Tatjana Peković,
dipl. inž.

ODREĐIVANJE OPTIMALNOG PERIODA GRUPNE PREVENTIVNE ZAMENE

Analizirani su matematički modeli za određivanje ukupnih troškova pri grupnoj (blok) preventivnoj zameni elemenata sa rastućim intenzitetom otkaza. Razmatrana je funkcija obnavljanja i određene su njene vrednosti za slučaj raspodele vremena do pojave otkaza po Vejbulovoj raspodeli. Rezultati tih razmatranja korišćeni su za određivanje optimalnog perioda grupne preventivne zamene za nekoliko primera koji su već tretirani u literaturi.

Uvod

Za razliku od kombinovane (age replacement), grupna (block) preventivna zamena se u stručnoj literaturi tretira znatno ređe, što ne znači i da se ona ređe koristi u praksi. Zamena elemenata sa rastućim intenzitetom otkaza u ranije planiranom trenutku, bez obzira koliko je dugo do tada radio, ima određene prednosti koje će biti razmatrene u narednom poglavlju u kome će biti izvršena i analiza postojećih matematičkih modela grupne preventivne zamene.

U drugom poglavlju će biti analizirana i funkcija obnavljanja koja se samo u nekoliko slučajeva, najjednostavnijih raspodela, može izraziti u analitičkom obliku preko određene funkcije vremena. Kako je, međutim, funkcija obnavljanja osnovna komponenta matematičkog modela za izračunavanje ukupnih troškova zamena, bez nje se ne može odrediti ni optimalni period grupne preventivne zamene. Analiziran je i aproksimativni matematički model čijim se korišćenjem brzo i jednostavno dobijaju približne vrednosti optimalnog perioda grupne preventivne zamene i odgovarajuće vrednosti minimalnih ukupnih troškova.

U trećem poglavlju, korišćenjem programskog paketa MathCAD, na primerima navedenim u [1] i [6], poka-

zana je praktična primena analiziranih matematičkih modela i rezultata dobijenih u prethodnom poglavlju. Pri tome je procenjena tačnost sa kojom pojedini modeli daju vrednosti optimalnog perioda preventivne zamene i ukupnih troškova zamena po jedinici vremena.

Zaključna razmatranja data su u četvrtom poglavlju.

Kako su matematički modeli ukupnih troškova grupne preventive zamene i funkcije obnavljanja u literaturi dati preko različitih veličina i korišćenjem različitih oznaka, najpre se daje pregled oznaka koje se koriste u ovom radu.

Korišćene oznake:

$f(t)$	— gustina raspodele vremena do pojave otkaza,
$F(t)$	— funkcija raspodele vremena do pojave otkaza,
$R(t)$	— pouzdanost elemenata, verovatnoća da će raditi bez otkaza,
$h(t)$	— gustina funkcije obnavljanja,
$H(t)$	— funkcija obnavljanja, matematičko očekivanje broja obnavljanja elementa,
β, η	— parametri (oblika i razmere) Vejbulove raspodele,
$K\beta$	— vrednost Γ funkcije, $\Gamma(1 + 1/\beta)$,

- m — srednje vreme između obnavljanja kada se ne vrši preventivna zamena,
- m_k — srednje vreme između obnavljanja kada se vrši kombinovana preventivna zamena,
- m_g — srednje vreme između obnavljanja kada se vrši grupna preventivna zamena,
- T — vreme nakon koga se vrši grupna preventivna zamena,
- T_g — optimalni period grupne preventivne zamene,
- $L_g(T)$ — funkcija koja sadrži optimalno rešenje,
- C_p — troškovi preventivne zamene,
- C_k — troškovi korektivne zamene,
- C_o — troškovi po jedinici vremena kada se vrši samo korektivna zamena,
- C_{zg} — ukupni troškovi zamena po jedinici vremena pri grupnoj preventivnoj zameni,
- C_{ag} — ukupni troškovi zamena po jedinici vremena za aproksimativni model,
- C_{vg} — ukupni troškovi po jedinici vremena za model dat u [6],
- C_{rg} — relativni ukupni troškovi po jedinici vremena pri grupnoj preventivnoj zameni u odnosu na troškove kada se ne vrši preventivna zamena,
- C_{rv} — relativni ukupni troškovi zamena prema modelu datom u [6].

