Mr Dušan Regodić,
major, dipl. inž.

Mr Zoran Bojanić,
major, dipl. inž.

UTICAJ DIMENZIJA I OBLIKA VRHA PROJEKTILA NA DOMET

Date su osnovne postavke proračuna aerodinamičkog koeficijenta otpora pri nultom napadnom uglu i uticaj talasnog otpora na ukupni otpor projektila. Analizirana je promena konstruktivnih parametara vrha, dat je matematički model i primena metode na hipotetički model 122 mm. Prezentirani model omogućava izbor optimalnog oblika i dimenzija vrha projektila koji će dati najveći domet.

Uvod

Pri razvoju nove i modifikaciji postojeće municije nastoji se poboljšati tačnost gađanja, efikasnost projektila i realizacija što većeg dometa.

Za ostvarenje većeg dometa, sa spoljnobalističkog stanovišta, neophodno je smanjenje ukupnog otpora projektila u letu. Ukupni otpor projektila sastavljen je od: talasnog otpora, otpora trenja i baznog otpora. Smanjenjem bilo koje komponente otpora smanjuje se ukupni otpor. U ovom radu biće razmotrene neke mogućnosti smanjenja talasnog otpora modifikacijom konstruktivnih parametara vrha projektila. Ova modifikacija utiče na domet projektila.

U [2], [3] detaljno je izložen numerički proračun aerodinamičkog koeficijenta. U literaturi se može naći veliki broj razvijenih teorijskih, empirijskih i poluempirijskih metoda za proračun aerodinamičkog koeficijenta. Jedna od takvih relativno jednostavnih, ali dovoljno tačnih metoda, izloženih u [1] i [3], jeste metoda MC DRAG. U daljem tekstu se vidi pristup toj metodi.

Opšti pristup jednačinama dinamike stišljivog fluida

Robert L. Mc Coy [1] pošao je od osnovnih veza teoretski izvedenih u [7]

i [8]. Da bi izračunao ukupni aerodinamički koeficijent izvršio je usklađivanje teorijskih odnosa između parametara atmosfere sa empirijskim vrednostima preko koeficijenata.

Za Mahov broj vrednosti $M=0,2$ strujanje vazduha se više ne može smatrati nestišljivim, tj. $\rho = \text{const.}$ Parametri struje vazduha i brzine u slučaju promenljive gustine računaju se na osnovu jednačine duž jedne strujnice:

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{const.} \quad (1)$$

Relaciju (1) primenimo na dve poznate tačke koje se nalaze na istoj strujnici, slika 1.

Sl. 1

Prva tačka se nalazi u neporemećenoj struji i karakteriše se pritiskom p_∞ , gustinom ρ_∞ i brzinom v_∞ . Druga tačka se nalazi na vrhu projektila i karakteriše se pritiskom p_1 , gustinom ρ_1 i brzinom $v_1=0$.

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{v_\infty^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \quad (2)$$

Da bismo odredili brzinu neophodno je odrediti vrednost dinamičkog pritiska $p_1 - p_\infty$. Jednačina Sen-Venana:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = \left[1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \cdot \frac{\rho_\infty}{p_\infty} v_\infty^2 \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (3)$$

napisana u drugom obliku:

$$p_1 - p_\infty = p_\infty \left[\left(1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \frac{\rho_\infty}{p_\infty} v_\infty^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1 \right] \quad (4)$$

daje nam dinamički pritisak. Kako je vrednost $p_\infty/\rho_\infty = RT$ i brzina zvuka $c = \sqrt{\kappa RT}$, jednačina (4) može se napisati u novom obliku:

$$\frac{p_1 - p_\infty}{p_\infty} = \left[\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1 \right]$$

Kod stišljivog nadzvučnog strujanja, promena pritiska od p_∞ u neuznemirenoj nadzvučnoj struji do pritiska na vrhu projektila p_1 , odvija se neizentropski kroz normalni udarni talas.

