Mr Nenad Dodić,
dipl. inž.

SAVREMENI PRISTUP ESTIMACIJI PARAMETARA SERVOSISTEMA

U radu je dat prikaz savremenog mernog sistema, postupka merenja, kao i dvaju računskih metoda estimacije parametara sistema naročito pogodnih za servosisteme. Prikazana oprema, postupci i metode omogućavaju da se do ocena parametara dođe kada ne postoji mogućnost da se oni neposredno ili posredno mere. Dati su praktični saveti kako da se celokupni postupak estimacije parametara izvede, kao i ilustrativni primer iz prakse.

Uvod

Poznavanje matematičkih modela procesa i sistema, kao i brojčanih vrednosti parametara koji se javljaju u tim modelima, ima veliki praktičan značaj, naročito za tehničke delatnosti. To omogućuje ispitivanje osobina sistema bez vršenja velikog broja laboratorijskih merenja, ispitivanje ponašanja sistema u hipotetičkim uslovima rada — korišćenjem računarske simulacije, sintezu upravljačkih sistema korišćenjem savremenih naučnih metoda, itd.

Čak i jednostavnim tehničkim procesima, kada bi se opisivali s velikom matematičkom strogošću, odgovarali bi vrlo složeni matematički modeli (stohastički, nelinearni, nestacionarni modeli visokog reda, sa raspodeljenim parametrima). Uvođenjem niza pretpostavki, mogu se dobiti znatno jednostavniji modeli. Tako se većina procesa u praksi opisuje linearnim kontinualnim stacionarnim matematičkim modelima niskih redova (npr. 3. ili nižeg reda), kada jednačina ponašanja ima oblik:

$$\sum_{i=0}^n a_i d^i y(t)/dt^i = \sum_{i=0}^m b_i d^i u(t)/dt^i, \quad m \leq n,$$

Koeficijenti a_i , b_i su parametri linearnog kontinualnog matematičkog modela. Oni se mogu predstaviti kao funkcije određenih parametara proce-

sa koji imaju fizički smisao (npr. koeficijent protoka ventila, moment inercije obrnutog tela, vremenska konstanta elektromotora, i sl.). Vrednosti nekih parametara procesa (sistema) može da specificira proizvođač određenih komponenti, mogu se neposredno ili posredno izmeriti određenim instrumentima ili se mogu odrediti na osnovu snimljenih statičkih karakteristika. Problem nastaje kada se vrednosti parametara ne mogu odrediti na navedene načine. Onda je neophodno meriti signale određenih veličina u toku dinamičkog rada sistema, a zatim primenom određenih grafičkih, grafoanalitičkih ili analitičkih (računskih) metoda, na osnovu obavljenih merenja, oceniti vrednosti nepoznatih parametara.

Navedeni problem se u literaturi naziva problem estimacije (ocene) parametara i razvijen je veliki broj metoda koji ga rešava. Savremeni pristup rešavanju problema estimacije parametara podrazumeva korišćenje digitalnog računara i precizne i brze merne opreme, koja se može povezati sa računarom radi prenosa podataka. Tek u tom slučaju mogu se primeniti novi računski postupci estimacije parametara, koji daju rezultate visoke tačnosti.

U ovom radu biće reči samo o estimaciji parametara linearnih kontinualnih sistema.

Merna oprema

Na slici 1. prikazan je jedan sistem, koji omogućuje realizaciju različitih postupaka estimacije parametara. Sastoji se od sledećih komponenti: HP3312A — generator periodičnih signala, HP-7990A — mernih 3-kanalna stanica sa baferima za pamćenje signala i digitalnim ploterom, HP3562A — analizator signala koji meri frekventne karakteristike sistema, poseduje generator belog i obojenog šuma, HP IPC — prenosni računar za prikupljanje, obradu i prikaz rezultata merenja, HP9836U — sto-

ni računar koji se koristi za estimaciju parametara na osnovu izvršenih merenja. Na slici je prikazano vezivanje opreme na sistem koji se ispituje. Pobudni signal iz generatora dovodi se na određenu ulaznu tačku sistema, a snimaju se, odnosno dovode u analizator signala, ulaz i izlaz sistema (ili podsistema) čiji se parametri ocenjuju. Znatno jevtinija alternativa za ovaj merni sistem bila bi: prenosni PC-računar 386 sa ugrađenom pločicom koja ima analogne ulaze i izlaze (npr. Burr-Brown PCI-20000) i navedeni analizator signala.

