Rezime:

U radu se analizira uticaj procesa opaljenja na cev artiljerijskog oruđa. Cev je posmatrana kao elastično telo koje je podvrgnuto delovanju impulsnog opterećenja. Dat je izraz za određivanje ugla nagiba cevi u vertikalnoj ravni. Na primeru jednog artiljerijskog oruđa analizirana je promena ugla nagiba sa promenom opterećenja po apsolutnoj vrednosti i po mestu delovanja. Dobijene vrednosti ugla nagiba upoređivane su sa vrednostima ugla nagiba koje su dobijene korišćenjem poluempirijskog izraza.

Ključne reči: dinamički ugib, ugao nagiba, cev artiljerijskog oruđa, polazni ugao.

EFFECTS OF THE INITIAL DYNAMIC TUBE BENDING ON THE
STARTING ANGLE OF THE MISSILE MOVEMENT

Summary:

The Conduct of an artillery tube during the firing process is analyzed. The tube is considered as an elastic tube under pulse loading. The expression for the determination of the deflection angle in vertical plane is presented. The change of deflection angle with changeable loading is analyzed including both the absolutely value and the position activity. The obtained results and the results with semi experience expression are compared.

Key words: dynamic bending, deflection angle, artillery tube, starting angle.

Uvod

U toku procesa opaljenja artiljerijskog oruđa projektil pri kretanju kroz cev, pod dejstvom sile pritiska barutnih gasova, urezivanjem vodećeg prstena u žlebove cevi izaziva u njoj određeno naponsko stanje i višestruko oscilatorno kretanje, koje povratno deluje na projektil. Posebno je interesantan trenutak kada projektil napušta usta cevi. To je takozvano područje »međubalistike« i u njemu nastaje odskočni ugao projektila.

Odskočni ugao čini vektor početne brzine projektila i početni položaj tangente na trenutnu osu unutrašnjosti cevi u trenutku kada projektil napušta cev. Njegova projekcija na vertikalnu ravan je vertikalni odskočni ugao, a projekcija na horizontalnu ravan je horizontalni odskočni ugao.

U artiljerijskoj praksi se pod vertikalnom komponentom odskočnog ugla podrazumeva ugao koji obrazuje

linija gađanja (LG) i linija polaza projektila (LP) u vertikalnoj ravni, (sl. 1).

Stvarni vertikalni odskočni ugao γ sastoji se od geometrijskog zbira

Sl. 1 — Uglovi gađanja

projekcija na vertikalnu ravan šest prostornih uglova [1] i [2], (sl. 2).

$$\gamma = \Theta - \varphi = \pm \gamma_p - \gamma_q + \gamma_\varphi - \gamma_d + \gamma_\omega \pm \gamma_T$$

gde su:

Θ — polazni ugao,

φ — ugao elevacije cevi,

γ_p — ugao na ustima cevi usled proizvodne zakrivljenosti unutrašnjosti cevi,

γ_q — ugao usled statičkog ugiba cevi zbog sopstvene mase,

γ_φ — ugao usled zakretanja cevi (apsolutni) u odnosu na ramena kolevke,

γ_d — ugao usled dinamičkog ugiba cevi kao elastičnog tela u trenutku kada projektil napušta usta cevi,

γ_ω — ugao između vektora trenutne aksijalne brzine projektila na ustima cevi i rezultujućeg vektora (aksijalne i radijalne komponente) projektila u momentu napuštanja cevi,

γ_T — ugao koji nastaje usled savijanja cevi zbog neravnomernog zagrevanja i različite debljine zida cevi.

Sl. 2 — Elementi odskočnog ugla

Komponente odskočnog ugla γ_p i γ_q , zavise od dimenzija i mase cevi, elastičnih svojstava materijala i mogućih grešaka u fazi izrade cevi i za određenu cev one su konstantne veličine.

Komponente γ_φ , γ_d i γ_ω nastaju kao posledica dinamičkog delovanja spoljnih sila na cev i nagibni (oscilujući) sklop oruđa za vreme opaljenja. Zavise od konstrukcije cevi i nagibnog sklopa, kao i od opaljenja u cevi oruđa.

