Mr Zoran Bojanić,
potpukovnik, dipl. inž.
Vojnotehnička akademija
VJ, Beograd

ANALIZA TAČNOSTI I EKONOMIČNOSTI UPROŠĆENIH MATEMATIČKIH MODELA DINAMIKE PROJEKTILA

UDC: 531.55:623.548.001.573

Rezime:

U radu je prezentiran matematički model koji je nastao prilagođavanjem matematičkog modela projektila razmatranog kao da je kruto telo sa šest stepeni slobode kretanja, za projekte koji imaju velike početne uglove i koji lete na velikim daljinama. Analizirana je tačnost modela i mogućnost implementacije na mikroprocesorskim sistemima i digitalnim signal-procesorima.

Ključne reči: matematički model, projektil, jednačine kretanja, implementacija modela.

ANALYSIS OF ACCURACY AND ECONOMIC EFFICIENCY OF SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODELS OF PROJECTILE DYNAMICS

Summary:

The mathematical model of a projectile treated as a rigid body with six-degree-of-freedom motion is adapted and presented as a mathematical model for projectiles having wide initial angles and flying to great distances. The model accuracy is analysed as well as the possibility of implementation in microprocessing systems and digital signal processors.

Key words: Mathematical model, projectile, equations of motion, model implementation.

Uvod

Kretanje žirostabilisanog osnosimetričnog projektila u prostoru sastoji se od translacije centra mase i rotacije oko sopstvenog centra mase. Veličine kojima se karakteriše kretanje međusobno se razlikuju po brzini i karakteru promene. Parametri koji određuju kretanja centra mase su njegove koordinate u prostoru. Brzina i ubrzanje promene parametara centra mase relativno su male veličine u odnosu na brzinu i ubrzanje promene parametara kretanja oko centra mase, pa se kretanje centra mase smatra sporim. Pa-

rametri sporog kretanja se, zbog njihove spore promene, u praksi smatraju neperiodičnim, a, u stvari, imaju veliku periodu koja se teško uočava u kratkom vremenskom intervalu. Nasuprot sporom kretanju, kretanje oko centra mase koje je, u stvari, kombinacija rotacije, oscilovanja i klaćenja projektila na putanji je periodično uočljivo. Brzina promene parametara koji karakterišu ovo kretanje je velika, pa se ono naziva brzim kretanjem. Uglovi koji određuju klaćenje projektila tokom brzog kretanja su mali, imaju malu amplitudu, a veliku frekvenciju (malu periodu oscilovanja)

i parametri su brzog kretanja. Prilikom numeričke integracije mora se koristiti dužina-veličina koraka integracije po vremenu koju diktira parametar koji se najbrže menja, a to je jedna od uglovnih veličina. Kao rezultat toga dobija se veliko ukupno vreme proračuna putanje, jer se nepotrebno vrše računске operacije sa veličinama koje su praktično konstantne u toku bar jednog obrtaja projektila oko uzdužne ose za ugao od 2π , a svakako i za iverstan broj obrtaja n i ugao $2n\pi$ [1].

Da bi se proračun putanje obavio u prihvatljivom vremenskom periodu, tj. da bi numeričko rešenje bilo ekonomično, u praksi se pribegava:

razdvajanju jednačina kojima se opisuju brzo i sporo kretanje, različito po karakteru i brzini promene parametara kretanja, tako da se može vršiti numerička integracija s različitim korakom integracije;

uprošćavanju sistema diferencijalnih jednačina kretanja projektila da bi se lakše našlo njihovo numeričko rešenje ili stvorili uslovi za delimično analitičko rešenje, obično brzog kretanja. Prilikom razdvajanja kretanja ili uprošćavanja čine se određena zanemarivanja da bi se smanjio nivo složenosti polaznog modela. Smanjivanjem nivoa složenosti modela javljaju se određene, za praksu prihvatljive greške, ali se vreme proračuna parametara kretanja bitno skraćuje.

Matematički model dinamike projektila, koji se sastoji od sistema diferencijalnih jednačina, razmatranog kao da je projektil kruto telo, zbog svoje kompleksnosti i neekonomičnosti, često nije prikladan za rešavanje praktičnih zadataka. Zbog toga se još uvek koriste transformisani — uprošćeni modeli dinamike projektila.