Sl. 1 — Merni sistem

Prilikom pripreme signala za merenje treba voditi računa da se izvori šumova i smetnji eliminišu ili da se bar njihov uticaj što više smanji. Takođe, treba obezbediti stabilne izvore resursa (goriva, energije, fluida), kako zbog njihovog manjka sistema ne bi ulazio u nelinearni režim rada. Signale do mernog sistema treba dovoditi oklopljenim kablovima, a mase mernih uređaja i elektronskog dela sistema treba međusobno povezati, kako bi se smanjili šumovi merenja.

Generisanje pobudnog signala

Izbor oblika pobudnog signala vezan je za metodu estimacije parametara koja će se koristiti. Ako se, na primer, koristi metoda Čidembare (literatura [3], [4], najbolja pobuda je odskočna funkcija. Ako se meri frekventna karakteristika i vrši estimacija parametara u frekventnom domenu, može se sistem pobuđivati nizom signalnih funkcija različitih frekvencija, s tim da frekvencije budu ravnomerno raspoređene unutar intervala frekvencija u kome se očekuju interesantne promene frekventne karakteristike sistema. Najbolje je da frekvencija ima eksponencijalni priraštaj (sa eksponentom 10), tako da bude 10 do 20 izmerenih tačaka po dekadi Bodeovog dijagrama. Radi dobijanja frekventne karakteristike sistem se može pobuđivati obojenim šumom (praktično to je pseudoslučajni šum ograničenog frekventnog opsega), koji ima, približno, ravni frekventni spektar sve do frekvencije koja je 3 puta veća od propusnog opsega sistema koji se meri, a da je za veće frekvencije spektar približno nula. Ovakav pobudni signal se preporučuje i kada se koriste mnoge druge metode estimacije parametara: različite gradijentne metode, metoda instrumentalnih promenljivih, metoda najveće verodostojnosti, itd.

Bez obzira na metodu, pobudni signal ili skup signala koji se koriste tokom eksperimenta treba da pobuđuju sve modove sistema, a to će se postići ako je frekventni spektar signala značajno velik na intervalu frekvencija širem od propusnog opsega sistema. Sa gornjom granicom ovog intervala ne treba preterivati. Ograničenje nameće frekvencija odabiranja s kojim se merenja vrše, jer, po Šenonovoj teoremi, signal neće moći da se rekonstruiše iz diskretnog snimka (izmerene sesvence signala), ukoliko sadrži harmonike viših učestanosti od polovine frekvencije odabiranja, pa gornja granica frekventnog spektra pobudnog signala treba da bude manja od polovine frekvencije odabiranja.

Nivo pobudnog signala treba da obezbedi što linearniji rad sistema. Znači ne sme da bude toliko veliki da se pojavi energetski deficit sistema i zasićenje, ali ni toliko mali da uticaj nelinearnosti tipa neosetljivosti, suvog trenja, mrtvog hoda, histerezisa i sličnih (a koje se ispoljavaju u okolini nulte tačke) ne postane dominantan u ponašanju sistema.

Izbor frekvencije odabiranja i vremenskog intervala merenja

Frekvenciju odabiranja treba izabrati tako da se ulaz i izlaz posmatranog sistema mogu verno rekonstruisati na osnovu izmerenih sekvenci ulaza i izlaza. Preporučuje se da frekvencija odabiranja bude bar 10 puta veća od propusnog opsega posmatranog sistema. Gornju granicu određuje brzina rada merne opreme. Dužina merenja treba da obezbedi dovoljno informacija o ponašanju sistema. Praktičan savet: pri merenju odskočnog odziva interval merenja treba da je od 1,3 do 6 puta veći od vremena smirenja, a pri merenju odziva na pseudoslučajni signal (obojeni šum) da bude 3 do 5 puta veći od

vremena smirenja sistema, a ako se koriste metode estimacije parametara koje sporo konvergiraju i veći (npr. 10 vremena smirenja za metodu instrumentalnih promenljivih).

