Lazar Cvetanović,
pukovnik, dipl. inž.
Mr Zdravko Radišić,
kapetan I klase, dipl. inž.

Višekriterijumski model rotacije vozila na putnoj mreži

U radu se razmatra problem višekriterijumskog izbora elemenata optimalne varijante organizacije prevoženja ljudi ili materijalnih sredstava za slučaj kada sva vozila kreću iz baze, izvrše opslugu u čvorovima i vrate se u bazu. Utvrđuje se minimalan broj vozila i linija prevoza, raspored vozila na linije, redosled obilaska čvorova, vreme, troškovi i put opsluživanja. Datim modelima mogu se rešiti brojni praktični problemi saobraćaja i transporta.

Uvod

U svakodnevnoj vojnostručnoj praksi često se javlja problem u vezi sa optimalnom rotacijom više vozila na putnoj mreži. U teoriji transportnih mreža rotacija vozila podrazumeva utvrđivanje najpovoljnijih ruta kojima treba da se kreću transportna sredstva pri obavljanju saobraćajno-transportnih zadataka.

Rotacija transportnih sredstava, kao i većina organizacionih problema na mrežama, pripadaju klasi tzv. kombinatornih problema. Oni mogu biti problemi u vezi sa izborom, raspoređivanjem i/ili nizanjem, ili bilo koja kombinacija ovih problema. Najbolji primer za to jeste organizacija kretanja više teretnih motornih vozila ili autobusa koji kreću sa jednog mesta (baze), »obilaze« određeni broj čvorova na mreži, u njima vrše određenu opslugu (ukrcavaju-iskrcavaju teret ili ljude) i vrate se u bazu. U ovom primeru jasno se ističe problem utvrđivanja minimalnog broja vozila za izvršenje zadatka, raspored ovih vozila na skupove čvorova i redosled kojim će čvorovi u svakom skupu biti opsluženi (projektovanje linija — ruta opsluživanja).

Za rešavanje različitih varijanti problema rotacije primenjuju se različite metode dinamičkog ili kombinovanog programiranja i heuristički algorit-

mi, (1). U ovom radu biće prikazan jedan od heurističkih alogatama. U najvećem broju radova, koji se bave problemom rotacije transportnih sredstava, prevlađuje jednokriterijumski pristup. S obzirom na suštinu saobraćaja i transporta, složenost uslova u kojima se rešavaju konkretni problemi organizacije kretanja vozila i potrebu da se istovremeno vodi računa o ekonomskim interesima korisnika i organizatora prevoza, jasno je da jednokriterijumski pristup ne daje uvek dovoljno objektivna rešenja. Problemom metoda višekriterijumskog rangiranja klasični model rotacije dograđen je u višekriterijski. U ovom radu korišćena je višekriterijska metoda TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) zbog svoje jednostavnosti. Metodu su razvili Hwang i Yoon 1981.

Postavka problema

Neka je data putna mreža u obliku grafa $G(B, N, L)$. Transportna sredstva locirana u bazi B moraju opslužiti N čvorove ($C_1, C_2, \dots, C_N$), povezanih lukovima L_{ij} ($i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, N$), i vratiti se posle opsluživanja u bazu B . Svaki čvor potražuje — isporučuje količinu robe V_i ($i=1, 2, \dots, N$) ili neka u svakom od N čvorova postoji zahtev za odvoženjem — dovoženjem

V_i putnika. Transportna sredstva koja opslužuju čvorove imaju kapacitet K . On je veći ili jednak potražnji u bilo kom čvoru ($V_i \leq K$). U tom slučaju, jedno transportno sredstvo može da opsluži jedan ili više čvorova. Svaki luk okarakterisan je onim obeležjima preko kojih se mogu odrediti vrednosti kriterija izbora optimalne alternative.

Problem koji treba rešiti svodi se na izbor određene alternative organizacije prevoženja (broj vozila i linija prevoza, raspored vozila na linije, redosled obilaska čvorova i vreme prevoza), uz minimizaciju vremena i troškova prevoza. Svakom kriteriju dodeljena je relativna važnost w_j , ($\sum w_j = 1$, $j = 1, 2, \dots, n$).

