Mr Veselinka Mašić,
dipl. inž.
Vojnotehnički institut VJ,
Beograd

PRILOG PRORAČUNU PRINUDNIH PRIGUŠENIH VIBRACIJA PONTONSKOG MOSTA SA JEDINSTVENIM GORNJIM STROJEM NA MIRNOJ VODI

UDC: 624.87.042.3

Rezime:

U radu su obrađeni efekti dejstva pokretnog opterećenja na pontonskom mostu sa jedinstvenim gornjim strojem. Efekti dejstva analizirani su preko uticajnih parametara, sa stanovišta dinamičkog koeficijenta. Pokretno opterećenje je aproksimirano koncentrisanom silom konstantnog intenziteta, koje se kreće po mostu konstantnom brzinom. Vrednost dinamičkog koeficijenta analizirana je u funkciji brzine kretanja sile, prigušenja i dr. Rezultati su pokazali da je vrednost dinamičkog koeficijenta reda veličine koja je usvojena u NATO.

Ključne reči: pontonski most, vibracije, prinudne vibracije, prigušene vibracije, dinamički koeficijent.

CONTRIBUTION TO THE CALCULATION OF FORCED DAMPED VIBRATIONS OF A FLOATING BRIDGE WITH THE UNIFORM SUPERSTRUCTURE ON STILL WATER

Summary:

Dynamic load effects on a floating bridge with uniform superstructure have been discussed in the paper. The effects have been analyzed through influencing parameters from the dynamic coefficient point of view. The dynamic load has been approximated by constant intensity concentrated force crossing the bridge by constant speed. The dynamic coefficient value has been analyzed in relation to force motion speed, damping, etc. The results have shown that the dynamic coefficient value corresponds with NATO requirements.

Key words: floating bridge, vibrations, forced vibrations, damped vibrations, dynamic coefficient.

Uvod

Problem dinamičkog efekta dejstva saobraćajnog opterećenja na mostne konstrukcije, kako civilnih tako i mostova za vanredne uslove korišćenja, svodi se na uvećanje odgovarajućih statičkih veličina (uticaja). Ovo uvećanje sastoji se u množenju tih veličina sa odgovarajućim dinamičkim koeficijentom. Vrednosti, odnosno obrasci za izračunavanje dinamičkog ko-

eficijenta, definisani su propisima. S obzirom na strogo kontrolisanje režima prelaska vozila preko mostova za vanredne uslove, za razliku od mostova za javni saobraćaj, kod ovih mostova limitirane su maksimalne vrednosti dinamičkog koeficijenta i one zavise od tipa mosta i vrste vozila.

Za mostove u vanrednim uslovima, kao specijalnih konstrukcija, ovakav pristup razmatranja dinamičkog efekta vozila ima određenih ne-

dostataka. To se, pre svega, reflektuje kroz nepoznavanje uticaja pojedinih parametara — karakteristika mostova od kojih zavisi njihovo dinamičko ponašanje. Pored tehničkih zahteva, pre svega nosivosti, ovi mostovi moraju da ispune i taktičke zahteve, a to su: da se više (mnogo) puta mogu montirati i demontirati; da su male mase (odnos mase mosta i mase vozila na njemu je približno jednak jedinici), i dr. Posledica ovih karakteristika jeste da ovaj tip mostova ima manju krutost u odnosu na civilne. S obzirom na značaj ovih parametara potreba za širom — kompleksnijom analizom dinamičkog ponašanja mosne konstrukcije realna je činjenica.

Na jednom tipu pontonskog mosta su analizirani dinamički efekti pojedinih merodavnih parametara, uz korišćenje podataka obrađenih u radu [1].

Dispozicija mosta

Osnovna podela pontonskih mostova, sa stanovišta kolovoza, tj. noseće grede — glavnog nosača, je:

— noseće grede i elementi kolovoza (podužni i poprečni nosači) povezani su međusobno odgovarajućim vezama u jedinstveni sistem gornjeg dela mosta (donji deo su plovni oslonci — pontoni);

— noseće grede i kolovozne nosače čine jedinstveni elementi — mosnice (mosnica).

U ovom radu razmatraće se drugi tip mostova, s obzirom na to da je to savremenija koncepcija u razvoju pontonskih mostova.