Proizvod frekvencije odabiranja, trajanja merenja i broja signala koji se mere ograničen je raspoloživom memorijom za smeštaj podataka. Pri merenju frekvencije karakteristike treba pravilno izabrati interval učestanosti i broja prolaza. Donja granica intervala učestanosti treba da je što niža, da bi se precizno odredilo statičko pojačanje sistema, ali treba voditi računa da se smanjivanjem donje granice raste vreme merenja. Gornja granica treba da je dovoljno visoka (barem jednaka trostrukom propusnom opsegu), da na izmerenoj frekventnoj karakteristici budu uočljivi svi modovi sistema koji su od interesa. Ukoliko je u sistemu prisutan šum koji nije zanemarljiv, potrebno je izabrati pet ili više prolaza, kako bi se osrednjavanjem smanjila greška zbog šuma.

Metode estimacije parametara

Ovde će biti izložene dve metode — metoda Čidambare i metoda aproksimacije izmerene frekventne karakteristike kompleksnom racionalnom funkcijom. Razumevanje i korišćenje ovih metoda ne zahteva posebno predznanje iz teorije slučajnih procesa, ocenjivanja i identifikacije sistema, kao što je to slučaj npr. sa metodama koje imaju bajesovski pristup ili se baziraju na modelu šuma merenja. S druge strane, one se mogu upotrebiti za rešavanje mnogih praktičnih problema. U slučajevima kada se, zbog prirode i nivoa šuma ili zbog prirode sistema (neopravdanost linearizacije) dobijaju velika odstupanja vrednosti ocena od očekivanih vrednosti parametara, treba koristiti složenije i sofisticiranije metode (vidi npr. [1] za linearne i [2] za nelinearne sisteme).

Metoda Čidambare

Ova metoda zasniva se na pretpostavkama da je izmereni odziv sistema identičan rešenju prethodno navedene jednačine ponašanja sistema za zadati ulaz, da je $m=n-1$ i da ulaz i izlaz sistema teže konstantnim vrednostima s porastom vremena (sistem mora biti stabilan). Jednačina ponašanja može se transformisati u pogodnu kanoničnu formu, iz koje slede izlazi koji se u ovoj metodi koriste (videti [3] ili [4]). Postupak dobijanja ocena $\hat{a}_i$, $\hat{b}_i$ parametara a_i , b_i je sledeći:

1. Posmatrani sistem (podsystem) se pobuđuje tako da ulaz $u(t) \rightarrow u_N = \text{const.}$ kada $t \rightarrow \infty$ (najbolje je da ulaz bude odskočna funkcija) i mere se $u(k\Delta t)$, $y(k\Delta t)$, $k=0,1,\dots,T$, pri čemu se T bira tako da je $u(t) \cong \text{const.}$, $y(t) \cong \text{const.}$ za $t > T\Delta t$.

2. Izračunavaju se:

$$B_1 = -y_N/u_N$$

$$x_1(t) = \int_0^t [y(t) + B_1 u(t)] dt,$$

$$B_j = -x_{j-1,N}/u_N,$$

$$x_j(t) = \int_0^t [x_{j-1}(t) + B_j u(t)] dt,$$

$$j=2,3,\dots,n$$

$x_{j,N}$ su vrednosti $x_j(t)$ u stacionarnom stanju.

3. Izračunavaju se:

$$\hat{a}^T(t) = \int_0^t [y(t) - y_N] [x_N - x(t)]^T dt < \int_0^t [x(t) - x_N] [x_N - x(t)]^T dt,$$

gde su:

$$\hat{a}^T = [\hat{a}_{n-1} \hat{a}_{n-2} \dots \hat{a}_0],$$

$$x^T(t) = [x_1(t) x_2(t) \dots x_n(t)],$$

$$x^T_N = [x_{1,N} x_{2,N} \dots x_{n,N}],$$

4. Koristeći vezu:

$$B_{k+1} = [b_{n-k} - \sum_{j=1}^k \hat{a}_{n-k+j} B_j] / \hat{a}_0,$$

$$k=0,1,\dots,n-1$$

izračunavaju se ocene b_j , čime je postupak završen.

Ova metoda zahteva dosta raspoložive računarske memorije, jer treba pamtit i vrednosti $x_j(t)$, $j=1,2,\dots,n$ za $t \in (0, T\Delta t)$. Integraljenje metodom trapeza daje zadovoljavajuću tačnost, ukoliko se za korak integraljenja usvoji Δt i ako je frekvencija odabiranja $2\pi/\Delta t$ usvojena u skladu sa prethodno datim preporukama.

