Mr Nenad Dodić,
dipl. inž.
Vojnotehnički institut VJ,
Beograd

PRAĆENJE MANEVRIŠUĆIH CILJEVA PREKLJUČIVANJEM KALMANOVIH FILTERA

UDC: 623.593.024:519.687

Rezime:

U radu je prikazan kompletan postupak praćenja cilja u vazdušnom prostoru preključivanjem Kalmanovih filtera šestog i devetog reda, koji uključuje detekciju nagle promene ubrzanja cilja, detekciju nultog ubrzanja i preciznu inicijalizaciju filtera. Postupak je proveren računarskom simulacijom na osnovu koje su utvrđene vrednosti parametara postupka praćenja, koje obezbeđuju kvalitetno praćenje. Postupak je dat u formi koja omogućuje jednostavnu izradu računarskog programa za praćenje.

Ključne reči: praćenje cilja, Kalmanov filter, manevar, detekcija manevra, inicijalizacija filtera, ocena stanja.

TRACKING MANEUVERING TARGETS USING KALMAN FILTERS SWITCHING

Summary:

The complete procedure of tracking maneuvering aerial targets using Kalman filters switching is given. The procedure includes the detection of a sudden change of the target acceleration, the detection of a zero acceleration and the precise filter initialisation. The whole procedure is checked using computer simulation and the tracking procedure parameters are determined. The procedure can be easily programmed.

Key words: target tracking, Kalman filter, maneuver, maneuver detection, filter initialisation, state estimation.

Uvod

Praćenje ciljeva u vazdušnom prostoru, koje omogućuje preciznu ocenu stanja cilja u svakom trenutku leta, pri čemu se pod stanjem cilja podrazumeva skup veličina koje određuju njegov položaj i ponašanje (koordinate, komponente brzine, ubrzanja) važan je zadatak, kako u oblasti osmatranja i kontrole letenja, tako i u oblasti protivvazdušne odbrane. Za rešenje ovog problema obično se kori-

sti Kalmanov filter, koji obrađuje izmerene koordinate cilja. Koordinate cilja mere se različitim senzorima, kao što su: radar, laserski daljinomer, televizijska i termovizijska kamera. Koordinate se mere u sfernom koordinatnom sistemu, a mogu se transformisati u pravougli koordinati sistem.

Kalmanov filter šestog reda daje optimalne ocene položaja i brzine cilja koji se kreće pravolinijski konstantnom brzinom, brzo konvergira, a vreme računanja jednačina filtera je kra-

tko. Ako se poveća pojačanje filtera, može se pratiti i blagomanevrišući cilj, ali uz relativno velike greške ocena stanja cilja. Kalmanov filter devetog reda daje optimalne ocene položaja, brzine i ubrzanja cilja koji se kreće jednako ubrzano. On konvergira sporije od filtera šestog reda, ima znatno duže vreme računanja i, pri povećanom pojačanju, može pratiti cilj koji manevriše promenljivim ubrzanjem, s tim da pojačanje ne sme biti toliko da šum greške ocena stanja cilja postane neprihvatljivo veliki. Kalmanovim filterom devetog reda može se pratiti i cilj koji se kreće pravolinijski konstantnom brzinom, ali filter šestog reda u tom slučaju daje tačnije rezultate.

Praćenjem ciljeva preključivanja filtera šestog i devetog reda koriste se prednosti oba filtera, a izbegavaju njihovi određeni nedostaci pri različitim režimima leta cilja. Postupak praćenja, koji će biti izložen, obezbeđuje ranu i pouzdanu detekciju nagle promene ubrzanja cilja i detekciju nultog ubrzanja cilja, a na osnovu toga pravovremeno preključivanje filtera šestog i devetog reda ili reinicijalizaciju filtera devetog reda. Koristi se poseban postupak inicijalizacije (reinicijalizacije) filtera devetog reda koji, zbog svoje preciznosti, smanjuje trajanje prelaznog režima ovog filtera, tj. greške ocena stanja cilja brže dolaze u prihvatljive granice.

Težnja je da se što je moguće više poveća tačnost praćenja manevrišućih ciljeva, bez velikog povećanja vremena računanja, a postupak je pogodan za implementaciju na komercijalnim uređajima za praćenje. Rešenje je dato u zatvorenoj formi, pogodnoj za programiranje na računaru.