Osnovne karakteristike ovog tipa mosta su:

— noseća greda je kontinualna greda oslonjena na nepomerljive (krajnje — obalne) i pomerljive (srednje) oslonce;

— u sklopu statičkog, tj. dinamičkog reagovanja mosta izdvajaju se kao dominantne veličine ugibi grede, odnosno tonjenje pontona;

— torzione deformacije, s obzirom na bočnu stabilnost mosta, horizontalne deformacije i vrstu opterećenja, i uz usvojenu pretpostavku da je mirna voda, mogu se zanemariti;

— ugib u svim tačkama poprečnog preseka je isti;

— tonjenje pontona je linearno zavisno od opterećenja;

— uticaj horizontalne sile može se zanemariti.

Na slici 1 prikazana je dispozicija mosta koji čine prilazni i plovni deo. Na prilaznom delu noseća greda je ojačana, jer je slobodni deo grede l_0 duži od slobodnog dela grede u plovnom delu.

U radu je usvojena pretpostavka da se most nalazi na mirnoj vodi.

Sl. 1 — Dispozicija pontonskog mosta

Teorijska analiza

Dinamički model mosta i opterećenje

Na osnovu rezultata istraživanja, datih u radu [1], kao i teorijske analize — računskog modela, pri statičkom ponašanju, definisan je računski dinamički model mosta.

Iz statičke analize [2] proističe da se statički uticaji od pojedinačnog vozila gube na oko 15 m ispred i iza vozila. Maksimalna tonjenja pontona su na plovnom delu mosta. Na osnovu toga usvojena je dužina mosta od 30 m. Krutost grede, EI je konstantna i odgovara krutosti grede plovnog dela. U usvojenoj dispoziciji mosta (slika 2) prelazni deo grede ima istu dužinu kao što je i dužina slobodnog dela između dva pontona (l_1), što je značajno sa stanovišta usvojene vrednosti krutosti.

Masa noseće grede, ρ , po jedinici dužine mosta je konstantna. Masa pontona, M_p , ne može se zanemariti jer je

masa noseće grede koja »pripada« odgovarajućem pontonu — $\rho(l_1 + l_2)$, približno jednaka masi pontona. Pretpostavlja se da mase pontona deluju u osi grede. Noseća greda oslanja se u dve tačke na ponton. Kako je i l_1 približno jednako l_2 , ponton se predstavlja sa dva elastična oslonca. Karakteristika elastičnog oslonca — opruge, ista je za sve pontone i jednaka je polovini recipročne vrednosti deplasma pontona (P/u ; P — sila, u — tonjenje pontona). U tački oslanjanja grede na elastične oslonce, pridružena je polovina mase pontona, $1/2 M_p$. U definisanju statičkog modela poseban je problem određivanje prigušenja. S obzirom na to da se ne raspolaže tim podatkom, kao i da prigušenje C , za građevinske konstrukcije ne prelazi vrednost 0,20 [3], proračun će se zasnivati na pretpostavci o ovoj vrednosti prigušenja. Na osnovu iznetog, kao i usvojenih pretpostavki, definisan je dinamički model (slika 3).

Sl. 2 — Računska dispozicija mosta

Sl. 3 — Dinamički model mosta

Za pontonske mostove karakteristična su sledeća dinamička opterećenja:

- pokretno opterećenje,
- uticaj kretanja vode — vodeni tok.

Pošto se analiziraju uticaji mirne vode, proizilazi da je uticaj kretanja vode zanemarljiv.

Vozilo na mostu modelirano je sa pokretnom koncentrisanom silom, P , konstantnog intenziteta, a brzina kretanja sile po gredi, v , konstantna je.

Na osnovu ovog i stvarnog režima saobraćaja na pontonskim mostovima, aproksimirano opterećenje se definiše prema slici 3, tj. na sledeći način:

$$F(z,t) = \begin{cases} P \cdot H(t) \cdot \delta(z - v \cdot t) & 0 \leq v \cdot t \leq L \\ 0 & v \cdot t > L \end{cases} \quad (1)$$

gde je:

- z — koordinata tačke na gredi u kojoj se nalazi opterećenje,
- v — brzina kretanja sile preko mosta,
- P — intenzitet poremećaja sile,
- $H(t)$ — Hevisijadova funkcija,
- $\delta(z - v \cdot t)$ — Kronekerov simbol.

Vibracije modela mosta

Formulacija jednačine kretanja

Na osnovu rada [1] proračun konstrukcije — modela obavljen je primenom metode konačnih elemenata (MKE). Sistem modela je diskretizovan na konačne elemente koji su izloženi savijanju u vertikalnoj ravni sa ograničenim vertikalnim pomeranjima na mestima oslanjanja. Svaki linijski element grede ima četiri stepena slobode, obrtanje i vertikalno pomeranje u čvoru. Vertikalno pomeranje čvorova, u kojim su elastični oslonci, definisano je vezom:

$$y_i = R_i \cdot f \quad (2)$$

gde je:

- y_i — pomeranje elastičnog oslonca,
- R_i — reakcija u pomerljivom osloncu,
- f — recipročna vrednost koeficijenta krutosti opruge.

