatrana otrova) sistematski, odnosno značajno razlikuje od ostalih.

Druga ocena varijanse skupa, $\hat{\sigma}_x^2$, naziva se rezidualnom varijansom (V_R). Ona izražava slučajan varijabilitet zavisne promenljive X , ali ona kod potpuno slučajnog plana ANOVE sa jednim faktorom varijabiliteta može obuhvatiti i sistematski (statistički značajan) varijabilitet, čiji izvori nisu identifikovani:

— nehomogenost eksperimentalnih jedinica za koje se pretpostavlja da su homogene (npr. različite telesne mase vojnika, različita prirodna otpornost i izdržljivost organizma pojedinaca, itd.);

— faktori koji nisu obuhvaćeni modelom (npr. uticaj vlage, toplote, i sl.) interakcija faktora.

Ove izvore varijabiliteta zato treba imati u vidu pri planiranju eksperimenata, a naročito kada primenjeni ek-

Sl. 4 — Kritična oblast za $F_{2,47} \geq 1$, na nivou značajnosti $\alpha=0,05$ jedna od testiranih aritmetičkih sredi-

speriment pokaže da je $V_R > V_F$, što u našem primeru nije slučaj. Povećanje V_R uključenjem sistemskog neidentifikovanog varijabiliteta, čak i kad ona nije veća od V_F , može pogrešno navesti na prihvatanje H_0 kada ona nije istinita. Radi izolacije uticaja neslučajnog varijabiliteta na V_R menja se plan eksperimenta, uvode novi faktori u analizu, povećava broj posmatranja ili vrše druge modifikacije.

U poslednjoj koloni tab. 2. data je i vrednost verovatnoće p za F , na osnovu koje bi se doneo isti zaključak da H_0 ne može da se prihvati, jer je p — vrednost = 0,0001, a to je manje od 0,05 na nivou značajnosti od 0,05. Kada test ANOVE, na datom nivou značajnosti, ne podrži nultu hipotezu, odnosno kada se usvoji alternativa da se bar dve aritmetičke sredine (bar dva efekta modaliteta faktora) sistematski razlikuju, postavlja se pitanje koje se aritmetičke sredine sistematski razlikuju i koliko. Odgovor na ovo pitanje daje više metoda.

Kod primene ANOVE jedna od osnovnih pretpostavki je da su varijanse pogreške svakog tretmana homogene. Manje odstupanje od ove pretpostavke ne bi bitnije uticalo na zaključke koji se izводе primenom F — testa, gde se uzima zajednička varijansa pogreške. Kod većih razlika između varijansi, pristrasnost F — testa se povećava, te je opravdano proveriti da li je uslov homogenosti varijansi ispunjen. Za tu svrhu može da se primeni više testova (Cochranov C test, Bartlettov i Hartleyov test). Program »Statgraphics« pruža mogućnost proračuna homogenosti varijansi. Izborom opcije »Variance Check« i obradom podataka iz tab. 1. dobijaju se sledeće vrednosti testova homogenosti varijansi:

- Cochran C test: 0,636891
 $P=5,01344$ E-3;
- Bartlett test: 1,80789;
 $P=2,39952$ E-6;
- Hartley test: 21,5899.

Prema sva tri testa naši podaci su homogeni i taj faktor je isključen kao razlog sistematskog varijabiliteta rezidualne varijanse V_R .

Pored toga, u programu »Statgraphics« postoji mogućnost izbora opcije testiranja nivoa rangova tzv. »Multiple range test«. Interpretacija podataka iz tab. 1, uz upotrebu spomenute opcije, daje podatke navedene u tab. 3.