Jednačine kretanja cilja

Kretanje cilja približno konstantnom brzinom opisano je jednačinom [1]:

$$\underline{x}(k) = A\underline{x}(k-1) + G\underline{w}(k-1) \quad (1)$$

gde je:

$$\underline{x} = (x_1 \dots x_6)^T = \left(x \ y \ z \ \frac{dx}{dt} \ \frac{dy}{dt} \ \frac{dz}{dt} \right)^T \quad (2)$$

$$\underline{w} = (w_1 \ w_2 \ w_3)^T \quad (3)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$G = \begin{pmatrix} T/2 & 0 & 0 \\ 0 & T/2 & 0 \\ 0 & 0 & T/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

gde je:

T — period odabiranja sistema,

k — diskretno vreme,

x, y, z — pravouglo koordinata cilja,

Veličine w_i , $i=1, 2, 3$ predstavljaju bele, međusobno nekorelisane gausovske šumove nultih matematičkih očekivanja i varijansi:

$$\mathcal{E}[w_i^2(k)] = \sigma_i^2, \quad i=1, 2, 3, \quad k=0, 1, \dots \quad (6)$$

Sa $\mathcal{E}$ označeno je matematičko očekivanje. Kretanje cilja približno konstantnim ubrzanjem, prema [2], takođe je opisano jednačinom (1), s tim što su:

$$\underline{x} = (x_1 \dots x_9)^T = \left(x \ y \ z \ \frac{dx}{dt} \ \frac{dy}{dt} \ \frac{dz}{dt} \ \frac{d^2x}{dt^2} \ \frac{d^2y}{dt^2} \ \frac{d^2z}{dt^2} \right)^T \quad (7)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$G = \begin{pmatrix} T^2/6 & 0 & 0 \\ 0 & T^2/6 & 0 \\ 0 & 0 & T^2/6 \\ T/2 & 0 & 0 \\ 0 & T/2 & 0 \\ 0 & 0 & T/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Vektor $\underline{v}$ definisan je kao u prethodnom slučaju.

Jednačina merenja

Jednačina merenja je:

$$\underline{y}(k) = \underline{C}\underline{x}(k) + \underline{v}(k) \quad (10)$$

gde je:

$$\underline{y} = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T \quad (11)$$

$$\underline{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T \quad (12)$$

$\underline{y}$ — vektor merenja,

$y_i, i=1, 2, 3$ — izmerene pravouglo koordinat cilja,

$\underline{v}$ — vektor šuma merenja.

Matrica C , u slučaju kretanja cilja približno konstantnom brzinom, ima oblik:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

a u slučaju kretanja približno konstantnim ubrzanjem ima oblik:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Senzori mere sferne koordinate cilja: daljinu d i uglove azimuta β i elevacije α , a $y_i, i=1, 2, 3$ se dobijaju transformacijom izmerenih sfernih koordinata y_d, y_β, y_α , u pravouglo:

$$y_x = y_d \cos y_\alpha \cos y_\beta \quad (15)$$

$$y_y = y_d \cos y_\alpha \sin y_\beta \quad (16)$$

$$y_z = y_d \sin y_\alpha \quad (17)$$

Pretpostavlja se da su šumovi merenja sfernih koordinata v_d, v_β, v_α , aditivni beli, međusobno nekorelisani gausovski šumovi. Neka su $\sigma_d^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\alpha^2$ varijanse izmerenih sfernih koordinata. Kovarijanse izmerenih pravouglolikih koordinata su:

$$\sigma_x^2 = \sigma_d^2 \cos^4 \alpha \cos^2 \beta + y^2 \sigma_\beta^2 + z^2 \sigma_\alpha^2 \cos^2 \beta = r_{11} \quad (18)$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_d^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \sigma_\beta^2 x^2 + z^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \beta = r_{22} \quad (19)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_d^2 \sin^2 \alpha + r^2 \sigma_\alpha^2 = r_{33} \quad (20)$$

$$\sigma_{xy} = -xy \sigma_\beta^2 + z^2 \sigma_\alpha^2 \sin \beta \cos \beta + \sigma_d^2 \cos^2 \alpha \cos \beta \sin \beta = r_{12} = r_{21} \quad (21)$$

$$\sigma_{xz} = -zr \sigma_\alpha^2 \cos \beta + \sigma_d^2 \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta = r_{13} = r_{31} \quad (22)$$

$$\sigma_{yz} = -zr \sigma_\alpha^2 \sin \beta + \sigma_d^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta = r_{23} = r_{32} \quad (23)$$

gde je:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad d = \sqrt{r^2 + z^2} \quad (24)$$

Jednačine (18—23) slede iz izraza (15—17), imajući u vidu osobine šumova merenja flernih koordinata. Vektor $\underline{v}$ je vektor belih, međusobno nekorelisanih šumova, koji se mogu smatrati gausovskim.