S obzirom na to da se u dosadašnjoj praksi nije dovoljno istražio i odredio uticaj navedenih komponenti u kvantitativnom smislu na ukupnu veličinu odskočnog ugla, u ovom radu obrađen je uticaj dinamičkog ugiba cevi na ugao γ_d . (Uticaj statičkog ugiba na ugao γ_q obrađen je u [3]).

U praksi, prema [1] i [2], za određivanje vrednosti komponente odskočnog ugla γ_d koriste se poluempirijske formule:

$$\gamma_d = \frac{B_n}{EIB_k} (P_{kne} + R_{ud}) l_m \quad (1)$$

ili

$$\gamma_d = \frac{B_n}{EIB_k} \left(P_{kne} + R_{ud} - \frac{mV_u^2}{\rho_o} l_c \right) l_m \quad (2)$$

gde su:

- B_n — ekvatorijalni moment inercije dela cevi ispred preseka koji odgovara najvećem pritisku barutnih gasova,
- B_k — ekvatorijalni moment inercije oscilujućeg dela cevi,
- I — moment inercije za poprečni presek cevi,
- E — modul elastičnosti materijala cevi,
- P_{knm} — najveća vrednost sile pritiska barutnih gasova u cevi,
- e — krak dinamičkog sprega sila P_{knm} i R_u ,
- R_u — sila otpora trzanju u trenutku izlaska projektila iz usta cevi,
- d — krak dejstva sile R_u ,
- l_m — rastojanje, mereno po osi cevi, od oslonca cevi do preseka koji odgovara najvećem pritisku barutnih gasova u cevi,
- m — masa projektila,
- V_u — brzina projektila u trenutku izlaska iz cevi,
- ρ_o — radijus zakrivljenosti ose unutrašnjosti cevi,
- l_c — rastojanje, mereno po osi cevi, od usta do oslonca cevi.

Cilj ovog rada je da se, umesto poluempirijskih izraza dobiju, na osnovu

teorije oscilacija i odgovarajućih matematičkih metoda, analitički izrazi za određivanje ugla nagiba cevi γ_d .

Analitička metoda za određivanje ugla nagiba usled dinamičkog opterećenja

Dinamički ugib cevi, usled kojeg se javlja komponenta odskočnog ugla γ_d , nastaje dejstvom spoljnih sila:

— rezultanta sile pritiska barutnih gasova na dno cevi P_{kn} koja deluje u osi unutrašnjosti cevi (sl. 3).

$$P_{kn}(t) = p(t)S;$$

— sila otpora trzanju R deluje u centru mase trzajućih delova

$$R(t) = P_{kn}(t) - F_i(t);$$

— centrifugalna sila projektila F

$$F(t) = \frac{mV^2(t)}{\rho_c};$$

— sila težine projektila q ;

gde su:

$p(t)$ — pritisak barutnih gasova u cevi oruđa,

S — površina poprečnog preseka unutrašnjosti cevi,

$F_i(t)$ — sila inercije trzanja,

Sl. 3 — Sile koje deluju na cev oruđa

m — masa projektila,
 $V(t)$ — brzina projektila u cevi.

Pri određivanju ugla zakreta cevi polazi se od sledećih pretpostavki:

— radijus zakrivljenosti cevi je konstantan,

— kolevka, na koju se oslanja cev preko svojih klizača, kruto je telo,

— položaj centra masa trzajućih delova je na rastojanju od ose kanala cevi,

— koordinatni sistem y_0z postavljen je na mestu prednjeg oslonca cevi na kolevku,

— uticaj mase barutnog punjenja i sila trenja između cevi i projektila zanemaruje se.