Tabela 3

Višestruka analiza ranga na osnovu podataka iz tab. 1

Rang	Broj merenja	Srednja aritmetička vrednost	Homogenost skupa
1	12	0,3141667	*
3	12	0,3925000	**
4	12	0,5341667	**
2	12	0,6766667	*

U vezi sa formulacijom modela ANOVE treba reći da komponenta A_i pokazuje u kojoj meri modalitet A_i (vrsta otrova) doprinosi da se aritmetička sredina skupa, na koji je on primenjen, statistički značajno razlikuje od zajedničke aritmetičke sredine svih posmatranih skupova. Otuda, ako je istinita H_0 , modalitet faktora A ne prouzrokuje statistički značajne razlike između posmatranih skupova. Njihov efekat shvaćen u tom smislu jednak je nuli.

Alternativna hipoteza H_1 je različita od nule, što znači da se bar dva modaliteta faktora A među sobom statistički značajno razlikuju.

U praktičnom izvođenju eksperimenta narušenost pretpostavke o aditivnosti komponenta nema odlučujući uticaj na valjanost zaključaka, a takođe ni odstupanje od normalnosti, naročito ako su uzorci iste veličine. Ukoliko postoji značajna razlika uticaja pojedinačnih modaliteta faktora, a odstupanja od ovih pretpostavki nisu suviše

velika, test će je otkriti. ANOVA nije osetljiva ni na narušenost pretpostavke o jednakosti varijansi slučajnih grešaka. Najveći efekat u smislu donošenja pogrešnog zaključka javlja se ako nije ispunjena pretpostavka o nezavisnosti slučajnih grešaka, bez obzira na to da li su uzroci iste ili različite veličine.

Izborom opcije »Means table« dobija se tab. 4. iz koje se detaljno vide numerički iznosi odstupanja za primer 1, a isto to može se grafički prikazati izborom opcije »Means plot«.

Iz tab. 4. vidi se da se prosečno vreme preživljavanja znatno razlikuje, pa se od ANOVE očekuje da omogući zaključak o značajnosti tih razlika.

modaliteti samo jednog faktora, primenjuju se moreli ANOVE sa 2 i više faktora.

Analiza varijanse sa dva faktora varijabiliteta

Uvođenjem dva faktora u eksperimentalno istraživanje, zasnovano na statistički homogenim eksperimentalnim jedinicama, prelazi se na potpuno slučajan plan ANOVE sa dva ili više faktora varijabiliteta.

Primer 2.

Podacima navedenim u primeru 1 treba dodati sledeće: ispitivanje preži-

Tabela 4

Srednje vrednosti parametara ANOVE na osnovu podataka iz tabele 1

BOt	Broj merenja	Aritmetička sredina skupa	Standardna greška (unutrašnja)	Standardna greška (rezervna)	95 % interval pouzdanosti	
A1	16	0,617500	0,0523353	0,0523353	0,5120671	0,7229329
A2	16	0,5443750	0,0723416	0,0523353	0,4389421	0,6498079
A3	16	0,2762500	0,0155691	0,0523353	0,1708171	0,3816829
Ukupno	48	0,4793750	0,0302158	0,0302158	0,4185033	0,5402467

Izborom opcije »Residual plots« mogu se dobiti dijagrami rasturenosti reziduala koji pružaju korisne informacije, jer prikazuju grafičko odstupanje linije regresije od empirijskih podataka. Taj program, zapravo, pruža izvesna saznanja o ispunjenosti pretpostavki modela. Tačke na dijagramu se raspoređuju oko horizontalne linije koja označava njihovo odstupanje.

Aritmetičke sredine uzoraka A_3 su značajno razlikuju od otrova A_1 i A_2 , što se očitovidi iz tab. 3. i 4. Prema tome, najveći efekat toksičnosti pokazuje agens A_3 , zatim A_2 i na kraju A_1 .

Kada postoje indicije da na varijabilitet zavisne promenljive ne utiču

vljavanja usled delovanja tri vrste BOt-a prošireno je ispitivanjem uticaja četiri vrste tretmana (B_1 — B_4). Dobijeni eksperimentalni podaci prikazani su u tab. 1, s tim da se prva četiri redna broja merenja i prezentovani podaci odnose za sva tri BOt-a na tretman B_1 , od 5.—8. na B_2 , od 9.—12. na B_3 , i od 13.—16. rednog broja merenja podaci se odnose na preživljavanje vojnika kod tretmana B_4 .