Analiza modela za određivanje optimalnog perioda grupne preventivne zamene

Model grupne preventivne zamene

U slučaju grupne preventivne zamene elementi sa rastućim intenzitetom otkaza zamenjuju se preventivno u od-

ređenim momentima vremena kT ($k=1,2,3\dots$) i korektivno u slučaju otkaza. Preventivna zamena se vrši nezavisno od toga kada su nastali otkazi, što omogućuje da se zamena istih elemenata u jednom uređaju tokom vremena eksploatacije, vrši istovremeno. Ova strategija preventivne zamene često se u literaturi naziva blok zamena [2], [6], ali joj najviše odgovara naziv grupna preventivna zamena, pošto je jedino za tu strategiju preventivne zamene karakteristično da se istovremeno može izvršiti zamena većeg broja elemenata, iako su do tog trenutka imali različita vremena rada. Mada je posledica ovog postupka preventivne zamene nešto češća zamena elemenata, ona u praksi ima određene prednosti jer ne zahteva vođenje evidencije o vremenu rada pojedinih elemenata i omogućava jednostavnije planiranje preventivnog održavanja i bolje korišćenje ekipa za održavanje.

U intervalu vremena između dve preventivne zamene T , ukupne troškove čine troškovi preventivne zamene C_p (pošto se element jednom zamenjuje u tom intervalu) i troškovi korektivne zamene C_k umnoženi matematičkim očekivanjem broja obnavljanja u tom intervalu. Kako matematičko očekivanje broja obnavljanja u intervalu $0 - T$ po definiciji [3] predstavlja funkciju obnavljanja $H(T)$, ukupni troškovi zamena po jedinici vremena C_{zg} dati su izrazom:

$$C_{zg}(T) = \frac{C_k \cdot H(T) + C_p}{T} \quad (1)$$

Za određivanje optimalnog perioda grupne preventivne zamene T_g i minimalnih ukupnih troškova uvek se polazi od izraza (1). Izuzetak predstavlja model dat u [6]:

$$C_{zg}(T) = C_k \cdot \frac{T - \int_0^T R(\tau) d\tau}{T \cdot \int_0^T R(\tau) d\tau} + C_p \cdot \frac{1}{T} \quad (2)$$

ali je konstatovano [4] da taj model daje rezultate koji značajno odstupaju od onih dobijenih korišćenjem izraza (1).

Minimalna vrednost ukupnih troškova zamena na osnovu izraza (1) dobija se iz uslova:

$$\frac{dC_{zg}(T)}{dT} = 0$$

$$\frac{C_k \cdot H'(T) \cdot T - C_k \cdot H(T) - C_p}{T^2} = 0$$

Kako $H'(T) = h(T)$ predstavlja gustinu funkcije obnavljanja, prethodni uslov se može napisati u obliku:

$$T \cdot h(T) - H(T) = \frac{C_p}{C_k} \quad (3)$$

Za izračunavanje ukupnih troškova zamena po jedinici vremena i određivanje optimalnog perioda grupe preventivne zamene najveće teškoće stvara funkcija obnavljanja, koja se za najveći broj raspodela ne može izraziti u eksplicitnom obliku kao određena funkcija vremena. Zato će biti posebno razmatrana.

Funkcija obnavljanja

Za prosti proces obnavljanja, kada su vremena uzastopnih obnavljanja, uključujući i vreme prvog obnavljanja, slučajne veličine raspoređene po istoj raspodeli, važi sledeća relacija [3]:

$$H(T) = M[N(T)] = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(T) \quad (4)$$

Verovatnoća da će do trenutka T biti tačno n obnavljanja je:

$$P[N(T) = n] = F_n(T) - F_{n+1}(T) \quad (5)$$

Kako je na osnovu (5)

$$P[N(T) = 0] = F_0(T) - F_1(T) = 1 - F(T)$$

dobija se da je $F_0(T) = 1$.