U radu su date uprošćene jednačine dinamike projektila. Jednačine su ispitane kako bi se utvrdilo da li ispunjavaju kriterijume:

— tačnosti uprošćenog modela, koja se određuje upoređivanjem rezulta-

ta dobijenih merenjem stvarnog kretanja projektila ili rezultata dobijenih simulacijom pomoću tačnog — polaznog modela, sa rezultatima koji se dobijaju pomoću uprošćenog modela;

— ekonomičnosti uprošćenog modela, pod kojom se podrazumeva angažovanje računarskih resursa za numeričku integraciju diferencijalnih jednačina sa promenljivim koeficijentima, čije rešenje daje parametre kretanja projektila.

Uprošćeni matematički model dinamike projektila, prikazan u ovom radu, omogućava izračunavanje parametara koji su bliski vrednostima parametara iz polaznog modela, za projekte koji imaju velike polazne uglove i koji lete na velikim daljinama.

Za projekte stabilisane rotacijom polazni matematički model dinamike leta, sa kojim se vrši upoređenje, jeste model projektila koji je razmatran kao da je kruto telo koje ima šest stepeni slobode kretanja. Jednačine kretanja tela izvedene su u aerobalističkom koordinatnom sistemu.

Uprošćeni matematički modeli mogu se koristiti za izradu tablica gađanja i za real-time simulacije u sistemima za upravljanje vatrom oruđa koja su namenjena za posredno gađanje.

Korišćene oznake:

α, β	— napadni ugao i ugao »klizanja« projektila,
γ, χ	— ugao propinjanja i skretanja vektora brzine V ,
x, y, z	— koordinate položaja centra mase projektila,
m, S	— masa i referentna površina projektila,
$\alpha^*, \beta^*, \gamma^*, \chi^*$	— denominovane veličine () (d/V),
p, q, r	— komponente ugaone brzine projektila,
Θ, Ψ	— uglovi propinjanja i skretanja projektila,

L_B	— momenat valjanja,
I_x, I_y	— uzdužni i poprečni momenat inercije,
$Q = \rho V^2/2$	— dinamički pritisak,
r_x, r_y	— uzdužni i poprečni poluprečnik inercije,
$()^*$	— $= (\rho S d/2m) ()$, za koeficijente,
d	— prečnik projektila,
$c_{x\sigma}, c_{y\sigma}, c_{z\sigma}$	— derivativi aerodinamičkih koeficijenata sila,
c_L, c_M, c_N	— derivativi aerodinamičkih koeficijenata momenata.

Transformisani i delimično linearizovani model dinamike projektila

Pod transformisanim modelom podrazumeva se matematički model kretanja koji je strukturno pojednostavljen i nižeg je reda (ima manji broj stepeni slobode kretanja) u odnosu na polazni model. Transformisani model treba da zadovolji unapred postavljene kriterijume u pogledu tačnosti aproksimacije polaznog matematičkog modela, a zavise od toga gde će se i u kakve svrhe model primenjivati.

U [2] je, korišćenjem zakona mehanike primenjenih na dinamiku leta projektila, prikazan matematički model za neupravljive i nevođene projekte u kinematičkom koordinatnom sistemu. Nastao je transformacijom i delimičnom linearizacijom polaznog modela, tako da glasi:

$$\dot{x}_0 = V \cos \gamma \cos \chi \equiv F(1)$$

$$\dot{y}_0 = V \sin \gamma \equiv F(2)$$

$$\dot{z}_0 = V \cos \gamma \sin \chi \equiv F(3) \quad (1)$$

$$\dot{V} = \frac{Q S}{m} (c_{x0} + (c_{x\sigma 2} + c_{z\sigma}) (\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\beta}^2)) - g \sin \gamma \equiv F(4)$$

$$\dot{\chi}_\sigma = \frac{Q S}{m V} (c_{y\sigma} \tilde{\alpha} + (c_{z\sigma} - c_D) \tilde{\beta}) \equiv F(5)$$

$$\dot{\gamma} = -\frac{Q S}{m V} (-c_{y\sigma} \tilde{\beta} + (c_{z\sigma} - c_D) \tilde{\alpha}) - g \cos \gamma / V \equiv F(6)$$