Prednost metode Čidambare nad drugim metodama estimacije parametara jeste što je ona matematički jednostavna i što je generisanje odskočne funkcije jednostavno. Nedostaci su što mora biti $m=n-1$, a to ne odgovara uvek strukturi posmatranog sistema, kao i što je metoda osetljiva na šum, pa se njeno korišćenje preporučuje samo kad je šum mali.

Metode aproksimacije frekventne karakteristike kompleksnom racionalnom funkcijom

Frekventna karakteristika linear-nog sistema je kompleksna racionalna funkcija:

$$F(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i(j\omega)^i}{\sum_{i=0}^n a_i(j\omega)^i} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$$

koja ima iste koeficijente kao i prethodno data jednačina ponašanja. Neka su F'_k izmerene vrednosti frekventne karakteristike za učestanosti ω_k , $k=1,\dots,N$. Ocene koeficijenata a_i , b_i mogu se dobiti iz uslova da:

$$J = \sum_{k=1}^N |e(j\omega_k)|^2$$

gde je:

$$e_k = e(j\omega_k) = \frac{F'_k - F(j\omega_k)}{F'_k}, k=1,2,\dots,N$$

ima minimalnu vrednost. Ovaj problem je nelinearan. Umesto J može da se minimizira J_2 :

$$J_2 = \sum_{k=1}^N |[F'_k - F(j\omega_k)] D[j\omega_k]_g|^2 w(\omega_k),$$

$$g=1,2,3,\dots$$

gde je:

$$w(\omega_k) = \frac{p^2(\omega_k)}{|D(j\omega_k)_{g-1} F'_k|^2} = w_k,$$

$$k=1,2,\dots,N.$$

$p(\omega)$ je težinska funkcija koja se bira tako da daje veću težinu merenim tačkama na onim intervalima učestanosti ω koji su značajni za ponašanje sistema, a na kojima ima malo izmerenih tačaka. Postupak minimizacije J_2 je iterativan, g je broj iteracije. Da bi problem imao jedinstveno rešenje, usvaja se $a_0=1$ (ako se ne fiksira vrednost jednog koeficijenta, prilikom rešavanja se javlja homogeni sistem linearnih jednačina).

Postupak minimizacije J_2 , kao i težinska funkcija, detaljno su objašnjeni u [5]. Primena ove metode za identifikaciju sistema, kada red sistema nije unapred poznat, data je u [6].

Postupak estimacije parametara a_i , b_i metodom aproksimacije izmerene frekventne karakteristike kompleksnom racionalnom funkcijom je sledeći:

1. Izmeri se frekventna karakteristika za N frekvencija, u skladu sa prethodno datim preporukama;

2. Definiše se težinska funkcija $p(\omega)$. $p(\omega) \equiv 1$ obično daje zadovoljavajuće rezultate;

3. Ukoliko se radi o modelu koji ima r nultih polova, vrši se transformacija izmerenih vrednosti:

$$F'_k \leftarrow (j\omega_k)^r F'_k, k=1,2,\dots,N.$$

Ova transformacija je neophodna zbog pretpostavke $a_0=1$.

4. Rešava se sistem jednačina:

$$Mx=c$$

gde su:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix}$$

$$x^T = (\hat{b}_0 \hat{b}_1 \dots \hat{b}_m \hat{a}_1 \hat{a}_2 \dots \hat{a}_n)$$

$$c^T = (S_0 T_1 S_2 T_3 \dots 0 U_2 0 U_4 \dots)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} V_0 & 0 & -V_2 & 0 & V_4 & \dots \\ 0 & V_2 & 0 & -V_4 & 0 & \dots \\ V_2 & 0 & -V_4 & 0 & V_6 & \dots \\ 0 & V_4 & 0 & -V_6 & 0 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} T_1 & S_2 & -T_3 & -S_4 & T_5 & \dots \\ -S_2 & T_3 & S_4 & -T_5 & -S_6 & \dots \\ T_3 & S_4 & -T_5 & -S_6 & T_7 & \dots \\ -S_4 & T_5 & S_6 & -T_7 & -S_8 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} T_1 & -S_2 & -T_3 & S_4 & T_5 & \dots \\ S_2 & T_3 & -S_4 & -T_5 & S_6 & \dots \\ T_3 & -S_4 & -T_5 & S_6 & T_7 & \dots \\ S_4 & T_5 & -S_6 & -T_7 & S_8 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix}$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} U_2 & 0 & -U_4 & 0 & U_6 & 0 & \dots \\ 0 & U_4 & 0 & -U_6 & 0 & U_8 & \dots \\ U_4 & 0 & -U_6 & 0 & U_8 & 0 & \dots \\ 0 & U_6 & 0 & -U_8 & 0 & U_{10} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix}$$