Funkcije gustine raspodele i funkcije raspodele posle n -tog obnavljanja date su izrazima:

$$f_n(T) = \int_0^T f_{n-1}(x) f(T-x) dx \quad (6)$$

$$F_n(T) = \int_0^T f_n(T) dT \quad (7)$$

$$F_n(T) = \int_0^T F_{n-1}(T-x) dF(x) \quad (8)$$

U opštem slučaju Vejbulove raspodele ne mogu se naći primitivne funkcije, funkcije $F_n(T)$ na osnovu izraza (6), (7) ili (8), pa prema tome ne može se naći ni funkcija obnavljanja $H(T)$ koja daje srednji broj obnavljanja do trenutka T .

Najjednostavniji izrazi za gustinu raspodele i raspodele posle 1, 2, ..., n obnavljanja dobijaju se za eksponencijalnu raspodelu, koja je specijalni slučaj Vejbulove raspodele za $\beta = 1$, tako da je:

$$f(t) = \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (9)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (10)$$

$$R(t) = e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (11)$$

Na osnovu (6) može se napisati:

$$f_2(t) = \int_0^t \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{x}{\eta}} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\left(\frac{t-x}{\eta}\right)} dx$$

odnosno

$$f_2(t) = -\frac{1}{\eta^2} \int_0^t e^{-\frac{t}{\eta}} dx = \frac{1}{\eta^2} e^{-\frac{t}{\eta}} \cdot x \Big|_0^t$$

Korišćenjem izraza (7) dobija se:

$$F_2(t) = \int_0^t \frac{t}{\eta^2} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} dt = \frac{1}{\eta} \int_0^t t \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} dt$$

odakle se parcijalnom integracijom:

$$t=u \quad dv = \int \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} dt$$

$$dt=du \quad v = -e^{-\frac{t}{\eta}}$$

dobija:

$$F_2(t) = \frac{1}{\eta} \left[-te^{-\frac{t}{\eta}} - \eta e^{-\frac{t}{\eta}} \right]_0^t = \frac{t}{\eta} e^{-\frac{t}{\eta}} - e^{-\frac{t}{\eta}} \Big|_0^t$$

tako da je:

$$F_2(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\eta}} - \frac{t}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (13)$$

Isti izraz za $F_2(t)$ dobija se i kada se ide preko (8):

$$F_2(t) = \int_0^t \left[1 - e^{-\frac{t-x}{\eta}} \right] \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{x}{\eta}} dx =$$

$$= \int_0^t \frac{1}{\eta} e^{-\frac{x}{\eta}} dx - \int_0^t \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} dx$$

$$F_2(t) = -e^{-\frac{x}{\eta}} \Big|_0^t - \frac{1}{\eta} e^{-\frac{t}{\eta}} \cdot x \Big|_0^t =$$

$$= 1 - e^{-\frac{t}{\eta}} - \frac{t}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}}$$

Na osnovu (5) može se napisati:

$$P[N(t)=1] = F(t) - F_2(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\eta}} - \left(1 - e^{-\frac{t}{\eta}} - \frac{t}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} \right)$$

$$P[N(t)=1] = \frac{t}{\eta} \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (14)$$

Korišćenjem izraza (14) dobija se verovatnoća da će po isteku vremena t biti tačno jedan otkaz. Izračunavanjem $F_3(t), F_4(t) \dots F_n(t)$ istim postupkom preko (6) i (7) ili direktno preko (8) može se pokazati da opšti izraz za izračunavanje verovatnoće da će do trenutka t biti tačno » n « otkaza glasi:

$$P[N(t)=n] = \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{1}{\eta} \right)^n \cdot e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (15)$$

Na osnovu (4) i (15) dobija se:

$$H(t) = M[N(t)] = e^{-\frac{t}{\eta}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} \cdot \left(\frac{t}{\eta} \right)^n =$$

$$= e^{-\frac{t}{\eta}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{n-1}$$

$$= e^{-\frac{t}{\eta}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{n-1}$$

i kada $n \rightarrow \infty$:

$$H(t) = M[N(t)] = e^{-\frac{t}{\eta}} \frac{t}{\eta} \cdot e^{\frac{t}{\eta}} = \frac{t}{\eta} \quad (16)$$

što znači da je matematičko očekivanje broja obnavljanja do trenutka t , odnosno funkcija obnavljanja pri eksponencijalnoj raspodeli, jednaka proizvodu intenziteta otkaza (recipročna vred-

nost parametra η) i vremena t , tj. funkcija obnavljanja je u tom slučaju linearna funkcija vremena a gustina funkcije obnavljanja je jednaka intenzitetu otkaza koji ima konstantnu vrednost.