$$\dot{p} = L_B / I_x \equiv F(7)$$

Diferencijalne jednačine napadnog ugla i ugla klizanja

Integracijom jednačina kretanja centra mase projektila treba da se dobiju funkcije $V(t)$, $\gamma(t)$ i $\chi(t)$. Za tu integraciju potrebno je poznavati $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$. U [2] je predložen jedan način dobijanja funkcije $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$ za sistem diferencijalnih jednačina (1). Na osnovu ideja iz [3], biće prikazan drugačiji način dobijanja $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$ za projekte koji imaju velike početne uglove i koji lete na velikim daljinama.

Ako se usvoje oznake:

$$a_1 = \frac{Q S}{m V} (c_{z\sigma} - c_D)$$

$$a_2 = \frac{Q S}{m V} c_{y\sigma}$$

onda jednačine izvoda uglova dobijaju oblik:

$$\dot{\chi}_\sigma = a_2 \tilde{\alpha} + a_1 \tilde{\beta} \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = a_2 \tilde{\beta} - a_1 \tilde{\alpha} - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (3)$$

Ako se usvoji da su uglovi male veličine i da atmosfera miruje onda postoje veze između uglova $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$, γ , χ , Θ i ψ , pa se mogu uspostaviti veze između izvoda uglova i ugaonih brzina projektila. Kinematske jednačine veza između projekcija ugaone brzine projektila i izvoda uglova transformisane su tako što su u jednačinama veza zane-

marene male veličine drugog i višeg reda, pa se dobija [2]:

$$\tilde{\dot{q}} = \dot{\tilde{\alpha}} + \dot{\gamma} \quad (4)$$

$$\tilde{r} = \dot{\chi} \cos \gamma - \dot{\beta} = \dot{\chi}_\sigma - \dot{\beta} \quad (5)$$

ili

$$\tilde{\dot{q}} = \dot{\tilde{\alpha}} + a_2 \tilde{\dot{\beta}} - a_1 \tilde{\dot{\alpha}} - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (6)$$

$$\tilde{r} = -\dot{\beta} + a_2 \dot{\alpha} + a_1 \dot{\beta} \quad (7)$$

Posle diferenciranja izraza (5) i (6) i zanemarivanja $\frac{d}{dt} \left(\frac{g \cos \gamma}{V} \right), \frac{dV}{dt},$

$\frac{d\rho}{dt}, \frac{dc}{dt},$ zato što su ovi izvodi mnogo manji u poređenju sa ostalim članovima, dobija se:

$$\tilde{\dot{q}} = \ddot{\tilde{\alpha}} + a_2 \ddot{\tilde{\beta}} - a_1 \ddot{\tilde{\alpha}} \quad (8)$$

$$\tilde{\dot{r}} = -\ddot{\beta} + a_2 \ddot{\alpha} + a_1 \ddot{\beta} \quad (9)$$

U aerobalističkom koordinatnom tila su [4]:

$$\dot{\tilde{q}} = \left(p_B - p \frac{I_x}{I_Y} \right) \tilde{r} + \frac{\tilde{M}}{I_Y} \quad (10)$$

$$\dot{\tilde{r}} = \left(-p_B + p \frac{I_x}{I_Y} \right) \tilde{q} + \frac{\tilde{N}}{I_Y} \quad (11)$$

Za uglove propinjanja ose projek-sistemu izvodi ugaonih brzina projek-tila $\Theta < 80^\circ$ biće i komponenta $p_B = -\tilde{r} \operatorname{tg} \Theta$ mala veličina istog reda, a za položene putanje, kad je ugao Θ ma-li, p_B će biti mala veličina drugog reda u odnosu na p [4].