pri čemu su:

$$V_h = \sum_{k=1}^N \omega_k^h w_k, \quad h=0, 2, 4, \dots$$

$$U_h = \sum_{k=1}^N \omega_k^h (R_k'^2 + I_k'^2) w_k, \quad h=2, 4, 6, \dots$$

$$S_h = \sum_{k=1}^N \omega_k^h R_k' w_k, \quad h=0, 2, 4, \dots$$

$$T_h = \sum_{k=1}^N \omega_k^h I_k' w_k, \quad h=1, 3, 5, \dots$$

Formati matrica su: M : $(n+m+1) \times (n+m+1)$, M_1 : $(m+1) \times (m+1)$, M_2 : $(m+1) \times n$, M_3 : $n \times (m+1)$, M_4 : $n \times n$. x i c su $n+m+1$ -vektori.

Tako se nalaze ocene a_i , $i=1, 2, \dots, n$, b_i , $i=0, 1, \dots, m$ ($a_0=1$). U prvoj iteraciji ($g=1$) usvaja se $D(j\omega)_{g-1} \equiv 1$, a u sledećim iteracijama se ovaj član sračunava na osnovu koeficijenata a_i dobijenih u prethodnoj iteraciji.

5. Posle svake iteracije sračunava se J . Postupak se ponavlja sve dok razlika između J iz dve poslednje iteracije ne postane dovoljno mala. Umesto da se ispituje ovaj uslov, može se unapred fiksirati broj iteracija. U većini slučajeva se, nakon 6 iteracija, dobija dobar rezultat.

6. Ukoliko iterativni postupak nije završen, ide se ponovo na tačku 4. Ukoliko je završen, a ukoliko je $r > 0$, dobijena frekventna karakteristika $F(j\omega)$ deli se $(j\omega)^r$, što se svodi na pomeranje koeficijenata a_i : $a_i \leftarrow a_{i-r}$, $i=n, n-1, \dots, r$ i anuliranja $a_i=0$, $i=0, 1, \dots, r-1$. Na taj način dobija se konačan rezultat.

Dobra strana ove metode jeste što se ponašanje rezultujućeg modela dobro slaže sa ponašanjem realnog sistema u frekventnom domenu (poseduju približno iste filterske karakteristike), pod uslovom da su vrednosti F_k' dobro izmerene, da ne sadrže veliki šum (što se postiže velikim brojem prolaza kod merenja na sistemu sa izraženim šumom) ili da je srednja vrednost šuma u merenjima F_k' (približno) jednaka nuli (što se postiže merenjem za veliki broj frekvencija ω_k). Nedostaci: mora se pose-

dovati kvalitetan analizator signala, merenje frekventne karakteristike dugo traje, metoda predstavlja formalnu aproksimaciju frekventne karakteristike kompleksnom krivom, pa se može desiti da rešenja a_i , b_i odgovaraju nestabilnom modelu, iako je realni sistem stabilan. U tom slučaju treba smanjiti n i/ili m i zadovoljiti se jednostavnijim matematičkim modelom.

Estimacija parametara i provera rezultata

Bez obzira na to koja se metoda estimacije parametara koristi, poželjno je pridržavati se sledećih uputstava:

1. Prilikom eksperimentalnog ispitivanja treba snimiti što više sekvenci ulaza i izlaza sistema, za različite oblike pobudnih signala. Snimiti, po mogućnosti, i frekventnu karakteristiku, čak i kada se ne koristi metoda aproksimacije frekventne karakteristike.