Izvođenje izraza za funkciju obnavljanja za slučaj eksponencijalne raspodele pomaže da se vidi koje su teškoće da se izvede funkcija obnavljanja

za opšti slučaj Vejbulove raspodele i zašto se te teškoće ne mogu prevazići. Kako su, međutim, za optimalno vršenje grupne preventivne zamene najpotrebnije vrednosti funkcije obnavljanja za elemente čije vreme do pojave otkaza podleže Vejbulovoj raspodeli sa $\beta > 1$, traženi su drugi načini za određivanje funkcije obnavljanja.

Sl. 1 — Funkcija obnavljanja $H(T)$ za $\beta=4$ i njene donje i gornje granice

U [4] su, simulacijom celokupnog procesa grupne preventivne zamene na računaru određene i vrednosti funkcije obnavljanja sa zadatom tačnošću. Pri tome se ne koristi ni jedan od navedenih izraza, već se u algoritam simulacije unosi samo izraz za funkciju raspodele i brožčane vrednosti parametara raspodele.

U [2] i [3] se daju ocene funkcije obnavljanja tj. njene donje i gornje granice:

$$\frac{T}{m} - 1 \leq \frac{T}{m_k} - 1 \leq H(T) \leq \frac{TF(T)}{m_k} \leq \frac{T}{m} \quad (17)$$

gde je:

$$m = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad i \quad m_k = \int_0^T R(t)dt$$

$$F(T) \leq H(T) \leq \frac{F(T)}{1 - F(T)} \quad (18)$$

Na sl. 1 prikazane su sve donje i gornje granice funkcije obnavljanja koje sadrže izrazi (17) i (18), kao i sama funkcija obnavljanja $H(T)$ za $\beta=4$ i $\eta=1000$, koja je dobijena simulacijom procesa grupne preventivne zamene na računaru.

*Zavisnost ukupnih troškova
zamena od vremena između dve
uzastopne grupne preventivne
zamene*

Simulacijom procesa grupne preventivne zamene može se odrediti funkcija obnavljanja za bilo koju raspodelu vremena do otkaza sa potrebnom tačnošću. Sa povećanjem broja ponavljanja celokupnog procesa povećava se i tačnost dobijenih rezultata. Dok rezultat jedne iteracije predstavljaju slučajne vrednosti, rezultati dobijeni kao srednja vrednost iz više iteracija postaju stabilni, nezavisni od slučajnosti i to utoliko više ukoliko su dobijeni iz većeg broja ponavljanja. Teorijski, kada

broj iteracija $N_s \rightarrow \infty$, rezultati se mogu smatrati tačnim.

Potreban broj iteracija za dobijanje rezultata sa tačnošću 10%, 5%, 2% i 1% sa nivoom poverenja od 95%, pri raznim verovatnoćama pojavljivanja događaja, dat je u tabeli.

Tabela 1

Verovatnoća	odstupanje			
	10%	5%	2%	1%
0,1 ; 0,9	35	140	875	3500
0,2 ; 0,8	62	248	1550	6200
0,3 ; 0,7	82	328	2050	8200
0,4 ; 0,6	93	372	2325	9300
0,5	97	388	2425	9700

Iz tabele 1 vidi se da se rezultati dobijaju sa tačnošću većom od 10% pri svim verovatnoćama događaja, ako je broj ponavljanja $N_s=100$. Pri $N_s=10\,000$, greška sa kojom se dobijaju rezultati je manja od 1%. Takođe, iz tabele 1, vidi se da se broj potrebnih iteracija povećava sa kvadratom zahteva za povećanje tačnosti, tako da za smanjenje greške sa 10% na 1% (deset puta), potrebno je povećati broj ponavljanja celokupnog procesa za 100 puta.