Projekcije aerodinamičkog mo-menta su [4]:

$$\tilde{M} = Q S D c_{\tilde{M}} \quad (12)$$

$$\tilde{N} = Q S D c_{\tilde{N}} \quad (13)$$

gde je:

$$c_{\tilde{M}} = c_{m\sigma} \tilde{\alpha} + c_{n\sigma} \tilde{\beta} + c_{m\dot{\alpha}} \dot{\tilde{\alpha}} + c_{m\dot{q}} \dot{\tilde{q}}$$

$$c_{\tilde{N}} = -c_{m\sigma} \tilde{\beta} + c_{n\sigma} \tilde{\alpha} - c_{m\dot{\alpha}} \dot{\tilde{\beta}} + c_{m\dot{r}} \dot{\tilde{r}}$$

Korišćenjem zapisa

$$\tilde{M}/I_Y = b_1 \tilde{\alpha} + b_2 \tilde{\beta} + b_{T1} \dot{\tilde{\alpha}} + b_3 \dot{\tilde{q}}$$

$$\tilde{N}/I_Y = -b_1 \tilde{\beta} + b_2 \tilde{\alpha} - b_{T1} \dot{\tilde{\beta}} + b_3 \dot{\tilde{r}}$$

gde je:

$$b_1 = \frac{Q S D}{I_Y} c_{m\sigma}$$

$$b_2 = \frac{Q S D}{I_Y} c_{n\sigma}$$

$$b_{T1} = \frac{Q S D}{I_Y} c_{m\dot{\alpha}} \frac{D}{V}$$

$$b_3 = \frac{Q S D}{I_Y} c_{m\dot{q}} \frac{D}{V}$$

$$b_4 = \frac{I_x}{I_Y} p$$

jednačine (10) i (11) mogu se napisati u sledećem obliku:

$$\dot{\tilde{q}} = -b_4 \tilde{r} + b_1 \tilde{\alpha} + b_2 \tilde{\beta} + b_{T1} \dot{\tilde{\alpha}} + b_3 \dot{\tilde{q}} \quad (14)$$

$$\dot{\tilde{r}} = b_4 \tilde{q} - b_1 \tilde{\beta} + b_2 \tilde{\alpha} - b_{T1} \dot{\tilde{\beta}} + b_3 \dot{\tilde{r}} \quad (15)$$

Izjednačavanjem izraza (8) sa (14) i (9) sa (15), zamenjujući $\tilde{q}$ sa (6) i $\tilde{r}$ sa (7), dobijaju se sledeće diferencijal-ne jednačine:

$$\ddot{\tilde{\alpha}} + A \dot{\tilde{\alpha}} - C \tilde{\alpha} - B \dot{\tilde{\beta}} - D \tilde{\beta} = -b_3 \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (16)$$

$$\ddot{\tilde{\beta}} + A \dot{\tilde{\beta}} - C \tilde{\beta} + B \dot{\tilde{\alpha}} + D \tilde{\alpha} = b_4 \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (17)$$

gde je:

$$A = -a_1 - b_{T1} - b_3 \quad D = b_2 + a_2 b_3 - a_1 b_4$$

$$B = -a_2 + b_4 \quad C = b_1 - a_1 b_3 - a_2 b_4$$

Rešavanjem jednačina (16) i (17) dobijaju se funkcije $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$ za sistem jednačina (1).

6DM model kretanja projektila

Ako se sistemu diferencijalnih jednačina (1) dodaju jednačine (16) i (17) u podesnoj formi za numeričku integraciju, dobija se matematički model za simulaciju leta projektila, za ovu priliku nazvan 6DM. Ovaj model razlikuje se od matematičkog gde je projektil razmatran kao kruto telo sa šest stepeni slobode kretanja, i predstavlja aproksimaciju tog modela. Uvođenjem

zamena $\dot{u} = \dot{\tilde{\alpha}}$ i $\dot{v} = \dot{\tilde{\beta}}$ u jednačini (16) i (17) dobijaju se četiri diferencijalne jednačine koje treba da se pridruže sistemu diferencijalnih jednačina (1), koje glase:

$$\dot{\tilde{\alpha}} = u \equiv F(8)$$

$$\dot{\tilde{\beta}} = v \equiv F(9)$$

$$\dot{u} = -A u + C \tilde{\alpha} + B v + D \tilde{\beta} - b_3 \frac{g \cos \gamma}{V} \equiv F(10) \quad (18)$$

$$\dot{v} = -A v + \tilde{C} \beta - B u - D \tilde{\alpha} + b_4 \frac{g \cos \gamma}{V} \equiv F(11)$$