Pretpostavimo da na osnovu podataka iz tab. 1. treba ispitati značajnost razlika uticaja vrste otrova, A_i kao jednog i uslova tretmana, B_i kao drugog faktora varijabiliteta preživljavanja.

Izborom opcije »Multifactor Analysis of Variance« dobijaju se podaci navedeni u tab. 5.

Pod interakcijom faktora podzumeva se združeni (povezani) uticaj posmatranih faktora, što znači da se uti-

Tabela 5

Analiza varijanse sa dva faktora varijabiliteta

Izvori varijacije	Zbir kvadrata	Stepeni slobode	Ocena varijanse	F - odnos	Nivo značajnosti
SREDNJI EFEKTI	1,9542188	5	0,3908438	17,572	0,0000
otrov	1,0330125	2	0,5165063	23,222	0,0000
tretman	0,9212063	3	0,3070688	13,806	0,0000
2-FAKTORSKA INTERAKCIJA	0,2501375	6	0,416896	1,874	0,1123
otrov - tretman	0,2501375	6	0,416896	1,874	0,1123
REZIDUAL	0,8007250	36	0,222424		
UKUPNO	3,0050813	47			

Predmet testiranja u našem primeru (podaci iz tab. 1) bile bi sledeće hipoteze:

1. $H_0: A_1 = A_2 = A_3 = 0$
 H_1 : različito ($A_1 = A_2 = A_3 = 0$)
2. $H_0: B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = 0$
 H_1 različito ($B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = 0$)

Rezultati ANOVE na nivou značajnosti $\alpha = 0,05$ pokazuju da su za srednje efekte (Main effects), koji uključuju otrov i tretman, vrednosti verovatnoće $0,0000 > 0,05$, što znači da se H_0 odbacuje. To isto može da se ustanovi poređenjem F — vrednosti iz tab. 5. i iz priručnika F teor. Prema tome, razlike efekata modaliteta faktora A (vrste otrova), kao i razlike efekata modaliteta faktora B (vrste tretmana) nisu se pokazale slučajnim, pa se nulte hipoteze H_{0A} i H_{0B} neće prihvatiti.

Pošto je utvrđeno da su razlike efekata modaliteta oba faktora statistički značajne, postavlja se pitanje njihovog relativnog uticaja na varijabilitet zavisne promenljive.

caj jednog faktora menja u zavisnosti od nivoa (modaliteta) drugog faktora. Primenom modela sa jednim posmatranjem za svaku kombinaciju faktora, interakcija se uključuje u rezidualnu varijansu, povećava je i dovodi do nejasnih ili pogrešnih eksperimentalnih rezultata. Njeno izdvajanje iz rezidualne varijanse postiže se povećanjem broja posmatranja ishoda svake kombinacije faktora. Interakcija se ni tako ne može uvek uspešno objasniti, ali je važna njena identifikacija, jer omogućuje jasniju predstavu o uticaju posmatranih faktora. Ako je interakcija statistički značajna, a u našem primeru ona to očito jeste, ukazuje na združeni uticaj oba faktora na zavisnu promenljivu (preživljavanje). Ukoliko ta interakcija nije značajna, istraživanje primarnih efekata posmatranih faktora zasniva se na realnoj oceni rezidualne varijanse (bež uplitanja interakcije), nego primenom modela ANOVE sa dva faktora i jednim posmatranjem za svaku kombinaciju faktora.