Za slučaj eksponencijalne raspodele funkcija obnavljanja data je izrazom (16) tako da se za ukupne troškove zamena po jedinici vremena, na osnovu (1) može napisati:

$$C_{zg}(T) = \frac{C_k \cdot \frac{T}{\eta} + C_p}{T} \quad (19)$$

Relativni troškovi zamena po jedinici vremena koji se čine pri grupnoj preventivnoj zameni u odnosu na troškove po jedinici vremena kada se vrše samo korektivne zamene $C_o = \frac{C_k}{m}$

u slučaju eksponencijalne raspodele iznose:

$$C_{rg}(T) = \frac{C_{zg}(T)}{C_o} = \frac{\eta \cdot C_{zg}(T)}{C_k} = 1 + \frac{C_p \eta}{C_k T} \quad (20)$$

Na slici 2 prikazane su krive zavisnosti relativnih ukupnih troškova zamena dobijenih simulacijom procesa grupne preventivne zamene za slučaj kada vre-

me do pojave otkaza podleže Vejbulovoj raspodeli i kada je uneto da je $\beta=1$. Lako se može pokazati da se iste vrednosti dobijaju korišćenjem izraza (20) čime se proverava ispravnost algoritma za simulaciju procesa grupne preventivne zamene na računaru.

Krive na slici 2 pokazuju da se u slučaju eksponencijalne raspodele vremena do pojave otkaza grupna preventivna zamena ne isplati, pošto sve tačke

Sl. 2 — Zavisnost relativnih ukupnih troškova zamena pri različitim odnosima C_p/C_k za $\beta=1$

krivih relativnih ukupnih troškova imaju ordinate veće od jedan. To znači da bi se sprovođenjem grupne preventivne zamene ukupni troškovi povećali i da je optimalna strategija čekati da element sa konstantnim intenzitetom otkaza otkaze, tj. vršiti samo korektivnu zamenu. Tek kada vreme između grupnih preventivnih zamena teži beskonačnosti, relativni ukupni troškovi teže jedinici, što znači da imaju minimalnu

vrednost kada se preventivna zamena ne vrši.

Isti zaključak se može izvesti i kada se u uslov optimalnosti (3) unesu izrazi za gustinu funkcije obnavljanja i funkciju obnavljanja (16) za $\beta=1$:

$$\frac{T}{\eta} - \frac{T}{\eta} = \frac{C_p}{C_k} \quad (21)$$

koji je zadovoljen samo kada su troškovi preventivne zamene jednaki nuli

Sl. 3 — Zavisnost relativnih ukupnih troškova zamena pri različitim odnosima C_p/C_k za $\beta=2$

$C_p=0$, a to je samo u slučaju kada se preventivna zamena ne vrši.

Zamenom vrednosti parametara $\beta=1$ u algoritamu za simulaciju procesa grupne preventivne zamene, prvo za $\beta=2$ a zatim za $\beta=4$ dobijene su krive na slici 3 i slici 4. Sa njih se vidi da se ukupni troškovi sprovođenjem grupne preventivne zamene mogu sma-

njiti utoliko više ukoliko je odnos troškova preventivne i korektivne zamene manji i ukoliko je vrednost parametra β veća. U slučaju kada je $\beta=4$ i $\frac{C_p}{C_k}=0,1$ (sl. 4) ukupni minimalni troškovi iznose samo 24% od troškova koji bi nastali kada se preventivna zamena ne bi vršila.