Kalmanov filter

Opšte vektorske jednačine Kalmanovog filtera su [3]:

— predikcija:

$$\hat{\underline{x}}(k|k-1) = A\hat{\underline{x}}(k-1|k-1) \quad (25)$$

$$P(k|k-1) = AP(k-1|k-1)A^T + GQ(k-1)G^T \quad (26)$$

— korelacija:

$$\hat{\underline{x}}(k|k) = \hat{\underline{x}}(k|k-1) + K(k)[\underline{y}(k) - C\hat{\underline{x}}(k|k-1)] \quad (27)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - K(k)CP(k|k-1) \quad (28)$$

$$K(k) = P(k|k-1)C^T(k)[P^l(k)]^{-1} \quad (29)$$

$$P^l(k) = C(k)P(k|k-1)C^T(k) + R(k) \quad (30)$$

Matrice koje se javljaju u prethodnim jednačinama definisane su na sledeći način:

$$Q(k) = [q_{ij}(k)] = \mathcal{E}\{\underline{w}(k)\underline{w}^T(k)\} = \text{diag}(\mathcal{E}\{w_1^2\} \mathcal{E}\{w_2^2\} \mathcal{E}\{w_3^2\}) \quad (31)$$

$$R(k) = [r_{ij}(k)] = \mathcal{E}\{\underline{v}(k)\underline{v}^T(k)\} \quad (32)$$

$$P(k) = \mathcal{E}\{[\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}(k)][\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}(k)]^T\} \quad (33)$$

$$f(i, j) = \begin{cases} 1, & (1 \leq i \leq 6) \wedge (1 \leq j \leq 6) \\ 0, & (i < 1) \vee (i > 6) \vee (j < 1) \vee (j > 6) \end{cases} \quad (37)$$

$i, j = 1, 2, \dots, 6$

Kalmanov filter (25—30) daje optimalnu ocenu $\hat{\underline{x}}$ stanja $\underline{x}$ linearnog matematičkog modela oblika (1). Ako se u jednačine (25—30) zamene A (4), G (5) i C (13) dobija se Kalmanov filter šestog reda, koji daje optimalnu ocenu stanja modela (1) — (5), a ako se u jednačine (25—30) zamene A (8), G (9) i C (14) dobija se Kalmanov filter devetog reda, koji daje optimalnu ocenu stanja modela (1), (7) — (9).

Inicijalizacija filtera šestog reda

Kalmanov filter šestog reda inicijalizuje se u trenutku prijema drugog merenja položaja cilja. Vektor ocene stanja inicijalizuje se na sledeći način:

$$\hat{\underline{x}}_j(k_2|k_2) = \underline{y}_j(k_2), \quad j = 1, 2, 3 \quad (34)$$

$$\hat{\underline{x}}_{j+3}(k_2|k_2) = \frac{\underline{y}_j(k_2) - \underline{y}_j(k_1)}{(k_2 - k_1)T}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (35)$$

gde je:

k_1 diskretni trenutak prvog, a k_2 diskretni trenutak drugog merenja. Kovarijansna matrica ocene stanja se inicijalizuje na sledeći način:

$$p_{ij}(k_2|k_2) = r_{ij}(k_2) + \frac{r_{i-3, j}(k_2) f(i-3, j+3)}{T(k_2 - k_1)} + \frac{r_{i, j-3}(k_2) f(i+3, j-3)}{T(k_2 - k_1)} + \frac{2r_{i-3, j-3}(k_2) f(i-3, j-3)}{T^2(k_2 - k_1)^2} \quad (36)$$

$i, j = 1, 2, \dots, 6$

gde je:

Jednačina (36) sledi iz jednačina (33), (34) i (35).