U aerodinamici velikih brzina, Re-lijevom jednačinom uspostavlja se odnos dinamičkog pritiska i brzine:

$$p_1 - p_\infty = p_\infty \left\{ \left(\frac{\kappa-1}{2\kappa} \cdot \frac{\rho_\infty v_\infty^2}{p_\infty} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \left[\frac{\kappa+1}{2\rho_\infty v_\infty^2 - (\kappa-1)} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}} - 1 \right\} \quad (5)$$

ili, napisano na drugi način:

$$\frac{p_1 - p_\infty}{p_\infty} = \left[\frac{\kappa-1}{2} M^2 \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \left[\frac{\kappa+1}{2\kappa M^2 - (\kappa-1)} \right]^{\frac{1}{\kappa-1}} - 1$$

Za normalne uslove $\kappa=1,4$ pa se dobije:

$$\frac{p_1 - p_\infty}{p_\infty} = \left[1,2 M^2 \right]^{3,5} \left[\frac{6}{7 M^2 - 1} \right]^{2,5} - 1$$

Definisanje izraza za proračun aerodinamičkog koeficijenta otpora C_{DO}

Ukupni aerodinamički koeficijent otpora iznosi:

$$C_{DO} = C_{DH} + C_{DSF} + C_{DBND} + C_{DBT} + C_{DB} \quad (9)$$

gde su:

- C_{DH} — koeficijent otpora vrha projektila
- C_{DSF} — koeficijent otpora trenja
- C_{DBNI} — koeficijent otpora vodećeg prstena
- C_{DBT} — koeficijent otpora zadnjeg konusa, i
- C_{DB} — koeficijent otpora dna projektila.

Pregled upotrebljenih oznaka

Na slici 2 prikazani su konstrukcioni parametri koji utiču na vrednosti aerodinamičkog koeficijenta a upotrebljeni su kao ulazne veličine u programu MC DRAG.

- DREF — referentni kalibar projektila (mm),
- LT — dužina projektila u kalibri-ma,
- LN — dužina prednjeg dela u kalibri-ma,
- RTR — odnos poluprečnika RT/R ,

Sl. 2

- LBT — dužina zadnjeg konusa u ka-
 DB — prečnik baze u kalibrima,
 DM — prečnik zatupljenja pred-
 njeg dela u kalibrima,
 DBND — prečnik vodećeg prstena u
 kalibrima,
 XCGN — položaj težišta od vrha pro-
 jektila u kalibrima,
 BLC — COD za vrstu graničnog slo-
 ja,
 L/T=1 — laminaran,
 L/T=2 — turbulentan,
 NSL — broj projektila za koji se že-
 li proračun.

Koeficijent otpora vrha projektila

Vrh projektila može biti izveden u obliku sekantnog ili tangentnog oživala, konusa i kombinacije. Koeficijent otpora vrha projektila na osnovu Š1C iznosi:

$$C_{DH}(M_{\infty}^2 - 1) = f(\tau \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}, \tau),$$

odnosno

$$C_{DH}(M_{\infty}^2 - 1) = f(C_1 - C_2 \tau^2) [\tau \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}] \quad (7)$$

$$C_{DH} = C_{DHT} + C_{DMP} \quad (8)$$

gde je:

$$C_{DHT} = (C_1 - C_2 \tau^2) [\tau \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}]^{(C_3 + C_4 \tau)} \quad (9)$$

$$\tau = \frac{d - d_B}{2L_{BT}}$$

$$C_1 = 0,7156 - 0,5313 (R_T/R) + 0,5950 (R_T/R)^2$$

$$C_2 = 0,796 - 0,0779 (R_T/R)$$

$$C_3 = 1,587 + 0,049 (R_T/R)$$

$$C_4 = 0,1122 + 0,1658 (R_T/R)$$

$$RF = \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}$$

$$C_{T2} = \frac{1}{M_{\infty} - 1}$$

$$M_C = 1 + 0,9567 \tau^{1,85}$$

Za $M_{\infty} < M_C$ uvodi se oznaka $ZE = RF = \sqrt{M_C^2 - 1}$ i sledi:

$$C_{HI} = \frac{M_{\infty}^2 - 1}{2,4 M_{\infty}^2}$$

Za $M_{\infty} < 1$ uvodi se oznaka

$$P_{TP} = (1 + 0,2 M_{\infty}^2)^{3,5} \quad (10)$$

Za nadzvučno strujanje $M_{\infty} > 1$ pa je vrednost

$$P_{TP} = (1,2 M_{\infty}^2)^{3,5} \left[\frac{6}{7 M_{\infty}^2 - 1} \right]^{2,5} \quad (11)$$

$$C_{DHP} = \frac{1,22 (P_{TP} - 1) d_M^2}{M_{\infty}^2} \quad (12)$$

Za podzvučno strujanje $M < 1$ vrednost koeficijenta $C_{DMP} = 0$, a za nadzvučno strujanje pri $M > 1,41$ vrednost koeficijenta $C_{DMP} = 0,85 C_{DHP}$. U intervalu $0,91 < M < 1,4$

$$C_{DMP} = (0,245 + 2,88 C_{HI}) C_{DHP} \quad (13)$$

Na slici 3 prikazane su dimenzije vrha tangentnog i sekantnog oživala.

Sl. 3

Radius tangentnog oživala iznosi:

$$R_T = \sqrt{c^2 + \frac{c^2 n^2}{(b-a)^2}}$$

gde je:

$$c = \sqrt{\frac{1}{4} (b-a)^2 + n^2}$$

n — dužina oživala,
a i b — poluprečnici baze oživala,
R — stvarni radius (za konus $R = \infty$).

Na osnovu dimenzija radiusa tangentnog i sekantnog oživala dobija se:

$R_T/R = 0$ za konus,

$R_T/R = 1$ za tangentni ožival, i

$R_T/R = 0-1$ za varijacije sekantnog oživala.

Nagib koničnog vrha prikazanog na slici 4 iznosi:

$$\tau = \frac{d - d_M}{L_N}$$

Sl. 4

Jednačina za koeficijent otpora za konični vrh C_{DH} koriguje se sa koeficijentom promene pritiska C_{PS} :

$$C_{DH} = \frac{(C_1 - C_2 \tau^2)}{M_\infty^2 - 1} \left[\tau \sqrt{M_\infty^2 - 1} \right]^{(C_3 + C_4 \tau)} + \frac{\pi}{4} d_M^2 C_{PS} \quad (14)$$

gde je po Mooru:

$$C_{PS} = \frac{2}{\kappa M_\infty^2} \left\{ K \left[\frac{(\kappa + 1) M}{2} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \left[\frac{\kappa + 1}{2 \kappa M^2 - (\kappa - 1)} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1} - 1} - 1 \right\} \quad (15)$$

K predstavlja koeficijent korekcije zbog promene pritiska na površini. Chartes i Stein su predložili $K = 0,9$. Dickinson je dao eksperimentalne rezultate za konični oživalni vrh pri supersoničnim brzinama $K = 0,75$.

Cole, Solomon i Willmarth su predložili za vitke oživale:

$$\frac{C_{DH}}{\tau^3} + \ln \tau = f \left[\frac{M_\infty^2 - 1}{(\kappa + 1) M_\infty^2 \tau^2} \right] \quad (16)$$

Proračunate vrednosti su približno jednake eksperimentalnim. Na slici 5 prikazana je funkcija $C_{DH} = -\tau^3 \ln \tau$ za $M = 1$.