Model rešavanja problema

Osnovu za rešavanje problema predstavlja Clarke — Wrightov algoritam »ušteda«, (1). Detaljan opis ovog algoritma sa primerom primene jednokriterijskog modela rotacije dat je u (2), i ovom prilikom se neće detaljnije razmatrati. Treba podsetiti da se pojam »ušteda« odnosi na stvarne uštede u vremenu, putu ili troškovima koji se postižu spajanjem parova čvorova (i, j) u jednu rutu, za razliku od opsluživanja pojedinačnih čvorova jednim transportnim sredstvom. Na taj način postižu se uštede $U(i, j)$:

$$U(i, j) = l(B, i) + l(B, j) - l(i, j) \quad (1)$$

gde je:

- $l(B, i)$, udaljenost između baze B i čvora i . Udaljenost može imati značenje vremena ili troškova prevoza,
- $l(B, j)$, udaljenost između baze B i čvora j ,
- $l(i, j)$, udaljenost između parova čvorova koji se spajaju u jednu rutu.

Posmatrano sa jednokriterijumskog aspekta minimizacije troškova ili vremena prevoza, ukoliko je veća ušteda $U(i, j)$, utoliko je bolje spojiti čvorove i i j u jednu rutu. Međutim, u višekriterijumskom pristupu određenom paru čvorova (i, j) može odgovarati velika ušteda po jednom priterijumu, a neznatna ušteda po drugom. U tom slučaju neophodno je izvršiti rangiranje svih parova čvorova na osnovu svih kriterijuma istovremeno. Svaki par čvorova (i, j) treba tretirati kao alternativu A_i koja se poredi sa ostalim na osnovu vrednosti koje uzima po izabranim kriterijumima. Rezultat rangiranja svih alternativa uz pomoć metode TOPSIS je objedinjena lista ušteda. U listi su alternative rangirane na osnovu veličine C_i^* .

Metoda TOPSIS zasnovana je na istovremenom merenju rastojanja određene alternative od tzv. *idealnog i negativnog idealnog rešenja*.

Alternative se rangiraju kroz sledeće korake:

Korak 1: Formiranje matrice odlučivanja D .

U matrici odlučivanja D date su vrednosti X_{ij} koje pojedine alternative A_i , $i = 1, 2, \dots, m$ uzimaju po kriterijumima K_j , $j = 1, 2, \dots, n$.

Korak 2: Normalizacija vrednosti matrice odlučivanja.

Zbog potrebe eliminisanja dimenzija u kojima se izražava vrednost kriterijuma normalizuje se matrica D u matricu R po formuli:

$$r_{ij} = \frac{w_j X_{ij}}{\sum_i X_{ij}} \quad (2)$$

Za određivanje relativne važnosti kriterijuma iskorišćena je metoda analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP), koju je razvio Tomas Saaty, (3). Metoda se realizuje kroz četiri faze, a relativna važnost kriterijuma ocenjuje se u trećoj fazi. Donosilac odluke dodeljuje težine za svaki par kriterija pose-

bno, i to kao meru stepena međusobne dominacije kriterijuma. Za formiranje matrice stepena dominacije kriterijuma, tabela 1, koristi se Saaty — a skala »devet tačaka«, (3).

Tabela 1

Matrica dominacije

Kriteriji	K_1	K_2		K_n
K_1	1	O_{12}		O_{1n}
K_2	O_{21}	1		O_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
K_n	O_{n1}	O_{n2}		1
TOTAL	ΣO_{j1}	ΣO_{j2}		ΣO_{jn}

Matrica dominacije normalizuje se kroz tri faze:

a) Naći sumu svih elemenata u svakoj koloni (red TOTAL u tabeli 1).

b) Podeliti elemente svake kolone sa sumom elemenata te kolone, koja je dobijena u prethodnom koraku.

c) Naći sumu svih elemenata u svakom redu normalizovane tabele ma-

trice dominacije (kolona K_{n+1} u tabeli 2). Potom treba odrediti srednju vrednost svakog reda (kolona K_{n+2} u tabeli 2). Kolona srednjih vrednosti je, u stvari, normalizovani sopstveni vektor ili relativna važnost kriterijuma.