Sl. 4 — Zavisnost relativnih ukupnih troškova zamena pri različitim odnosima C_p/C_k za $\beta=4$

Aproksimativni model grupne preventivne zamene

Funkcija obnavljanja, kao što se to vidi sa sl. 1, sve do apscise $\frac{T}{\eta}=1,5$, najbolje aproksimira donja granica izraza (18). Ako se stavi da je:

$$H(T) \approx F(T) \quad (22)$$

izraz (3) postaje:

$$T \cdot f(T) - F(T) = \frac{C_p}{C_k} \quad (23)$$

tako da se u slučaju Vejbulove raspodele dobija:

$$\beta \cdot \left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta - 1 + e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta} = \frac{C_p}{C_k}$$

posle sređivanja gornjeg izraza uslov optimalnosti se može napisati u obliku:

$$(1 + \beta \cdot z) \cdot e^{-z} = 1 + \frac{C_p}{C_k} \quad (24)$$

gde je:

$$z = \left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta$$

izraz (24) je isti kao aproksimativni model grupne (planske) preventivne zamene predložen za slučaj Vejbulove raspodele u [4].

Ukupni troškovi zamena po jedinici vremena kada se funkcija obnavljanja zameni funkcijom raspodele vremena do pojave otkaza (22) u (1) dobija se:

$$C_{ag}(T) = \frac{C_k \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta} \right] + C_p}{T} \quad (25)$$

Kada se vrednost za C_p iz (24) zameni u (25) dobija se:

$$L_g(T) = C_k \cdot \beta \cdot \frac{T^{\beta-1}}{\eta^\beta} \cdot e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta}$$

odnosno:

$$L_g(T) = \beta \cdot \lambda(T) \cdot e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta} \quad (26)$$

Preko izraza (24), (25) i (26) korišćenjem programskog paketa MathCAD mogu se lako odrediti približne vrednosti optimalnog perioda između dve uzastopne preventivne zamene i minimalnih ukupnih troškova zamena po jedinici vremena što će biti učinjeno u sledećem poglavlju za nekoliko primera sa datim broječanim vrednostima parametara.

Analiza modela grupne preventivne zamene iz [6]

Ukupni troškovi zamena po jedinici vremena pri grupnoj (blok) preventivnoj zameni u [6] su dati izrazom (2) koji se može napisati u obliku:

$$C_{vg}(T) = C_k \frac{T - m_k}{T m_k} + C_p \frac{1}{T} = \frac{C_k}{m_k} - \frac{C_k - C_p}{T} \quad (27)$$

Pošto je za taj model već napomenuto da ne daje realne vrednosti, potrebno je, objasniti zbog čega nastaju odstupanja i ustanoviti koje bi bile posledice ukoliko bi se taj model koristio za planiranje grupne preventivne zamene.

Da model (2) ima nekih odstupanja u odnosu na osnovne teorijske postavke može se pokazati određivanjem relativnih ukupnih troškova za slučaj

eksponencijalne raspodele na osnovu (27):

$$C_{rv}(T) = \frac{mC_{vg}(T)}{C_k} = \frac{m}{m_k} - \frac{m(C_k - C_p)}{C_k T}$$

kako je za eksponencijalnu raspodelu:

$$m = \eta \quad \text{i} \quad m_k = \eta \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\eta}}\right)$$

za ukupne relativne troškove zamena u odnosu na slučaj kada se preventivna zamena ne vrši, dobija se:

$$C_{rv}(T) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\eta}}} - \frac{T}{\eta} \left(1 - \frac{C_p}{C_k}\right) \quad (28)$$

Na osnovu izraza (28) određene su krive prikazane na slici 5 sa koje se vidi da krive sadrže i tačke sa ordina-

Sl. 5 — Zavisnost relativnih ukupnih troškova zamena pri različitim odnosima C_p/C_k za $\beta=1$ na osnovu modela datog u [6]

tama manjim od jedinice. To bi trebalo da znači da se grupnom preventivnom zamenom i elemenata sa konstantnim intenzitetom otkaza (eksponencijalna funkcija raspodele vremena do pojave otkaza) mogu postići manji ukupni troškovi u odnosu na slučaj kada se vrši samo korektivna zamena, što je u suprotnosti sa onim što je dosad izloženo i pokazano, a i sa onim što je konstatovano u [6] da je, u slučaju elemenata sa konstantnim intenzitetom otkaza, optimalna procedura da se zamenjuje samo kada otkazu.