Uzimajući u obzir sile koje opterećuju cev i navedene pretpostavke, de-

Sl. 4 — Model cevi oruđa

finisan je model konzole sa opterećenjem od poprečne sile

$$F_p(t) = F(t) - q$$

koja se kreće brzinom $V_p(t)$ i momenta

$$M_p(t) = [P_{kn}(t) - R(t)]e$$

Za ovako definisan model diferencijalna jednačina prinudnih oscilacija bez otporne sile je:

$$\gamma'' + \omega^2 \gamma = \frac{\Sigma M(t)}{B_k} \quad (3)$$

gde su:

γ — ugao zakreta,

ω — broj sopstvenih poprečnih oscilacija,

$M(t)$ — trenutna vrednost ukupnog momenta.

$$M(t) = [P_{kn}(t) - R(t)]e + \left[\frac{mV^2(t)}{\rho_c} - mg \right] z \quad (4)$$

Ako se pretpostavi da je u vremenskom intervalu Δt ekvatorijalni momenat inercije oscilujućeg dela cevi B_k konstantan, a momenat opterećenja linearno raspoređen, onda važi:

$$M(t) = M_{i-1} + \frac{M_i - M_{i-1}}{\Delta t_i} t = M_{i-1} + a_i t \quad (5)$$

gde je:

$$a_i = \frac{M_i - M_{i-1}}{\Delta t_i}$$

a_i — koeficijent pravca momenta.

U tom slučaju rešenje diferencijalne jednačine (3) prema [4] i [5] je:

$$\begin{aligned} \gamma_i = & \gamma_{i-1} \cos \omega \Delta t_i + \frac{\gamma'_{i-1}}{\omega} \sin \omega \Delta t_i + \\ & + \frac{M_{i-1}}{B_k \omega^2} (1 - \cos \omega \Delta t_i) + \\ & + \frac{a_i}{B_k \omega^3} (\omega \Delta t_i - \sin \omega \Delta t_i) \end{aligned} \quad (6)$$

gde su:

γ_{i-1} — početni ugao zakreta konzolnog dela cevi na posmatranom intervalu Δt_i ,

γ'_{i-1} — početna brzina zakreta konzolnog dela cevi u istom trenutku,

γ_i — ugao zakreta konzolnog dela cevi na kraju posmatranog intervala,

γ'_i — brzina zakreta na kraju posmatranog intervala.

$$\gamma'_i = \gamma'_{i-1} + \frac{\gamma_i - \gamma_{i-1}}{\Delta t_i}$$

Za određivanje ugla zakreta konzolnog dela cevi na prvom intervalu, tj. pri $t=0$, $\gamma'_0=0$. Prema tome, za prvi interval jednačina (6) pojednostavljuje se i dobija oblik:

$$\gamma_1 = \frac{M_0}{B_k \omega^2} (1 - \cos \omega \Delta t_1) + \frac{a_1}{B_k \omega^3} (\omega \Delta t_1 - \sin \omega \Delta t_1) \quad (7)$$

Po prestanku delovanja spoljnih sila, tj. od trenutka kada projektil napusti usta cevi nastupaju slobodne oscilacije, pa izraz za određivanje ugla oscilacija ima oblik:

$$\gamma = \gamma_u \cos \omega(t - t_u) + \frac{\gamma'_u}{\omega} \sin \omega(t - t_u) \quad (8)$$

gde su:

t_u — vreme od trenutka pokretanja do izlaska projektila iz cevi,

γ_u — ugao zakreta u vremenu t_u ,

γ'_u — ugao brzina zakreta u vremenu t_u .

Za određivanje ugla zakreta po izrazima (6, 7 i 8) potrebno je, osim ekvatorijalnog momenta inercije cevi B_k , odrediti broj sopstvenih poprečnih oscilacija cevi ω .

Određivanje broja sopstvenih poprečnih oscilacija cevi

Za određivanje perioda sopstvenih poprečnih oscilacija cevi polazi se od opšte jednačine za oscilatorno kretanje [1]

$$m_z \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = F(t) \quad (9)$$

gde su:

$m_z = \rho S_z$ — masa cevi na jedinici dužine,

ρ — specifična gustina

S_z — površina poprečnog preseka cevi na mestu z ,

y — ugib cevi,

I_z — moment inercije poprečnog preseka na mestu z ,

$F(t)$ — sila koja se proizvoljno menja po vremenu.

Pri $F(t)=0$ jednačina (9) dobija oblik

$$m_z \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (10)$$

Jednačina (10) verno opisuje slobodne poprečne oscilacije cevi, ali se teško rešava analitički. Poteškoće nastaju zbog toga što se promene mase i momenta inercije preseka cevi ne mogu verno analitički opisati.