2. Ponoviti postupak estimacije parametara za veći sroj izmerenih sekvenci, pa pronaći srednju vrednost ocena parametara (ovo nije neophodno za metodu aproksimacije frekventne karakteristike, s obzirom da se analizator vrši nekoliko prolaza merenja i odgo-

varajuće usrednjavanje). Srednje vrednosti ocena su, po pravilu, tačnije od pojedinačnih ocena, mada ima izuzetaka (kod metoda koje su osetljive na prisustvo šuma).

3. Proveriti da li se dobijene ocene parametara nalaze unutar očekivanih (prihvatljivih) granica, s obzirom na fizičku prirodu procesa (sistema). Naravno, ako ne postoji ni gruba predstava o vrednostima parametara, ova tačka se mora izostaviti.

4. Za dobijene ocene parametara treba odrediti odzive modela za različite snimljene ulaze. Proveriti slaganje ovih odziva sa odgovarajućim snimljenim izlazima sistema. Izračunati frekventnu karakteristiku modela sistema (koristeći dobijene ocene parametara) i uporediti sa snimljenom frekventnom karakteristikom. Dobro slaganje modela i sistema u vremenskom domenu (za različite tipove ulaza) i frekventnom domenu garantuje da su dobijene ocene parametara zadovoljavajuće tačne.

Primer

Ispitivana je obrtna platforma, koju pokreće jednosmerni elektromotor, preko reduktora. Direktno na vratilo

Merenja realizovana na servosistemu

Tabela 1

RED. BR. EKSP.	VRSTA ULAZA U	$ U _{\max}$ [V]	VRSTA MERENJA	PERIOD ODAB. Δt [s]	BR. MERENIH TAČAKA
1-9	odskočna funkcija	1;2;3 4;5	odskočni odziv, izlaz je U_{tg}	0,003	1000
10-28	slučajan signal	3	odziv na filtrirani beli šum frekv. opsega (0,23) rad/s; izlaz je U_{tg}	0,005	1000
29	sinusna funkcija	3	frekventna karakteristika $U_{tg}(j\omega)/U(j\omega)$	-	41

elektromotora postavljen je tahogenerator koji daje napon U_{tg} , proporcionalan ugaonoj brzini obrtanja motora. Elektronika motora vrši proporcionalnu regulaciju struje rotora i PI-regulaciju ugaone brzine motora. U reduktoru postoji izražen mrtav hod. Ulaz u servosistem je napon U proporcionalan zadatoj ugaonoj brzini motora i na taj ulaz se prilikom merenja dovodi pobudni signal.

Jednačina ponašanja servosistema je:

$$d^2U_{tg}/dt^2 + a_1 dU_{tg}/dt + a_0 U_{tg} = b_0 U + b_1 dU/dt, \quad a_2 = 1$$

Detaljniji matematički opis ovog servosistema može se naći u [7] ili [8]. Vršeno je veći broj merenja na servosistemu — vrsta i broj merenja (eksperimenta) dati su u tabeli 1. Na slici 2. prikazana je odskočna pobuda (U) i od-

izlaza u stacionarnom režimu). Ovaj skok je posledica mrtvog hoda reduktora: pri visokim učestanostima pobude, pomeranja vratila elektromotora su mala, reduktor se kreće, uglavnom, u zoni mrtvog hoda, pa je motor praktično rasterećen od inercionog opterećenja platforme. Na slici 4. prikazan je frekventni spektar obojenog šuma kojim je pobuđivan sistem pri merenjima 10—28. Frekventni spektar je zanemarljiv za učestanosti veće od 20 rad/s, to smanjuje uticaj mrtvog hoda reduktora na izgled odziva servosistema. Na odskočnom odzivu je evidentan šum, koji je pretežno posledica nepreciznosti izrade zupčanika reduktora i mrtvog hoda reduktora.