5DM model kretanja projektila

Funkcije $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$ moguće je odrediti i iz Murphyeve jednačine kretanja ose projektila, izvedene po napadnom uglu za nezavisno promenljivu s^* . Ta jednačina, za projekte bez reaktivne sile, glasi [3, 4]:

$$\tilde{\xi}'' + (H - i P) \tilde{\xi}' - (M + i P T) \tilde{\xi} = G_1 \quad (19)$$

gde je:

$\tilde{\xi} = \tilde{\beta} + i \tilde{\alpha}$ — kompleksni napadni ugao,

$$P = \frac{I_x}{I_y} \frac{p d}{V}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{P} - c^*_{y\sigma},$$

$$H = -c^*_{z\sigma} + 2c^*_{D} - c^*_{mq\sigma} \cdot (\bar{r}_y)^{-2} - g D \sin \gamma / V^2,$$

$$T = -c^*_{z\sigma} + c^*_{D} + (c^*_{np\sigma} + c^*_{yp\sigma} c_{mq\sigma}) (\bar{r}_x)^{-2},$$

$$M = [c^*_{m\sigma} - (c^*_{z\sigma} - c^*_{D}) c^*_{mq\sigma}] (\bar{r}_y)^{-2} - c^*_{y\sigma} P,$$

$$G_1 = \frac{d g \cos \gamma}{V^2} \left[P - i c^*_{mq\sigma} (\bar{r}_y)^{-2} \right],$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{m}}, \quad \bar{r}_x = \frac{r_x}{d},$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{m}}, \quad \bar{r}_y = \frac{r_y}{d}.$$

Pošto je izraz (19) slabo nelinearna diferencijalna jednačina, a koeficijenti se vremenski lagano menjaju, ona se može posmatrati kao vremenski invarijantan sistem. Opšte rešenje linearne diferencijalne jednačine drugog reda (19) nalazi se kao zbir partikularnog i homogenog rešenja $\tilde{\xi} = \tilde{\xi}_p + \tilde{\xi}_h$.

Homogeno rešenje sastoji se od dva oblika oscilovanja — brzo i sporo promenljivog. Homogeno rešenje je karakteristika prelaznog procesa, a partikularno stacionarnog stanja — kada se kretanje ustali.

Primenom metode »zamrzavanja koeficijenata«, kompleksna homogena diferencijalna jednačina iz (19) ima korene karakteristične jednačine izvedene po napadnom uglu, koji glase:

$$\lambda_j + i\Phi'_j = \frac{1}{2} \left(-H \pm \sqrt{1 - \frac{1}{s_g}} \right) + i \frac{P}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{s_g}} \right) \quad (20)$$

gde je:

$$s_g = \frac{P^2}{4M} \text{ — žiroskopski faktor stabilnosti}$$

Partikularni integral, kretanje u stacionarnom stanju, može se odrediti iz izraza:

$$\tilde{\xi}_p = - \frac{G_1}{M + iPT} \quad (21)$$

Za projekte koji se lansiraju sa velikim početnim uglom i koji lete na velikim daljinama iz izraza (20) treba izdvojiti samo lagano promenljivi koren karakteristične jednačine [3].

Diferencijalna jednačina prvog reda, koja obuhvata sporo promenljivi koren karakteristične jednačine $r = \chi_j + i\Phi'_j$ i kretanje u stacionarnom stanju (21), glasi:

$$\tilde{\xi}' - r \tilde{\xi} = -r \tilde{\xi}_p \quad (22)$$

U vremenskom domenu izraz (22) ima oblik:

$$\tilde{\xi} - \frac{V}{D} r \tilde{\xi} = -r \tilde{\xi}_p \frac{V}{D} \quad (23)$$

Iz jednačine (23) mogu se dobiti sledeće dve skalarne diferencijalne jednačine:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= \frac{V}{D} (\lambda \tilde{\alpha} + \Phi' \tilde{\beta}) + \text{Im} \left(-r \tilde{\xi}_p \frac{V}{D} \right) \equiv \\ &\equiv F(8) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\beta} &= \frac{V}{D} (\lambda \tilde{\beta} - \Phi' \tilde{\alpha}) + \text{Re} \left(-r \tilde{\xi}_p \frac{V}{D} \right) \equiv \\ &\equiv F(9) \end{aligned} \quad (25)$$

Pomoću diferencijalnih jednačina (24) i (25), nakon numeričkog integrisanja, određuju se $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$ koje su potrebne za sistem diferencijalnih jednačina (1). Pošto je eliminisan brzo-promenljivi mod iz ugaonih brzina, stvorena je mogućnost za povećanje koraka numeričke integracije, što znači da je bitno smanjeno vreme CPU.