Za cev konstantnog poprečnog preseka (po čitavoj dužini cevi) rešenje jednačine (10) može se napisati kao:

$$y = y_0(z) \cos(\omega t + \alpha) \quad (11)$$

gde su:

$y_0(z)$ — nova promenljiva koja zavisi od koordinate z ,

ω — kružna frekvencija,

α — početna faza oscilovanja.

Uvrštavajući jednačinu (11) u (10) dobija se:

$$\frac{\partial^2 y_0}{\partial z^2} = k^4 y_0 \quad (12)$$

gde je:

$$k^4 = \omega^2 \frac{\rho S}{EI} \quad (13)$$

Polazeći od opšteg integrala jednačine (12) čiji je oblik:

$$y_0 = A \sin kz + B \cos kz + C \operatorname{sh} kz + D \operatorname{ch} kz$$

ili

$$y = \cos(\omega t + \alpha) (A \sin kz + B \cos kz + C \operatorname{sh} kz + D \operatorname{ch} kz) \quad (14)$$

i njenih derivacija y' , y'' i y''' i koristeći granične uslove (za $z=0$, $y=y'=0$ i za $z=1$, $y''=y'''=0$) dolazi se do frekventne jednačine:

$$1 + \operatorname{ch} kl \cos kl = 0 \quad (15)$$

Koreni frekventne jednačine (15) određuju se grafičkim putem [4] i njihova vrednost je: $kl=1875$; 4694 ; 7855 , itd.

Uvrštavanjem vrednosti za k u jednačinu (15) dobija se izraz za određivanje frekvencije poprečnih oscilacija cevi:

$$\omega = \frac{3.516 C_z n}{l^2} \sqrt{\frac{I}{S}} \quad (16)$$

gde su:

$$C_z = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ — brzina prostiranja poprečnih oscilacija,}$$

n — broj korena frekventne jednačine.

Za cev artiljerijskog oruđa kod koje je spoljašnji radijus R_0 , a unutrašnji radijus r , izraz za određivanje frekvencije poprečnih oscilacija je:

$$\omega = 0,28 \frac{2\pi C_z n}{l^2} \sqrt{R_0^2 + r^2} \quad (17)$$

Ako se konzolni deo cevi posmatra kao zarubljena kupa sa cilindričnim otvorom, (sl. 5), sa zakonom promene:

$$R_z = \frac{R_0}{1 + z_0} (z_0 + z) \quad (18)$$

Sl. 5 — Cev u obliku zarubljene kupe

gde je:

$$z_0 = \frac{R_u}{R_0 - R_u} l$$

tada se jednačina (10) može rešiti primenom sinusne formule za oscilacije

$$y = u_z \sin \omega t \quad (19)$$

pa je

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \sin \omega t \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 u_z \sin \omega t \quad (21)$$

Uvrštavanjem izraza (20) i (21) u (10) dobija se:

$$\omega^2 \rho S_z \frac{u_z}{E} = \frac{d^2}{dz^2} \left(I_z \frac{d^2}{dz^2} u_z \right) \quad (22)$$

Odnosno, ako se uvrste izrazi za poprečni presek cevi S_z i moment inercije I_z jednačina (22) dobija oblik:

$$4\omega^2 \rho (R_z^2 - r^2) \frac{u_z}{E} = \frac{d^2}{dz^2} \left(R_z^4 \frac{d^2}{dz^2} u_z \right) \quad (23)$$

Da bi se rešila jednačina (23) uvodi se nova promenljiva

$$x = \frac{2\omega}{C_z} \sqrt{R_z^2 - r^2} \quad (24)$$

Sa novom promenljivom jednačina (23) dobija oblik

$$x^2 u_x = \frac{d^2}{dx^2} \left(x^4 \frac{d^2 u_x}{dx^2} \right)$$

ili

$$u_x = \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left\{ x^3 \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^3 \frac{du_x}{dx} \right) \right] \right\} \quad (25)$$