Korak 3: Određivanje idealnog (A^+)

Idealno i negativno idealno rešenje računaju se prema narednim jednačinama:

$A^+ = (\max r_{ij}) \ i=1, 2, \dots, m$ — za kriterijume koristi

$A^+ = (\min r_{ij}) \ i=1, 2, \dots, m$ — za kriterijume troškova

$$A^+ = r_1^+, r_2^+, \dots, r_n \quad (3)$$

$A^- = (\min r_{ij}) \ i=1, 2, \dots, m$ — za kriterijume koristi

$A^- = (\max r_{ij}) \ i=1, 2, \dots, m$ — za kriterijume troškova

$$A^- = r_1^-, r_2^-, \dots, r_n^- \quad (4)$$

Kod kriterijuma »koristi« alternativa je utoliko bolja ukoliko po ovom kriterijumu uzima veće vrednosti. U tom slučaju kriterijum ima karakter MAX.

Tabela 2

Normalizovana matrica dominacije

Kriteriji	K_1	K_2		K_n	K_{n+1}	K_{n+2}
K_1	W_{11}	W_{12}		W_{1n}	ΣW_{1j}	$\Sigma W_{1j}/n$
K_2	W_{21}	W_{22}		W_{2n}	ΣW_{2j}	$\Sigma W_{2j}/n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
K_n	W_{n1}	W_{n2}		W_{nn}	ΣW_{nj}	$\Sigma W_{nj}/n$

Kod kriterijuma »troškova« alternativa je utoliko bolja, ukoliko po ovom kriterijumu uzima manje vrednosti. U tom slučaju kriterijum ima karakter MIN.

Rastojanje neke alternative A_i od idealnog rešenja A^+ definiše se kao:

$$S_i^+ = S_j (r_{ij} - r_j^+)^2, i=1, 2, \dots, m. (5)$$

Rastojanje neke alternative A_i od negativnog idealnog rešenja A^- definiše se kao:

$$S_i^- = S_j (r_{ij} - r_j^-)^2, i=1, 2, \dots, m. (6)$$

Korak 4: Rangiranje alternativa.

Relativna bliskost posmatrane alternative A_i i idealnog rešenja računa se kao:

$$C_i^* = \frac{S_i^- + S_i^+}{S_i}, 0 < C_i^* < 1, i=1, 2, \dots, m \quad (7)$$

Pošto je $C_i^* = 1$ samo kada je posmatrana alternativa A_i jednaka idealnom rešenju ($S_i^+ = 0$ za $A_i = A^+$) i $C_i^* = 0$ samo za $A_i = A^-$ i $S_i^- = 0$, najbolja je ona alternativa iz skupa $A_1, A_2, \dots, A_m$ koja ima najveću vrednost C_i^* . Posle proračuna vrednosti C_i^* , potrebno je formirati objedinjenu listu »ušteda« i to na način da se sve alternative A_i poređaju po opadajućim vrednostima C_i^* .

Korak 5: Primeniti Clarke-Wright-ov algoritam »ušteda« za projektovanje ruta i odrediti sve elemente organizacije rotacije vozila. Clark-Wrightov algoritam sastoji se od sledećih koraka:

a) Pri razmatranju »uštede« C_i^* odgovarajuću grupu (i, j) uključiti u rutu ako se pri tome ne krši neko od datih ograničenja (kapacitet transportnog sredstva), i:

— ako ni čvor i , ni čvor j nisu uključeni u jednu rutu;

— ako je jedan od čvorova i ili j već uključen u neku od postojećih ruta i ukoliko taj čvor nije unutrašnji čvor u ruti (čvor je unutrašnji ukoliko nije susedni bazi B);

— ako su oba čvora i i j uključeni u dve različite rute i nijedan od tih čvorova nije unutrašnji u tim rutama (oba su spoljna) moguće je spojiti rute u jednu;

b) Ukoliko lista ušteda nije potrošena do kraja, potrebno je vratiti se na korak a) i poći od sledeće neutrošene uštede.