Inicijalizacija filtera devetog reda

Memoriše se L prethodnih vektora merenja cilja: $\underline{y}(k-m)$, $m=1, 2, \dots, L$. Pretpostavlja se da se cilj kreće jednako ubrzano na vremenskom intervalu $[(k-1)T, kT]$. Inicijalne ocene stanja $\underline{x}_j(k_I|k_I)$, $j=i, i+3, i+6$, u trenutku detekcije nagle promene ubrzanja k_I , određuje se tako da parabola:

$$\begin{aligned} x_i(k) = & \frac{T^2}{2} (k_I - k)^2 \hat{x}_{i+6}(k_I|k_I) - \\ & T (k_I - k) \hat{x}_{i+3}(k_I|k_I) + \\ & + \hat{x}_i(k_I|k_I) \end{aligned} \quad (38)$$

najmanje odstupa u srednjekvadratnom smislu od tačaka $[k-m, y_i(k-m)]$, $m=0, 1, \dots, L$ i to za $i=1, 2, 3$. Jednačine za određivanje inicijalnih vrednosti vektora stanja i njegove kovarijanske matrice date su u radu [4]. Ovaj način inicijalizacije, za dovoljno veliko L , obezbeđuje mnogo preciznije početne ocene koordinata i komponenti brzine cilja nego kada se koriste jednačine (25) — (27), a takođe i ocene komponenti ubrzanja cilja, što se razlikuje od uobičajene prakse da se za početnu ocenu ubrzanja usvoji nulti vektor. Primenom navedenog načina inicijalizacije postiže se brza konvergencija Kalmanovog filtera devetog reda.

Detekcija nagle promene ubrzanja

Detekcija nagle promene ubrzanja cilja vrši se radi preključivanja sa Kalmanovog filtera šestog reda na Kalmanov filter devetog reda, kada cilj, koji se kretao nultim ubrzanjem, počinje da ubrzava, a i radi ponovne inicijalizacije Kalmanovog filtera devetog reda, kada cilj naglo i značajno pro-

meni ubrzanje, pa filter nije u stanju da se ovoj promeni brzo prilagodi. Ako bi u ovim slučajevima došlo do izostanka preključivanja, odnosno reinicijalizacije filtera, proces praćenja bi počeo brže ili sporije da divergira. Kao mera divergencije filtera obično se koristi vektor inovacija:

$$\underline{i}(k) = \underline{y}(k) - C\underline{x}(k|k-1) \quad (39)$$

čija je kovarijanska matrica $P^i(k)$. Zapravo, da bi se izbegao uticaj šuma vektora inovacija koristi se osrednjena kvadratna forma inovacija [1]:

$$\begin{aligned} \lambda(k) = & \gamma \lambda(k-1) + \\ & + \underline{i}^T [P^i(k)]^{-1} \underline{i}(k), \quad 0 < \gamma < 1 \end{aligned} \quad (40)$$

Kada se desi da je $\lambda(k) > \lambda_g$ gde je λ_g određena granična vrednost, smatra se da je došlo do promene ubrzanja. Osrednjavanje inovacija vrši se u toku ustaljenog režima Kalmanovog filtera, odnosno za $k \geq k_I + k_p$, gde je k_p prosečno trajanje prelaznog procesa filtera ($k_p = k_{pI}$ za filter šestog, a $k_p = k_{pII}$ za filter devetog reda). Inicijalna vrednost λ je $\lambda(k_I + k_p) = 0$. S obzirom na to da je opisani postupak osrednjavanja rekurentan, on ima prelazni proces trajanja k_{si} , u toku koga izlazne vrednosti $\lambda(k)$ nisu validne. Zato proveru uslova $\lambda(k) > \lambda_g$ treba vršiti za $k \geq k_I + k_p + k_{si}$.

Detekcija nultog ubrzanja

Detekcija nultog ubrzanja obavlja se radi preključivanja sa filtera devetog reda na filter šestog reda, kada cilj koji se kretao ubrzano počne da se kreće pravolinijski, konstantnom brzinom. Smatra se da se to desilo onda kada srednja vrednost $N(k)$ norme ocene vektora ubrzanja postane manja od izvesne granične vrednosti N_g , odnosno:

$$N(k) = \frac{1}{3k_u} \sum_{i=0}^{k_u-1} \sum_{j=7}^9 |\hat{x}_j(k-i|k-i)| < N_g \quad (41)$$

Da bi se prethodni uslov ispitao potrebno je memorisati (baferovati) k_u — poslednjih normi. Memorisanje treba obavljati u ustaljenom režimu rada filtera, tj. kada je $k \geq k_I + k_{PII}$, a proveravanje uslova (41) kada je $k \geq k_I + k_{PII} + k_u$.