Na 9 izmerenih sekvenci odskočnog odziva primenjena je metoda Či-dambare. Rezultati su dati u tabeli 2. s_1 i s_2 su polovi, a s^0 nula prenosne fun-

Sl. 2 — Odskočni odzivi

skočni odziv (U_{tg}). Na slici 3. prikazan je Bodeov dijagram sa izmerenom frekventnom karakteristikom (označeno sa »mereno«). Na ovom dijagramu uočljiv je skok frekventne karakteristike na $\omega = 50$ rad/s. Na toj učestanosti amplituda izlaza je mala (za dB manja od

kcije servosistema. Četiri poslednje kolone su statistike:

$$E^i = \left[\sum_{k=1}^{1000} e_i^2(k\Delta t) \right] / U_{\max}^2, \quad i^{1000},$$

$$i = 1, 1, \dots, 9.$$

$$e_i(t) = U_{tgM}^i(t) - U_{tg}(t),$$

$U_{\max,i}$ je maksimalna vrednost ulaza pri i -tom eksperimentu. Indeks i označava broj eksperimenata, U_{tg}^i je snimljeni napon tahogeneratora u i -tom eksperimentu, a U_{tgM}^i je odziv modela:

$$d^2U_{tgM}/dt^2 + \hat{a}_1 dU_{tgM}/dt + \hat{a}_0 U_{tgM} = \hat{b}_0 U + \hat{b}_1 dU/dt, \quad a_2 = 1$$

na ulaz snimljen u i -tom eksperimentu,

$$E^i = \left[\sum_{k=1}^{1000} e_i^2(k\Delta t) \right] / 1000,$$

$$i = 10, 11, \dots, 28.$$

$$E^* = \left[\sum_{i=10}^{28} \sum_{k=1}^{1000} e_i^2(k\Delta t) \right] / 19000,$$

$$E^{**} = \left[\sum_{i=1}^9 \sum_{k=1}^{1000} e_i^2(k\Delta t) \right] / U_{\max,i}^{9000},$$

$$E^F = \left[\sum_{k=1}^{41} |F(j\omega_k) - F'(j\omega_k)|^2 \right] / 40,$$

$$\omega_k \in [0,628; 62,8] \text{ rad/s},$$

$$k = 1, 2, \dots, 41.$$

Srednje vrednosti ocena parametara, odgovarajući polovi i nula, kao i odgovarajuće statistike su:

$$\bar{\hat{a}}_0 = 38,4557; \bar{\hat{a}}_1 = 9,93496; \bar{\hat{a}}_2 = 1;$$

$$\bar{\hat{b}}_0 = 145,520; \bar{\hat{b}}_1 = 24,256;$$

$$\sigma_{a0} = 21,9576; \sigma_{a1} = 3,52046;$$

$$\sigma_{b0} = 83,3478; \sigma_{b1} = 17,2289;$$

$$s_{1/2}^* = -4,967 \pm j3,712; s^0 = -5,999$$

$$E^* = 3,056; E^{**} = 0,2396; E^F = 0,468;$$

Sl. 3 — Frekventne karakteristike

Tabela 2

Ocene parametara metodom Čidambare

$\frac{\hat{a}_0}{\hat{a}_1}$	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_1$	$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$s^{*}_{1/2}$	s^0	E^I	E^*	E^{**}	E^F
1	3,20871	7,72826	12,1204	25,9897	-7,288/-0,4403	-2,144	0,0610	11,22	0,2054	1,210
2	60,9420	10,6664	227,417	13,7508	-5,154 ± j5,686	-16,54	0,0386	1,924	0,0634	0,4715
3	16,2502	5,70709	62,8928	14,9160	-2,853 ± j2,847	-4,216	0,120	6,268	0,1336	1,0381
4	38,0593	5,36358	143,009	4,92525	-0,325 ± j2,125	-29,04	0,0796	4,563	0,0827	0,2405
5	28,4577	13,1072	107,652	44,8216	-10,36/-2,747	-4,163	0,132	7,094	0,1011	0,4558
6	63,8035	7,57003	241,092	4,0976	-3,785 ± j7,033	-58,84	0,0241	0,989	0,0389	0,0797
7	67,1753	10,5907	259,077	18,0994	-5,296 ± j6,256	-14,31	0,0466	1,651	0,0439	0,2063
8	31,9942	14,1454	118,821	18,0994	-11,319/-2,827	-2,614	0,0849	7,435	0,1085	0,5776
9	36,2085	14,5352	137,595	46,3394	-11,343/-3,192	-2,969	0,0938	7,402	0,1073	0,5382

Odskočni odziv modela za srednje vrednosti ocena parametara prikazan je na slici 2 (U_{tgM1}), a odgovarajuća frekventna karakteristika na slici 3 (označeno sa »model 1«). Odskočni odziv modela za ocene parametara, dobijene na osnovu merenja broj 6, prikazan je na slici 2 (U_{tgM2}), a odgovarajuća frekventna karakteristika na slici 3 (»model 2«).