Sl. 5

Von Karman je dao za dvodimenzionalnu transoniku vitkih tela pojednostavljenu formulu:

$$C_{DH} [(\kappa + 1) M_\infty^2]^{1/3} = f \left\{ \frac{M_\infty^2 - 1}{[(\kappa + 1) M_\infty^2 \tau]^{2/3}} \right\} \quad (17)$$

Analogno za osnosimetrični trodimenzionalni oblik za transoniku:

$$C_{DH} = F(\tau) + f \left[\frac{\tau(M_\infty^2 - 1)}{(\kappa + 1) M_\infty^2} \right] \quad (18)$$

Za $M_\infty = 1$ koeficijent otpora je $\tau^{9/5}$, pa je za transoniku koeficijent otpora:

$$C_{DH} = 0,368 \tau^{9/5} + \frac{1,6(M_\infty^2 - 1)}{(\kappa + 1) M_\infty^2}$$

za $M_\infty > M_c$ gde je $M_c = (1 + 0,552\tau^{4/5})^{-1/2}$.

Analiza dobijenih rezultata za aerodinamičke koeficijente

Nakon izvršenog proračuna zaključujemo da je za predloženi hipotetički projektil, kalibra $d=122$ mm, $V_0=689$ m/s i mase $m=23,371$ kg sekantni ožival optimalni oblik vrha projektila. Na slici 6 date su dimenzije projektila neophodne za definisanje ulazne datoteke.

U tabeli 1 date su vrednosti aerodinamičkog koeficijenta C_{D0} sa komponentama za sekantni ožival za vrednosti Mahovog broja $M=0,5$ do 4.

Sl. 6

Tabela 1

M	CDO	CDH	CDSF	CDBND	CDBT	CDB	PB/P1
0,500	0,173	0,000	0,051	0,000	0,000	0,121	0,976
0,600	0,175	0,000	0,050	0,000	0,000	0,125	0,964
0,700	0,178	0,000	0,048	0,000	0,000	0,130	0,949
0,800	0,182	0,000	0,047	0,001	0,000	0,134	0,932
0,850	0,184	0,000	0,046	0,002	0,000	0,136	0,922
0,900	0,191	0,003	0,045	0,004	0,001	0,138	0,911
0,925	0,210	0,019	0,045	0,006	0,001	0,139	0,905
0,950	0,230	0,034	0,045	0,009	0,003	0,140	0,899
0,975	0,251	0,048	0,044	0,011	0,007	0,141	0,893
1,000	0,308	0,061	0,044	0,011	0,014	0,178	0,858
1,100	0,369	0,132	0,043	0,010	0,009	0,176	0,831
1,200	0,365	0,127	0,042	0,009	0,015	0,173	0,802
1,300	0,352	0,120	0,041	0,008	0,014	0,170	0,772
1,400	0,335	0,109	0,040	0,008	0,013	0,166	0,741
1,500	0,331	0,111	0,039	0,007	0,012	0,162	0,709
1,600	0,322	0,108	0,038	0,007	0,011	0,158	0,678
1,700	0,313	0,105	0,037	0,007	0,010	0,153	0,647
1,800	0,304	0,103	0,036	0,007	0,010	0,149	0,616
2,000	0,287	0,099	0,035	0,006	0,009	0,139	0,557
2,200	0,272	0,096	0,033	0,006	0,008	0,129	0,502
2,500	0,250	0,092	0,031	0,006	0,007	0,115	0,428
3,000	0,219	0,087	0,028	0,005	0,006	0,093	0,331
3,500	0,194	0,083	0,026	0,005	0,005	0,076	0,261
4,000	0,175	0,080	0,024	0,005	0,004	0,062	0,211

Sl. 7

Na slici 7 prikazana je zavisnost promene aerodinamičkog koeficijenta i komponenti aerodinamičkog koeficijenta u funkciji promene Mahovog broja za sekantni ožival.

U tabeli 2 date su vrednosti aerodinamičkog koeficijenta C_{D0} za tangentni ožival za vrednosti Mahovog broja od 0,5 do 4.