Primer primene višekriterijumskog modela rotacije vozila

Putna mreža prikazana je matricom najkraćih vremenskih rastojanja (tabela 3) i matricom troškova prevoza (ta-

Tabela 3

Matrica najkraćih vremenskih rastojanja

CVOR	B	2	3	4	5	6	7
B	*	35	25	53	56	74	98
2	35	*	35	88	21	84	63
3	25	35	*	78	56	49	98
4	53	88	78	*	109	86	117
5	56	21	56	109	*	105	42
6	74	84	49	86	105	*	68
7	98	63	98	117	42	68	*

Matrica troškova prevoza

CVOR	B	2	3	4	5	6	7
B	*	340	620	240	420	600	800
2	340	*	400	500	300	790	630
3	620	400	*	850	600	300	970
4	240	500	850	*	600	800	1000
5	420	300	600	600	*	1000	500
6	600	790	300	800	1000	*	690
7	800	630	970	1000	500	690	*

Tabela 5

Broj putnika koje treba prevesti

CVORovi	B	2	3	4	5	6	7
Broj putnika, Vi	0	4	7	3	2	6	3

bela 4). Baza sa vozilima nalazi se u čvoru 1 ($B=C_1$). Čvorovi koje treba opslužiti opnačeni su sa $C_2, C_3, \dots, C_7$. Kapacitet vozila koja opslužuju iznosi $K=12$ putnika. Broj putnika koje treba ukrcati i prevesti iz čvorova u bazu dat je u tabeli 5. Kriterijumi izbora organizacije rotacije vozila su uštede u vremenu i troškovima. Ovi kriterijumi su dati u pretpostavljenim vremen-
skim i novčanim jedinicama.

Svi tabelarni prikazi proračuna elemenata organizacije rotacije vozila rađeni su uz pomoć programa Quatro-Pro, u formi »šablona« (templatea).

Razvijeni model testiran je za dva različita slučaja. U prvom slučaju uš-
teda u vremenu, u odnosu na uštedu u

troškovima, za donosioca odluke ima značaj »veoma snažno ka veoma poželj-
nom«. U Saaty tabeli »devet tačaka« (3),
ovakav odnos izražen je veličinama
 $0_{12}=7, 0_{21}=1/7$, tabela 6.

U drugom slučaju oba kriterija su
podjednako značajna. U tabeli »devet
tačaka« ovakav odnos izražen je veli-
činama $0_{12}=0_{21}=1$, tabela 6.

Tabela 6

Matrica dominacije

Slučaj	I		II	
Kriteriji	K1	K2	K1	K2
K1	1	7	1	1
K2	0.17	1	1	1
TOTAL	1.17	8	2	2

Tabela 7

Normalizovana matrica dominacije

Slučaj	I		II		I	II	I	II
Kriteriji	K1	K2	K1	K2	SUM	SUM	W	W
K1	0.8547	0.875	0.5	0.5	1.73	1	0.865	0.5
K2	0.1453	0.125	0.5	0.5	0.27	1	0.135	0.5

Proračun ušteda u vremenu i troškovima

Alter-native	Par cvorova (i,j)	Usteda u vremenu, K1	Usteda u troškovima, K2
A1	(2,3)	0.035685	0.014623
A2	(2,4)	0.000000	0.002089
A3	(2,5)	0.099917	0.012012
A4	(2,6)	0.035685	0.003917
A5	(2,7)	0.099917	0.013317
A6	(3,4)	0.000000	0.000261
A7	(3,5)	0.035685	0.011489
A8	(3,6)	0.071370	0.024023
A9	(3,7)	0.035685	0.011750
A10	(4,5)	0.000000	0.001567
A11	(4,6)	0.058523	0.001044
A12	(4,7)	0.048531	0.001044
A13	(5,6)	0.035685	0.000522
A14	(5,7)	0.159868	0.018801
A15	(6,7)	0.148449	0.018540
TOTAL		0.865000	0.135000
Karakter kriterija		MAX	MAX
Realtivna vaznost	I slucaj	0.865	0.135
	II slucaj	0.5	0.5