Uvođenjem interakcije kao nove komponente, testiraju se sledeće hipoteze:

1. $H_0: A_1 = A_2 = A_3 = 0$
 H_1 : različito ($A_1 = A_2 = A_3 = 0$)
2. $H_0: B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = 0$
 H_1 : različito ($B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = 0$)
3. $H_0: (AB)_{ij} = 0$
 $H_1 = (AB)_{ij}$ različito od 0

U našem primeru predmet interesovanja je sledeći:

a) Da li su razlike efekata modaliteta faktora A (uticaj otrova) statistički značajne, odnosno da li se varijacije zavisno promenljive, tj. preživljavanje u zavisnosti od vrste otrova znatno razlikuje.

b) Da li su razlike efekata modaliteta faktora B (uticaj tretmana) statistički značajne, odnosno da li se varijacije zavisno promenljive — preživljavanje kod trovanja pri raznim tretmanima, znatno razlikuju.

c) Da li je interakcija A i B statistički značajna, odnosno da li jedna vrsta otrova uz jedan tretman deluje smrtonosnije od drugih kombinacija.

Iz tab. 5. izvlače se sledeći zaključci na nivou značajnosti $\alpha = 0,05$:

a) Razlike efekata modaliteta faktora A pokazale su se statistički značajnim, pošto je $F_{\text{izi}} > F_{\text{tabl.}}$, a isto tako i verovatnoće.

b) Isti zaključak važi kada je u pitanju uticaj faktora B.

c) Interakcija ovih faktora međutim, nije se pokazala statistički značajnom, jer je odgovarajuća realizovana vrednost F statistike manja od njene tablične vrednosti.

Odsustvo interakcije posmatranih faktora upućuje na objašnjenje varijacija zavisno promenljive — preživljavanje usled delovanja raznih otrova u

različitim uslovima, kao rezultat aditivnog dejstva posmatranih modaliteta faktora. A (otrova) i faktora B (tretmana). Ima dakle smisla da se u nastavku ispita koji od ova dva faktora više doprinosi objašnjenju varijabiliteta zavisne promenljive, a zatim koji se od posmatranih modaliteta razlikuju značajno, a koji pokazuju samo slučajne razlike.

ANOVA sa dva faktora varijabiliteta bolje koristi informacije uzoraka, nego ANOVA sa jednim faktorom varijabiliteta, ne samo zbog toga što može otkriti uticaj drugog faktora, nego što se njegovim uvođenjem smanjuje rezidualna varijansa i kad njegov uticaj nije značajan. Smanjem rezidualne varijanse dobija se jasnija slika o istinitosti testiranih hipoteza.

Značajnost interakcije kao i efekata modaliteta posmatranih faktora može se ispitati i uvođenjem novog faktora varijabiliteta — primenom ANOVE sa tri faktora varijabiliteta. Prema tome, treba imati u vidu da će u takvom modelu broj stepeni slobode rezidualne varijanse biti veći, pa se može desiti da uvođenje novog faktora, ako njegov doprinos objašnjenju varijabiliteta nije veliki, ne dovode do smanjenja rezidualne varijanse. ANOVA sa tri faktora varijabiliteta predstavlja prošireni postupak ANOVE dva faktora sa više posmatranja za svaku kombinaciju faktora, što neće biti predmet našeg posmatranja.

Iz tab. 6. uočava se precizan uticaj, kako vrste otrova, tako i tretmana na preživljavanje.

Izloženi i drugi modeli ANOVE omogućuju ocenu značajnosti razlike aritmetičkih sredina, a ne njihovog nivoa, odnosno ocenu značajnosti uticaja modaliteta testiranih faktora na razlikovanje aritmetičkih sredina posma-

Srednje vrednosti preživljavanja

Oznaka nivoa	Broj merenja	Srednja aritmetička vrednost	Stand. greška (unutrašnja)	Standardna greška (rezervna)	95 % interval pouzdanosti	
otrov						
1	16	0,6175000	0,0523569	0,0372847	0,5418656	0,6931344
2	16	0,5443750	0,0723416	0,0372847	0,4687406	0,6200094
3	16	0,2762500	0,0155691	0,0372847	0,2006156	0,3518844
tretman						
1	12	0,3141667	0,0295281	0,0430526	0,2268316	0,4015017
2	12	0,6766667	0,0926163	0,0430526	0,5893316	0,7640017
3	12	0,3925000	0,0482124	0,0430526	0,3051649	0,4798351
4	12	0,5341667	0,0633468	0,0430526	0,4468316	0,6215017
otrov i tretman						
1 1	4	0,4125000	0,0347311	0,0745694	0,2612312	0,5637688
1 2	4	0,8800000	0,0804156	0,0745694	0,7287312	1,0312688
1 3	4	0,5675000	0,0783555	0,0745694	0,4162312	0,7187688
1 4	4	0,6100000	0,0564210	0,0745694	0,4587312	0,7612688
ukupno	48	0,4793750	0,0215263	0,0215263	0,4357075	0,5230425