Jednačina (25) može se napisati na dva načina:

$$-u_x = \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^3 \frac{du_x}{dx} \right) = 3 \frac{du_x}{dx} + x \frac{d^2 u_x}{dx^2} \quad (26)$$

ili

$$u_x = \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^3 \frac{du_x}{dx} \right) = 3 \frac{du_x}{dx} + x \frac{d^2 u_x}{dx^2} \quad (27)$$

Jednačine (26) i (27) rešavaju se razvijanjem funkcije u_x u red, koristeći granične uslove (iste kao za promenljivu z). Dobijene vrednosti x iz jednačine (27) nerealne su i nemaju fizički smisao. Radi toga se određuju vrednosti za x u jednačini (26), tj. za slučaj kada je u_x odnosno $u_x < 0$. Dobijene vrednosti za x su najmanji koreni jednačina i omogućuju da se odredi frekvencija prvog i drugog tona poprečnih oscilacija cevi artiljerijskih oruđa.

Za vrednost korena $x_1 = 10,1766$ stvarna frekvencija prvog tona slobodnih poprečnih oscilacija cevi sa promenljivim poprečnim presekom je:

$$\omega_1 = (0,81 \sqrt{R_0^2 + r^2} - 0,5302 \sqrt{R_u + r^2}) \frac{2\pi C_z}{l^2} \quad (28)$$

Za određivanje drugog tona poprečnih oscilacija koristi se drugi najmanji koren jednačine (26), tj. $x_2 = 17,371$. Pa je izraz za određivanje frekvencije drugog tona slobodnih oscilacija cevi

$$\omega_2 = (1,3823 \sqrt{R_0^2 + r^2} + 0,3711 \sqrt{R_u + r^2}) \frac{2\pi C_z}{l^2} \quad (29)$$

Primer proračuna

Za ilustraciju proračuna ugla nagiba usta cevi uzeto je artiljerijsko oruđe sa sledećim karakteristikama:

- masa projektila $m = 47,6$ kg;
- specifična gustina materijala cevi $\rho = 8 \times 10^3$ Ns²/m⁴;
- modul elastičnosti materijala cevi $E = 21,6 \times 10^{10}$ N/m²;
- kalibar cevi $d = 152$ mm;
- spoljni prečnik cevi na mestu prednjeg oslonca $D_0 = 280$ mm;
- spoljni prečnik na ustima cevi $D_u = 180$ mm;
- radijus krivine ose unutrašnjosti cevi $\rho_0 = 4 \times 10^3$ m;
- rastojanje centra masa trzajućih delova od ose unutrašnjosti cevi $e = 6$ mm;
- rastojanje od usta cevi do prednjeg oslonca $l_c = 5,96$ m.

Koristeći rezultate proračuna unutrašnje balističke i vrednosti sile R za isto artiljerijsko oruđe [6] i [7], kao i izraze (4, 5, 6, 7 i 28), izračunat je ugao nagiba za frekvenciju prvog tona slobodnih poprečnih oscilacija cevi, čije su vrednosti prikazane u tabeli 1 i dijagramu na sl. 6.

Vrednost ugla nagiba za usta cevi u vertikalnoj ravni kod istog artiljerijskog oruđa, uz korišćenje poluempirijskog izraza (2), iznosi $\gamma_d = 2,657 \times 10^{-3}$ rad.

Sl. 6 — Dijagram promene ugla i brzine za kreta

Analizom vrednosti ugla nagiba, prikazanih u T.1 i dijagramu sl. 6, uočava se da ugao nagiba usta cevi u toku procesa opaljenja raste u funkciji

razima (2) i (6), uočava se da su one približno iste.