Zbog čega model predložen u [6] ne daje realne vrednosti za optimalno vreme između preventivnih zamena i ukupne troškove zamena najjednostavnije se može pokazati ako se izraz (2), odnosno (27) napiše u obliku:

$$C_{vg}(T) = \frac{C_k \cdot \left(\frac{T}{m_k} - 1 \right) + C_p}{T} \quad (29)$$

Upoređivanjem izraza (29) sa izrazima (1) i (17) može se zaključiti da je u modelu predloženom u [6] funkcija obnavljanja zamenjena jednom od njenih donjih granica, a sa slike 1 vidi se da se, u oblasti u kojoj se obično nalaze optimalne vrednosti vremena između grupnih preventivnih zamena $0,3 < \frac{T}{\eta} < 0,5$ te dve funkcije znatno razlikuju.

Posledica korišćenja modela predloženog u [6] za planiranje grupne preventivne zamene bila bi dobijanje znatno većih ukupnih troškova zamena od onih koji bi se mogli ostvariti. Zbog korišćenja manjih vrednosti za funkciju obnavljanja od onih koje ona ima, korišćenjem izraza (2) kao optimalno vreme grupne preventivne zamene dobija se vreme koje je neopravdano duže i prognoziraju ukupni troškovi koji se ne mogu postići u praksi. Pored toga, pošto se tačka optimuma pomera u odnosu na stvarnu vrednost, ukupni troškovi ne samo da će biti veći od pro-

računatih na osnovu modela predloženog u [6], već bi bili veći i od ukupnih troškova zamena koji se realno mogu postići.

Brojčani primeri

Za primer frikcionih diskova spojnice traktora u [1] i [8] raznim postupcima izračunati su optimalni periodi između preventivnih zamena i minimalni ukupni troškovi zamena u slučaju kombinovane preventivne zamene. Uzeto je da intenzitet otkaza tog elementa podleže Vejbulovoj raspodeli sa parametrima $\beta=4$ i $\eta=2000$. Troškove preventivne zamene C_p čine troškovi zamene u iznosu od 100 novčanih jedinica i cena rezervnog dela u iznosu od 1000 novčanih jedinica. Troškove korektivne zamene (zamene posle otkaza) C_k čine troškovi zamene u iznosu od 500 novčanih jedinica, troškovi rezervnog dela u iznosu od 1000 novčanih jedinica i gubici usled zastoja u radu u iznosu od 5000 novčanih jedinica, tako da je $C_k = 6500$ novčanih jedinica.

U slučaju grupne preventivne zamene, za isti brojčani primer, simulacijom procesa grupne preventivne zamene na računaru dobijeno je da optimalni period grupne preventivne zamene iznosi $T_g = 999,58$ h i da minimalni ukupni troškovi zamena po jedinici vremena iznose $C_{zg} = 1,4942$ novčanih jedinica.

Na isti način kao u [8] za kombinovanu preventivnu zamenu, korišćenjem programskog paketa MathCAD, na dva načina su određeni optimalni period između grupnih preventivnih zamena i preventivne zamene $T_g = 992,13$ h i minimalne ukupne troškove zamena $C_{ag} = 1,4937$ novčanih jedinica po času rada.

Zbog relativno velikog broja ponavljanja celokupnog procesa simulacije grupne preventivne zamene ($N_g = 10\,000$) i veoma dobre aproksimacije funkcije obnavljanja $H(T)$ funkcijom

raspodele vremena do otkaza $F(T)$ u oblasti $T \approx 0,5 \eta$ gde se nalazi optimalno rešenje, rezultati dobijeni korišćenjem programskog alata MathCAD u odnosu na vrednosti dobijene simulacijom, razlikuju se za manje od 1% (0,75% za optimalni period preventivne zamene i 0,03% za ukupne troškove zamena). Vrednosti optimalnog perioda grupne preventivne zamene i odgovarajuće vrednosti minimalnih ukupnih troškova zamena po jedinici vremena za brojčane primere iz [6], date su u tabeli 2. Pored vrednosti dobijenih simulacijom i korišćenjem softverskog paketa MathCAD kao u prethodnom primeru, u tabeli 2 date su i vrednosti optimalnih perioda grupne preventivne zamene i minimalnih ukupnih troškova zamena po jedinici vremena, koje su dobijene korišćenjem modela predloženog u [6]. Iz tabele 2 vidi se da se u sva četiri primera za optimalno vreme grupne preventivne zamene dobijaju vrednosti koje su za više od 50% veće od tačnih vrednosti i da bi, uko-

lika se te vrednosti usvoje za vremena između grupnih preventivnih zamena, nastali realni ukupni troškovi zamena koji bi bili za više od 80% veći od izračunatih.