Postupak praćenja

Na slici 1 prikazan je dijagram toka praćenja cilja. Kada se izmere dva položaja cilja počinje ocenjivanje stanja cilja: izračunavaju se elementi kovarijanske matrice merenja $R(k)$ — jednačine (18—23), inicijalizuje se Kalmanov filter šestog reda i počinje da se primenjuje ocenjivanje stanja cilja. Popunjava se i obnavlja bafer za pamćenje L — vektora merenja položaja cilja. Nakon završetka prelaznog procesa filtera počinje osrednjavanje kvadratne forme inovacije, a nakon završetka prelaznog procesa filtera za osrednjavanje počinje detekcija nagle promene ubrzanja.

Ako je promena ubrzanja detektovana obavlja se inicijalizacija filtera devetog reda i nadalje se primenjuje taj filter. Po isteku prelaznog procesa ovog filtera ponovo počinje osrednjavanje kvadratne forme inovacije, kao i memorisanje normi ocena ubrzanja. Nakon što je memorisano prvih k_u — normi počinje detekcija nultog ubrzanja. Ako je nulto ubrzanje detektovano, prelazi se na filter šestog reda, koji ne treba inicijalizovati već se preuzimaju zatečene vrednosti ocena koordinata i komponenti brzine cilja i njihovih kovarijansi, koje je dao filter devetog reda, s obzirom na to da su ove vrednosti dovoljno dobre. Na slici 2 prikazan je primer vremenske raspodele aktivnosti vezanih za praćenje cilja.

Simulacija praćenja

Simuliran je optoelektronski sistem praćenja, gde su televizijska kamera i laserski daljinomer senzori za

merenje položaja cilja. Simulira se servopokretanje senzora, merenje uglova orijentacije senzora, uglova cilja u odnosu na optičku osu senzora, kao i daljine cilja. Pri tome se simuliraju šumovi merenja, kao i kvantovanje signala senzora. Algoritam praćenja (slika 1) koristi rezultate simuliranog merenja, u realnom vremenu određuje ocenu stanja cilja, na osnovu koje se generišu upravljački signali za servosisteme za pokretanje senzora. Moguće je simulirati povremene prekide u merenju položaja cilja. Parametre leta cilja, procesa merenja, praćenja i upravljanja servosistemima, uključujući i period odabiranja i varijanse šumova merenja, moguće je proizvoljno zadavati.

Rezultati simulacije

Na osnovu ispitivanja procesa praćenja cilja pri različitim oblicima putanje, za period odabiranja $T=0,04$ sekundi i varijanse šuma merenja date u tabeli 1, došlo se do vrednosti parametara procesa praćenja datih u tabeli 2, koje obezbeđuju kvalitetno praćenje ciljeva koji se kreću približno konstantnom brzinom ili konstantnim ubrzanjem, sa povremenim prelascima s jednog režima kretanja na drugi.

Tabela 1

Varijanse šuma merenja

Veličina	Varijansa šuma	
	najmanja	najveća
α (rad ²)	$2,560 \cdot 10^{-8}$	$4,494 \cdot 10^{-6}$
β (rad ²)	$2,704 \cdot 10^{-7}$	$6,1504 \cdot 10^{-6}$
d (m ²)	2,25	2,25

Pri jednoj simulaciji praćenja cilja, koji se kreće po putanji prikazanoj na slici 3, dobijene su ocene koordinata, komponenti brzine i ubrzanja cilja s greškama prikazanim di-

Sl. 1 — Dijagram toka praćenja cilja

Sl. 2 — Vremenski dijagram praćenja

Tabela 2
Parametri praćenja

Parametar	Vrednost
k_{pI}	33
k_{pII}	55
k_{sI}	16
k_u	9
L	25
q_{11} , (m^2/s^2), za $n=6$	0,0004
q_{22} , (m^2/s^2), za $n=6$	0,0004
q_{33} , (m^2/s^2), za $n=6$	0,0004
q_{11} , (m^2/s^4), za $n=9$	0,1225
q_{22} , (m^2/s^4), za $n=9$	0,1225
q_{33} , (m^2/s^4), za $n=9$	0,1225
T (s)	0,04
γ	0,92
λ_z	100