S druge strane, ako se uporedi ugao nagiba cevi usled sopstvene mase

Tabela 1

i	t	Δt	x=z	V	R	P _{kn}	M	a	γ	γ'
	10 ⁻³ (g)	10 ³ (g)	(m)	(m/s)	10 ³ (N)	10 ³ (N)	10 ³ (Nm)	10 ³ (Nm/s)	10 ⁻³ (rad)	(rad/s)
0	0	0	0	0	56,8	574,7	3,11	0	0	0
1	3,5	3,5	0,15	130	59,7	4400	26,01	6,54	0,0045	0,0013
2	5,5	2	0,64	350	67,0	6620	40,27	7,13	0,0176	0,0078
3	6,5	1	1,08	480	97,0	6320	40,78	0,51	0,0280	0,0192
4	8,0	1,5	1,83	630	127,5	5268	41,51	0,49	0,0656	0,0436
5	8,7	0,7	2,29	700	147,0	4790	44,59	4,40	0,0979	0,0898
6	9,6	0,9	3,03	775	175,0	3484	47,33	3,04	0,1817	0,1829
7	10,6	1	3,76	825	198,0	2730	54,04	6,71	0,3685	0,3696
8	11,9	1,3	4,98	885	221,0	1958	69,98	12,26	0,8560	0,7447
9	12,5	0,6	5,48	904	231,5	1750	77,60	12,70	1,3044	1,4920
10	13,0	0,5	5,96	920	245,0	1580	85,30	15,40	2,0514	2,9859

Sl. 7 — Dijagram slobodnih oscilacija cevi

vremena i zavisi od položaja projektila u cevi oruđa. Promena ima eksponencijalni karakter do trenutka kada projektil napusti usta cevi.

Ako se uporede vrednosti ugla nagiba na ustima cevi, izračunate po iz-

$\gamma_q = 1,26 \times 10^{-3}$ rad, izračunat u [3], za navedenu cev sa uglom nagiba usled dinamičkog opterećenja $\gamma_d = 2,05 \times 10^{-3}$ rad, vidi se da je $|\gamma_d| \approx 1,63 |\gamma_q|$.

Dijagram promene ugla rotacije usta cevi u funkciji vremena ($t = t_u$) u toku slobodnog oscilovanja cevi prikazan je na sl. 7.

Zaključak

Prikazani model proračuna ugla rotacije cevi, usled delovanja dinamičkog opterećenja, omogućuje da se sa dovoljnom tačnošću odredi njegova veličina u bilo kom trenutku kretanja projektila kroz cev. To je prednost prikazanog modela u odnosu na proračun po izrazima (1) i (2), gde se ugao γ_d od-

ređuje samo za trenutak kada projektil napušta usta cevi.

Na veličinu i smer otklona cevi, a samim tim i na veličinu i smer ugla zakreta, presudan uticaj imaju veličine proizvodne i statičke zakrivljenosti cevi kao i položaj centra masa trzajućih delova, tj. veličina kraka dinamičkog sprega.

U konkretnom primeru ugao nagiba, usled dinamičkog delovanja opte-

rećenja, ima suprotan predznak od ugla nagiba koji nastaje zbog delovanja sopstvene mase cevi.

Za potpuno korektnu analizu uticaja procesa opaljenja na dinamički ugao zakreta cevi potrebno je uzeti u obzir i otpornu silu, tj. prigušenje koje nastaje kretanjem cevi duž kolevke i rotacijom cevi i kolevke oko ramena kolevke, što bi mogla da bude tema daljeg rada na ovom problemu.

Literatura:

- [1] Orlov, B. V. i dr.: *Ustrojstvo i projektovanje stvolov artiljerijskih orudii*, Moskva, 1976.
- [2] Ristić, Z.: *Uticaj statičkog i dinamičkog proгиба cevi artiljerijskog oruđa na odskočni ugao*, VTG 3/89, Beograd, 1989.
- [3] Jakovljević, M.: *Statička zakrivljenost cevi artiljerijskog oruđa*, VTG, Beograd, 5/1996.
- [4] Rašković, D.: *Teorija oscilacija*, Beograd, 1968.
- [5] Landan L. D. i Lifšic, E. M.: *Teoretičeskaja fizika, mehanika*, Moskva, 1973.
- [6] Jakovljević, M.: *Projektovanje elemenata jednog artiljerijskog oruđa pomoću računara*, Specijalistički rad, CVVŠ KoV JNA, Zagreb, 1986.
- [7] Jakovljević, M.: *Projektovanje kolevke artiljerijskog oruđa pomoću računara*, VTG, Beograd, 6/1989.