Testiranje modela i analiza rezultata

Proračun parametara kretanja izvršen je za hipotetički projektil M152. Projektil M152 ima relativno malu početnu brzinu, putanja mu je veoma zakrivljena, a uglovi $\tilde{\alpha}$ i $\tilde{\beta}$ su relativno veliki (slika 1).

Osnovne karakteristike projektila M152 su:

$$\begin{aligned} D &= 0,152 \text{ m} & I_x &= 0,05795 \text{ kgm}^2 \\ m &= 43,56 \text{ kg} & V &= 535 \text{ m/s} \\ I_y &= 0,1669 \text{ kgm}^2 & p &= 1600 \text{ rad/s} \\ \Theta &= 70^\circ \end{aligned}$$

Rezultati proračuna parametara kretanja projektila dati su u tabeli 1.

Veličina dozvoljenih odstupanja zavisi od toga gde će se model primenjivati. Kao primer za poređenje mogu se uzeti sistemi za upravljanje vatrom oruđa vatrene podrške kod kojih su usvojena sledeća dozvoljena odstupanja:

- tačnost elemenata gađanja po daljini ± 10 m, odnosno ± 1 mrad od ugla elevacije,
- tačnost po pravcu 0,5 do 1 mrad,

	Domet x (m)	Devijacija z (m)	Vreme leta t (s)	PC-vreme (s)
Kruto telo	9815,1	461,91	80,0	1084
6 DM	9800,1	467,54	80,1	515
5 DM	9821,6	454,17	80,1	6

— tačnost proračunatog vremena leta treba da bude 0,1 do 0,15 s,

— vreme proračuna putanje treba da iznosi 2% vremena leta projektila.

Iz tabele 1 vidi se da model 5DM zadovoljava postavljene kriterijume u pogledu tačnosti, ukoliko bi se koristio u sistemima za upravljanje vatrom oruđa vatrene podrške. Vreme izračunavanja parametara kretanja projektila bitno je skraćeno sa 1084 s na 6 s, što je dobijeno merenjem vremena izvršavanja u FORTRAN-u kodiranom programu na PC 386/387 sa taktom od 25 MHz.

Promena napadnog ugla $\tilde{\alpha}$ i ugla klizanja $\tilde{\beta}$ za 5DM, prikazana je na slici.

Napadni ugao i ugao klizanja za 5DM model

Mogućnost implementacije transformisanog modela

Pored izbora modela, načina numeričke integracije i veličine koraka integracije, za proračun parametara prostornog kretanja projektila, na mogućnost implementacije modela dominantno utiče izbor adekvatnog hardvera.

Problem implementacije algoritma transformisanog modela 5DM analiziran je za posredno gađanje. Za analizu mogućnosti implementacije aktuelne su tri operacije (sabiranje, množenje i deljenje) prema [5]. Broj operacija je redukovano jer su izbačena sva množenja i dodeljivanja s nulom. Izračunavanje početnih elemenata prethodno je obavljeno. Za model 5DM kretanja projektila potrebno je po jednom koraku integracije izvršiti 310 sabiranja, 120 deljenja i 390 množenja.

Za mikroprocesorski APX 86/20 16 bitni sistem, sastavljen od mikroprocesora i aritmetičkog koprocera Intel 8086/8087, koji se nalazi u sistemu za vatrenu podršku MILIPAC, vreme izvođenja osnovnih »floating-point« aritmetičkih operacija uz takt od 5 MHz iznosi:

- sabiranje (oduzimanje)
FADD (FSUB) 17 μ s,
- množenje
FMUL 19,4 μ s,
- deljenje
FDIV 39,6 μ s.