jagramima, na slikama 4 do 12. U intervalima od 0 do 10 i od 24 do 35 sekundi cilj se kreće konstantnom brzinom, a u intervalu od 10 do 24 sekundi on se kreće ubrzano (ubrzanje je 45 m/s^2). Simulirani su prekidi u procesu merenja — merenja položaja cilja nije bilo u vremenskim intervalima: od 6 do 9,28 sekundi, od 16,5 do 19,28 sekundi i od 30 do 33,76 sekundi. Na dijagramima se vidi da su posledice gubitaka merenja u periodima kada se cilj kreće konstantnom brzinom, a da se pri ubrzanom kretanju cilja, zbog gubitaka merenja, javlja izvesna divergencija praćenja, koja se pri nastavku merenja brzo eliminiše. To ukazuje na to da se na osnovu ocena stanja cilja može prilično precizno vršiti predviđanje njegovog položaja nekoliko sekundi unapred.

U tabeli 3 prikazane su srednje-kvadratne greške ocena koordinata, komponenti brzine i ubrzanja cilja. Osrednjavanje je vršeno po vremenu,

u intervalima navedenim u tabeli, kao i po realizacijama simuliranog praćenja (za 20 simulacija). Prva tri inter-

vala odgovaraju ustaljenim režimima Kalmanovih filtera.

Sl. 3 — Putanja cilja

Sl. 6 — Greška ocene z-koordinate

Sl. 4 — Greška ocene x-koordinate

Sl. 7 — Greška ocene x-komponente brzine

Sl. 5 — Greška ocene y-koordinate

Sl. 8 — Greška ocene y-komponente brzine

Sl. 9 — Greška ocene z-komponente brzine

Sl. 11 — Greška ocene y-komponente ubrzanja

Sl. 10 — Greška ocene x-komponente ubrzanja

Sl. 12 — Greška ocene z-komponente ubrzanja

Tabela 3

Srednjekvadratne greške

Interval (s)	1,5 do 10,0	12,0 do 24,0	27,0 do 35,0	1,5 do 35,0
σ_x (m)	0,62	0,41	0,53	0,52
σ_y (m)	0,89	0,48	0,50	1,10
σ_z (m)	0,68	0,51	0,53	0,60
$\dot{\sigma}_x$ (m/s)	0,74	1,02	0,59	1,15
$\dot{\sigma}_y$ (m/s)	0,53	0,96	0,57	3,68
$\dot{\sigma}_z$ (m/s)	0,46	0,79	0,56	0,97
$\ddot{\sigma}_x$ (m/s ²)	0	0,97	0	1,54
$\ddot{\sigma}_y$ (m/s ²)	0	0,86	0	6,13
$\ddot{\sigma}_z$ (m/s ²)	0	0,60	0	0,91

Zaključak

Izloženi postupak praćenja preključivanjem dva Kalmanova filtera, obezbeđuje dovoljno precizno praćenje manevrišućeg cilja u vazdušnom prostoru bez smanjenja tačnosti praćenja cilja koji se kreće pravolinijski, konstantnom brzinom, što je najčešći režim kretanja ovakvih ciljeva. Za razliku od postupka praćenja primenom jednog Kalmanovog filtera devetog reda, čak i kada je on adaptivan, opisa-

ni postupak daje optimalne rezultate i u režimu leta cilja konstantnim ubrzanjem i u režimu leta konstantnom brzinom. Stoga je pogodniji za praćenje cilja koji menja način kretanja.

Opisani postupak može se pojednostaviti tako što će se Kalmanov filter devetog reda inicijalizovati na način dat u literaturi [2]. Posledica ovog pojednostavljenja biće produženo trajanje prelaznog procesa filtera devetog reda, bez degradacija ostalih karakteristika celokupnog postupka praćenja.

Literatura:

- [1] Bar-Shalom, Y., Birmiwal, H.: Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. 18, No. 5, p. 621—629, Sept. 1982.
- [2] Gutman, P., Velger, M.: Tracking Targets Using Adaptive Kalman Filtering, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. 25, No. 5, p. 691—698, Sept. 1990.
- [3] Sorenson, H. W.: Kalman Filtering techniques, Ed. C. T. Leondes: Advances in Control Systems Theory and Applications, Vol. 3, 1966, p. 219—292, Academic Press.
- [4] Dodić, N.: Inicijalizacija Kalmanovog filtra metodom najmanjih kvadrata pri detekciji manevra, Naučno-tehnički pregled, god. XLIV, br. 8, str. 19—24, 1994.