Tabela 2

M	CDO	CDH	CDSF	CDBND	CDBT	CDB	PB/P1
0,500	0,175	0,000	0,053	0,000	0,000	0,121	0,976
0,600	0,177	0,000	0,051	0,000	0,000	0,125	0,964
0,700	0,180	0,000	0,050	0,000	0,000	0,130	0,949
0,800	0,184	0,000	0,048	0,001	0,000	0,134	0,932
0,850	0,186	0,000	0,048	0,002	0,000	0,136	0,922
0,900	0,193	0,003	0,047	0,004	0,001	0,138	0,911
0,925	0,212	0,019	0,047	0,006	0,001	0,139	0,905
0,950	0,232	0,034	0,046	0,009	0,003	0,140	0,899
0,975	0,253	0,048	0,046	0,011	0,007	0,141	0,893
1,000	0,310	0,061	0,046	0,011	0,014	0,178	0,858
1,100	0,393	0,155	0,044	0,010	0,009	0,176	0,831
1,200	0,388	0,149	0,043	0,009	0,014	0,173	0,802
1,300	0,375	0,142	0,042	0,008	0,013	0,170	0,772
1,400	0,358	0,131	0,041	0,008	0,012	0,166	0,741
1,500	0,354	0,133	0,040	0,007	0,011	0,162	0,709
1,600	0,344	0,129	0,039	0,007	0,010	0,158	0,678
1,700	0,335	0,126	0,038	0,007	0,010	0,153	0,647
1,800	0,326	0,124	0,038	0,007	0,009	0,149	0,616
2,000	0,309	0,120	0,036	0,006	0,008	0,139	0,557
2,200	0,293	0,116	0,034	0,006	0,008	0,129	0,502
2,500	0,271	0,112	0,032	0,006	0,007	0,115	0,428
3,000	0,240	0,106	0,029	0,005	0,006	0,093	0,331
3,500	0,215	0,102	0,027	0,005	0,005	0,076	0,261
4,000	0,194	0,099	0,025	0,005	0,004	0,062	0,211

Sl. 8

Na slici 8 prikazana je zavisnost promene aerodinamičkog koeficijenta C_{D0} i komponenti za tangentni ožival u funkciji Mahovog broja.

U tabeli 3 date su vrednosti aerodinamičkog koeficijenta u funkciji promene Mahovog broja od 0,5 do 4 za konusni vrh projektila.

Tabela 3

M	CDO	CDH	CDSF	CDBND	CDBT	CDB	PB/P1
0,500	0,169	0,000	0,048	0,000	0,000	0,121	0,976
0,600	0,172	0,000	0,046	0,000	0,000	0,125	0,964
0,700	0,175	0,000	0,045	0,000	0,000	0,130	0,949
0,800	0,179	0,000	0,043	0,001	0,000	0,134	0,932
0,850	0,181	0,000	0,043	0,002	0,000	0,136	0,922
0,900	0,188	0,003	0,042	0,004	0,001	0,138	0,911
0,925	0,207	0,019	0,042	0,006	0,001	0,139	0,905
0,950	0,227	0,034	0,042	0,009	0,003	0,140	0,899
0,975	0,248	0,048	0,041	0,011	0,007	0,141	0,893
1,000	0,305	0,061	0,041	0,011	0,014	0,178	0,858
1,100	0,405	0,171	0,040	0,010	0,009	0,176	0,831
1,200	0,399	0,162	0,039	0,009	0,016	0,173	0,802
1,300	0,381	0,150	0,038	0,008	0,015	0,170	0,772
1,400	0,360	0,136	0,037	0,008	0,014	0,166	0,741
1,500	0,354	0,136	0,036	0,007	0,013	0,162	0,709
1,600	0,343	0,131	0,035	0,007	0,012	0,158	0,678
1,700	0,332	0,127	0,034	0,007	0,011	0,153	0,647
1,800	0,322	0,123	0,034	0,007	0,010	0,149	0,616
2,000	0,304	0,117	0,032	0,006	0,009	0,139	0,557
2,200	0,287	0,112	0,031	0,006	0,009	0,129	0,502
2,500	0,263	0,107	0,029	0,006	0,007	0,115	0,428
3,000	0,230	0,099	0,026	0,005	0,006	0,093	0,331
3,500	0,204	0,094	0,024	0,005	0,005	0,076	0,261
4,000	0,183	0,089	0,022	0,005	0,004	0,062	0,211