Karakteristike FP DSP

Proizvođač	Motorola	Texas Instruments	AT&T
Procesor	DSP96002	320C30	DSP32C
Clock rate	33 MHz	33 MHz	50 MHz
Instrukcijski ciklus	60 ns	60 ns	80 ns
FP deljenje	0,42 μ s	2,1 μ s	2,08 μ s
Kompleksni FFT u 1024 tačke	1,13 ms	3,43 ms	2,80 ms

Za sisteme vatrene podrške novije konstrukcije (MILIPAC, MARCONI) vreme proračuna iznosi 2% od vremena leta, a za starije konstrukcije od 10 do 15 s. Sistem APX 86/20 proračunava elemente za 17,588 ms po jednom koraku integracije. Za izračunavanje 801 koraka numeričke integracije u modelu 5DM na APX 86/20 sistemu potrebno je oko 14 sekundi.

Implementacija na digitalnom signal-procesoru je moguća. Prvi signal-procesori bili su namenjeni digitalnoj obradi signala. Osnovni problem prvih digitalnih signala je aritmetika »fiks-nog zareza« koju prevazilaze brzi »floating-point« čipovi. U tabeli 2 daju se rezultati testova za brze »floating-point« čipove raznih proizvođača. Sa ovim čipovima vreme proračuna za transformisani model iznosi:

DSP96002	0,158 ms
320C30	0,790 ms
DSP32C	0,782 ms

Poređenjem sa mikroprocesorskim sistemima, »floating-point« signal-procesori su za više od reda veličine brži, a DSP96002 čak za dva reda veličine. Digitalni signal procesori sa »floating-point« aritmetikom rešavaju problem implementacije algoritma transformisanog modela leta projektila.

Novije kombinacije mikroprocesorskih sistema Intel 486 i NS 32016/32081 sa osnovnim operacijama ispod 10 μ s znatno ubrzavaju računanje i ispunjavaju postavljene kriterijume.

U [1] je prikazano više načina na koje se može skratiti vreme proračuna parametara putanje. Svakako bi bilo korisno analizirati i mogućnost implementacije tih matematičkih modela na savremenim balističkim računari-ma.

Zaključak

Predstavljeni transformisani i delimično linearizovani matematički modeli nastali su uprošćavanjem matematičkog modela leta projektila kao krutog tela sa šest stepeni slobode kretanja.

Prva faza u procesu transformacije polaznog matematičkog modela jeste dobijanje sistema diferencijalnih jednačina (1). Da bi se ovaj sistem diferencijalnih jednačina mogao numerički integrisati potrebno je poznavati funkcije $\tilde{\alpha}(t)$ i $\tilde{\beta}(t)$. One se mogu dobiti na više različitih načina, a u radu su prikazana dva načina.

Diferencijalne jednačine (18) i (24 do 25), respektivno, zajedno sa sistemom jednačina (1) čine posebne matematičke modele dinamike projektila. Ovim modelima proračunavaju se elementi putanje čije su vrednosti bliske vrednostima iz modela sa šest stepeni slobode kretanja (tabela 1). Zbog jednostavnosti izraza, kod oba modela povećana je ekonomičnost tako što je bi-

tno skraćeno vreme proračuna. Kod 5DM modela, pošto je eliminisan brzo-promenljivi mod, stvorena je mogućnost povećanja koraka numeričke integracije i bitno smanjeno vreme proračuna parametara kretanja. 5DM model zadovoljava sve postavljene kriterijume i može se koristiti u sistemima za upravljanje vatrom oruđa vatrene podrške.

Literatura:

- [1] Petrović, R. D.: Istraživanja efekta asimetrije u dinamici brzo i sporo rotirajućih projektila, doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Beograd, 1993.
- [2] Bojanić, Z.: Matematički model kretanja projektila pogodan za implementaciju u sistemima za upravljanje vatrom, VTG broj 5, Beograd, 1995.
- [3] Qi, Z. K. i Lyster, D.: 5D and modified 5D models for accurate calculation of high elevation or long range projectile trajectories, IX Symposium of ballistics, Brussels, 1989.
- [4] Janković, S., Čuk, D.: Mehanika leta, predavanja na VVTŠ i Mašinskom fakultetu, Beograd, 1989.
- [5] Tanjga, R.: Prilog stohastičkoj sintezi zakona vođenje samonavedenih raketa, doktorska disertacija, Vojnotehnička akademija, Beograd, 1992.