Velika rasturanja ocena prikazuju da je metoda veoma osetljiva na šum. Velike vrednosti E^* , E^{**} , E^F pokazuju da su ocene pristrasne (njihova matematička očekivanja nisu jednaka stvarnim vrednostima parametara) i da ponašanje modela znatno odstupa od ponašanja servosistema, što se i moglo očekivati s obzirom na to da je prisutan znatan šum u sistemu. Ipak, rezultat dobijen na osnovu 6. merenja je prihvatljiv, što se može objasniti slučajnim potiranjem uticaja šuma u jednačinama metode Čidambare.

Metodom aproksimacije frekventne karakteristike dobijeni su sledeći rezultati:

$$\begin{aligned}\hat{a}_0 &= 45,1011; \hat{a}_1 = 6,59005; \hat{a}_2 = 1; \\ \hat{b}_0 &= 171,210; \hat{b}_1 = 17,5059;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_{1/2}^* &= -3,295 \pm j5,852; s^0 = -9,780; \\ E^* &= 0,698; E^{**} = 0,01308; \\ E^F &= 0,01404\end{aligned}$$

Odskočni odziv modela za vrednosti ocena parametara dobijene metodom aproksimacije frekventne karakteristike prikazan je na slici 2 (U_{tgM3}), a odgovarajuća frekventna karakteristika na slici 3 (označena sa »model 3«).

Male vrednosti statistika, kao i dobro slaganje odziva modela i sistema, kao i frekventnih karakteristika modela i sistema pokazuju da su dobijene ocene parametara dobre. Postoje jedino značajnija odstupanja frekventnih karakteristika u oblasti visokih učestanosti, gde je veliko slabljenje sistema, što je posledica nelinearnog ponašanja zbog mrtvog hoda reduktora, a što nema velikog uticaja na ponašanje modela.

Zaključak

Ovaj rad ukazuje na značaj i ozbiljnost problema estimacije parametara. Dati su praktični saveti kako pri-

FREQUENCY RESOLUTION = 2.4414E-02 Hz
FOLD OVER FREQUENCY = 1.0000E+02 Hz = POINT 4096

Sl. 4 — Frekventni spektar obojenog šuma

premiti potrebna merenja, kako izabrati pobudne signale, frekvenciju i vremenske intervale snimanja signala, na osnovu iskustava stečenih u toku teorijskog proučavanja ove problematike

i laboratorijskog rada. Algoritamski su izložene dve relativno jednostavne metode estimacije parametara, koje za mnoge sisteme mogu dati upotrebljive rezultate.

Literatura:

- [1] N. M. Dodić: Estimacija parametara jednog elektrohidrauličnog servosistema za pokretanje platforme borbenog sredstva — magistarski rad, Mašinski fakultet, Beograd 1990.
- [2] N. K. Sinh, B. Kuszta: Modeling and identification of dynamic systems, Van Nostrand Reinhold Co, New York 1984.
- [3] M. R. Chidambara: A new canonical form of state-variable equations and its application in the determination of a mathematical model of unknown system, Int. Journal of Control, Vol. 14, No. 5, p. 897—909.
- [4] D. Lj. Debeljković: Osnovi teorije identifikacije objekata i procesa, Mašinski fakultet, Beograd 1987.
- [5] N. M. Dodić: Određivanje prenosne funkcije Sistema na bazi izmerenih vrednosti frekventne karakteristike, Naučno-tehnički pregled, god. XXXVII, 1987, br. 9, str. 24—28.
- [6] N. M. Dodić: Jedan prilaz identifikaciji sistema, zbornik radova XXXIII konferencije ETAN, VII sveska, str. 123—130, Beograd 1989.
- [7] N. M. Dodić, A. B. Vuličić, M. M. Dunjić: Estimacija parametara električnog servosistema, zbornik radova XXXV konferencije ETAN, VIII sveska, str. 59—66, Beograd 1991.
- [8] N. M. Dodić: Estimacija parametara servosistema u sistemima za upravljanje vatrom klasične PVO — elaborat, reg. br. VTI-02-0083, VTI VJ, Beograd 1991.