Zaključak

Na osnovu svega izloženog može se zaključiti da se prilikom analize matematičkih modela grupne preventivne zamene ne mogu zaobići rezultati teorije obnavljanja tehničkih sistema.

Izračunavanja sprovedena na osnovu analiziranih modela pokazala su velike mogućnosti korišćenja programskog paketa MathCAD za rešavanje praktičnih problema u oblasti inženjerstva održavanja pošto se njegovom upotrebom brzo i na jednostavan način dobijaju veoma tačne vrednosti optimalnog perioda grupne preventivne zamene i odgovarajućih ukupnih troškova zamena. Zbog toga nije neophodno korišćenje simulacije procesa grupne pre-

Tabela 2

Redni broj	Ulazni podaci				Postupak rešavanja	Rezultati i tačnost				
	β	η	C_f	C_p		$\frac{T}{\eta}$	T_g [h]	ΔT [%]	C_{zg} [n.j.]	ΔC [%]
1	2,8	2400	5217,8	602,4	Simulacijom	0,390	936,42	0,76	1,0288	0,00
					MathCAD	0,387	929,40		1,0288	
					Prema modelu iz [6]	0,608	1439,57		0,6448	
2	2,3	3100	908,4	102,0	Simulacijom	0,369	1884,26	0,84	0,1006	0,00
					MathCAD	0,366	1868,48		0,1006	
					Prema modelu iz [6]	0,563	2870,17		0,0611	
3	2,2	2300	980,2	128,0	Simulacijom	0,400	920,86	0,60	0,2720	0,00
					MathCAD	0,398	915,23		0,2720	
					Prema modelu iz [6]	0,617	1419,22		0,1650	
4	1,8	6000	342,1	42,7	Simulacijom	0,312	1869,64	0,95	0,0563	0,00
					MathCAD	0,308	1852,00		0,0563	
					Prema modelu iz [6]	0,463	2779,42		0,0330	

ventivne zamene, čime se štedi znatno računarsko vreme.

Upoređivanje međusobnih karakteristika kombinovane i grupne preventivne zamene kao dve moguće strategije preventivnih zamena u okviru pre-

ventivnog održavanja tehničkih sistema, radi izbora povoljnije, može biti predmet posebnog razmatranja. Potrebni osnovni elementi za to razmatranje dati su u [8] za kombinovanu i u ovom radu za grupnu preventivnu zamenu.

L i t e r a t u r a:

- [1] Todorović, J.: Inženjerstvo održavanja tehničkih sistema, Jugoslovensko društvo za motore i vozila, Beograd, 1993.
- [2] Barlow, R. G., Prochan, F.: Mathematical of Reliability, John Wiley & Sons, New York, 1965.
- [3] Vukadinović, S., Teodorović.: Elementi teorije pouzdanosti i teorije obnavljanja tehničkih sistema, Privredni pregled, Beograd, 1979.
- [4] Bogdanović, D.: Prilog postupku određivanja optimalnog perioda preventivne zamene, Naučno tehnički pregled, Vol. 42, 1992, 10.
- [5] Duboka, Č., Arsenić, Ž., Todorović, J.: Preventivne maintenance of units having different failure modes and different reliabilities, YU-JOR, 1993.
- [6] Vujanović, N.: Teorija pouzdanosti tehničkih sistema, Vojnoizdavački centar, Beograd, 1979.
- [7] Peković, T.: Određivanje optimalnog perioda preventivne zamene, Diplomski rad, Mašinski fakultet, Beograd, 1993.
- [8] Peković, T.: Određivanje optimalnog perioda kombinovane preventivne zamene, Vojnotehnički glasnik, Vol 1/1994, Beograd.