Tabela 10

Idealno i negativno idealno rešenje

IDEALNO RESENJE	A+	0.159868	0.024023
NEGATIVNO IDEALNO RESENJE	A-	0.000000	0.000261

Alter-native	Par cvorova (i,j)	Usteda u vremenu, K1	Usteda u troškovima, K2
A1	(2,3)	25	560
A2	(2,4)	0	80
A3	(2,5)	70	460
A4	(2,6)	25	150
A5	(2,7)	70	510
A6	(3,4)	0	10
A7	(3,5)	25	440
A8	(3,6)	50	920
A9	(3,7)	25	450
A10	(4,5)	0	60
A11	(4,6)	41	40
A12	(4,7)	34	40
A13	(5,6)	25	20
A14	(5,7)	112	720
A15	(6,7)	104	710
TOTAL		606	5170
Karakter kriterija		MAX	MAX
Realtivna vaznost	I slucaj	0.865	0.135
	II slucaj	0.5	0.5

Konačna objedinjena lista ušteda

Tabela 11

Alter-native	Par cvorova (i,j)	Si+	Si-	Ci*	RANG Ci*
A1	(2,3)	0.015510	0.001480	0.087093	8
A2	(2,4)	0.026039	0.000003	0.000128	13
A3	(2,5)	0.003738	0.010122	0.730277	2
A4	(2,6)	0.015826	0.001287	0.075195	11
A5	(2,7)	0.004171	0.010154	0.708821	3
A6	(3,4)	0.026122	0.000000	0.000000	15
A7	(3,5)	0.015579	0.001399	0.082429	10
A8	(3,6)	0.007832	0.005658	0.419434	5
A9	(3,7)	0.015572	0.001405	0.082781	9
A10	(4,5)	0.026062	0.000002	0.000065	14
A11	(4,6)	0.010799	0.003426	0.240824	6
A12	(4,7)	0.012924	0.002356	0.154185	7
A13	(5,6)	0.015974	0.001273	0.073836	12
A14	(5,7)	0.000027	0.025901	0.998948	1
A15	(6,7)	0.020104	0.022371	0.526687	4

Prikaz elemenata organizacije rotacije vozila

I SLUCAJ				
w1=0.865		w2=0.135		
Broj vozila za opslugu	Rute	Vreme izvršenja prevoza	Troskovi prevoza	Broj putnika
1	B-2-5-7-B	196	1940	9
1	B-4-6-B	213	1640	9
1	B-3-B	50	1240	7
3		459	4820	25
II SLUCAJ				
w1=0.5		w2=0.5		
Broj vozila za opslugu	Rute	Vreme izvršenja prevoza	Troskovi prevoza	Broj putnika
1	B-5-6-7-B	327	2910	11
1	B-2-3-B	95	1360	11
1	B-4-B	106	480	3
3		528	4750	25

Zaključak

Predloženim višekriterijumskim modelom rotacije više vozila na putnoj mreži mogu se rešiti brojni praktični problemi saobraćaja i transporta (prevoženje materijalnih sredstava, ljudstva, razvoženje ili sakupljanje saobraćajnica sa mesta za regulisanje i kontrolu saobraćaja, prevoženje lica na posao ili sa posla, prevoženje vojnih lica

u velikim gradovima na uzbunu, i slično).

Promenom ograničenja, kapaciteta vozila ili vrednosti težina kriterijuma mogu se generisati različite varijante organizovanja prevoženja i utvrditi međuzavisnost uslova i elemenata prevoza (broj vozila, broj linija, vreme, troškovi ili put opsluživanja, raspored opsluživanja).

Literatura:

- [1] Teodorović dr D.: Transportne mreže, SITSVJ, Beograd, 1984.
[2] Radišić mr Z., Pintarić D., Polšak V.: Model rotacije vozila na putnoj mreži pri realizaciji transportnih zadataka, VTG br. 3, Beograd, 1990

- [3] Čupić M., Rao Tummala V. M.: Savremeno odlučivanje — metode i primena, Naučna knjiga, Beograd, 1991.