tranih skupova. Usvajanje hipoteze o izjednačavanju efekata modaliteta faktora sa nulom znači prihvatanje zaključaka da ti modaliteti ne doprinose menjanju razlike aritmetičke sredine. Odluka o prihvatanju alternativne hipoteze upućuje na zaključak da posmatrani modaliteti statistički značajno menjaju odnos bar dve aritmetičke sredine, što implicira i njihov uticaj na varijabilitet zavisno promenljive.

ANOVA nalazi veoma široku primenu u oblasti istraživanja međusobnih veza atributnih obeležja, na koja se ne mogu primeniti statistički metodi prilagođeni numeričkim obeležjima.

Kada pretpostavke ANOVE nisu ispunjene ili se ne mogu proveriti, primenjuju se odgovarajući neparametarski testovi.

Izborom opcije »Multiple Range test« za otrov dobijaju se podaci navedeni u tab. 7, a za tretman u tab. 8.

Tabela 7

Višestruki test ranga u odnosu na delovanje BOt-a

Rang	95% interval pouzdanosti		
	Broj	Prosek	Homogenost
3	16	0,2762500	*
2	16	0,5443750	*
1	16	0,6175000	*

Tabela 8

Višestruki test ranga u odnosu na uticaj tretmana

Rang	Broj merenja	Aritmetička sredina skupa	Homogenost skupa
3	16	0,2762500	*
2	16	0,5443750	*
1	16	0,6175000	*

Analiza »Nested design« prikazana je u tab. 9.

Grupni prikaz parametara ANOVE

Izvor varijacije	Zbir kvadrata odstupanja	Stupnjevi slobode	Ocena varijanse	Odstupanje komponenti	%
ukupno	3,0050813	47			
otrov	1,0330125	2	0,5165063	0,024	32,91
tretman	1,1713438	9	0,1301493	0,027	36,77
GREŠKA	0,8007250	36	0,0222424	0,022	30,32

Zaključak

Na primeru iz oblasti delovanja hemijskog oružja u radu je prezentovana obrada dobijenih rezultata primenom analize varijanse sa jednim i dva faktora varijabiliteta. U tu svrhu ko-

rišćen je programski paket »Statgraphics«, namenjen za primenu na PC. Na konkretnim primerima iz oblasti upotrebe hemijskog oružja prikazane su i mogućnosti i ograničenja parametarske metode analize varijanse, kao i uslovi za njeno korišćenje.

Literatura:

- [1] M. Nenadović: »Matematička obrada podataka dobijenih merenjem«, Beograd, SANU, 1988.
- [2] G. P. Spiridonov, A. A. Lopatkin: »Matematička obrada fizikolno-kemijskih podataka«, Zagreb, Školska knjiga, 1974.
- [3] R. Njegić, M. Žižić, M. Lovrić, D. Pavličić: »Osnovi statističke analize«, Beograd, Savremena administracija, 1991.

- [4] K. Džonson: »Čislennije metodi v hemiji«, prevod sa engleskog, Moskva, Mir, 1983.
- [5] M. Arambašić, S. Kondić, Lj. Pitić, M. Stojanović: »Review of some mathematical — statistical methods suitable for processing toxicological — pharmacological experimental results«, Acta Pharm. Jugosl. 41, 177—190, 1991.
- [6] S. Hadživuković: »Planiranje eksperimenta«, Beograd, Privredni pregled, 1977.