KONIČNI OGIVAL

Sl. 9

Na slici 9 data je zavisnost aerodinamičkog koeficijenta C_{D0} u funkciji Mahovog broja za konusni vrh projektila.

Aerodinamički koeficijent $C_{D0}(M)$ proračunat je za različite oblike vrha projektila, a etalon aerodinamičkog koeficijenta dobija se iz Š5C. Za $M=v/a=689/340,79=2,0235$ u tabeli 4 prikazane su vrednosti koeficijenta oblika (i), etalona aerodinamičkog koeficijenta

$C_{Det}(M)$ i proračunatog aerodinamičkog koeficijenta $C_{D0}(M)$ za različite oblike projektila.

Zaključak

Optimizacijom geometrije vrha projektila izvršeno je smanjenje procentualnog udela talasnog otpora vrha projektila u ukupnom otporu vazduha. U tabeli 5 dat je uporedni prikaz otpo-

Tabela 4

Oblik vrha projektila	$C_{D0}(M)$	$C_{Det}(M)$	i
Sekantni ožival	0,286	0,3028	0,945
Tangentni ožival	0,308	0,3028	1,017
Konusni vrh	0,303	0,3028	1,001

Tabela 5

Brzina projektila $M=V/a$	C_{DH}/C_{DHO} [%]		
	sek. oživ.	tang. oživ.	kon. vrh
0,90	1,57	1,55	1,6
1,10	35,77	39,44	42,3
2,00	34,49	38,84	38,49

ra vrha projektila u odnosu na ukupni otpor za različite brzine opstrujavanja.

Promena oblika vrha projektila rezultirala je manji otpor vazduha. U tabeli 6 date su vrednosti dometa za početnu brzinu $V_0=689$ m/s, polazni ugao $\Theta_0=10^\circ$ do 50° .

Na osnovu tabele 6 i prethodne analize zaključujemo da je maksimalni domet realizovan sa polaznim uglom $\Theta_0=45^\circ$ za sva tri oblika vrha projektila. Projektil sa sekantnim oživalom ima najveći domet.

Tabela 6

Θ_0 [°]	DOMET X [m]		
	sekan. ožival	tangent. ožival	konusni vrh
10	8683,6	8412,0	8475,3
20	12551,4	12128,6	12226,6
30	15134,8	14597,4	14722,3
40	16589,5	15954,4	16101,9
45	16811,3	16145,6	16300,0
50	16641,2	15965,0	16121,7

Literatura:

- [1] Robert, L. Mc Coy; »MC DRAG« a computer program for estimating the drag coefficients of projectiles, AD OO8 110, 1981.
- [2] Janković, S.; Aerodinamika projektila, Mašinski fakultet Beograd, 1978.
- [3] Regodić, D.; Aerodinamika rotacionog tela, lekcije, UVJ Beograd, 1994.
- [4] Bojanić, Z.; Matematički model 6-DOF za real-time simulacije u sistemima za upravljanje vatrom, VTA, 1994.

- [5] Janković, S.; Spoljna balistika, VIZ, Beograd, 1979.
- [6] Gajić, M., Petrović D.; Predavanja na VTA, 1992.
- [7] Krasnov, N. F.; Aerodinamika, Moskva, 1980.
- [8] Hanjalić, K.; Dinamika stišljivog fluida, Svetlost, Sarajevo, 1978