Matrična formulacija sistema kretanja glasi:

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = P \quad (3)$$

gde je:

- M — matrica mase sistema,
- C — matrica prigušenja sistema,
- K — matrica krutosti sistema,
- P — vektor generisanih sila,
- $Y(\dot{Y}, \ddot{Y})$ — vektor vertikalnog pomeranja (brzine, ubrzanja) čvorova.

Jednačina kretanja konačnog elementa glasi:

$$m\ddot{y}_e + c\dot{y}_e + ky_e = P_e \quad (4)$$

gde je:

- m — matrica mase elementa,
- c — matrica prigušenja elementa,
- k — matrica krutosti elementa,
- P_e — vektor generisanih sila u čvorovima elementa,
- $y_e(\dot{y}_e, \ddot{y}_e)$ — vektor vertikalnog pomeranja čvorova elementa.

Formiranje matrica masa, krutosti i prigušenja, odnosno vektora generisanih sila, pomeranja, brzina i ubrzanja, izvršeno je prema osnovnim principima MKE [3] i radu [1].

Rešavanje diferencijalnih jednačina kretanja sistema

Rešavanje diferencijalnih jednačina kretanja sistema zahtevalo je primenu računara. S obzirom na to da je sistem ovih jednačina linearan, primenjen je program IDIAS, koji ima široku primenu u oblasti konstrukcija, kako za statičku, tako i za dinamičku analizu. O tačnosti ovog programa, sa

stanovišta proračuna za usvojeni tip mosta, videti detaljnije u radu [1].

Formiranje odgovarajućih matri-
ca masa, krutosti i prigušenja i formi-
ranje vektora sila, korišćenjem ovog
programa izvršeno je prema principi-
ma datim u radu [1].

Slobodne neprigušene vibracije

Za usvojene vrednosti geometrij-
skih i fizičkih veličina, koje odgovara-
ju realnim vrednostima usvojenog ti-
pa mosta, određene su svojstvene fre-
kvencije, tj. svojstvene vrednosti i od-
govarajući svojstveni oblici. Dobijeni
podaci prikazani su u tabeli 1 i na slici
4, i to za prvih šest tonova.

Tabela 1

Broj tona	Svojstvena frekvencija (Hz)	Svojstvena vrednost (rad/s)
1	1,12	7,04
2	1,75	11,00
3	3,31	20,08
4	5,78	35,80
5	8,80	55,30
6	14,30	89,70

Sl. 4 — Svojstveni oblici

Prinudne neprigušene vibracije

Pri određivanju nosivosti pontonskih mostova bitni parametri su naprezanja noseće grede i tonjenje pontona. Maksimalno tonjenje pontona ne može — ne sme biti veće od dozvoljenog. Nosivost grede najčešće nije iskorišćena, jer je nosivost mosta uslovljena vrednošću dozvoljenog tonjenja pontona. Za takve analize merodavno je tonjenje srednjih pontona u mostu, s obzirom na to da je za ove pontone uticaj čvrstih oslonaca mosta manje izražen.

S obzirom na ove činjenice, analiza uticaja opterećenja na dinamičke veličine izvršena je preko uticaja na tonjenje srednjeg pontona, odnosno tačke A, prema slici 5.

Efekat dinamičkog dejstva opterećenja sagledan je preko dva parametara; brzine kretanja sile i njenog intenziteta.

Početni uslovi za sve slučajeve su:

$$y(z,0)=0$$

$$\dot{y}(z,0)=0 \quad (5)$$

gde je:

$y(z,0)$ — vertikalno pomeranje grede u trenutku nailaska opterećenja na most — model,

$\dot{y}(z,0)$ — brzina vertikalnog pomeranja grede u trenutku nailaska opterećenja na most — model.

Uticaj brzine kretanja

Na dijagramu na slici 6 prikazana je promena ugiba u tački A u funkciji položaja sile i njene brzine, i to za tri brzine. Brzine su usvojene na osnovu realnih brzina kretanja vozila na mostu (od 10 km/h do 20 km/h).

Dobijeni podaci pokazuju da je uvedena pretpostavka da veličina brzine kretanja sile preko mosta utiče na veličinu dinamičkih uticaja, odnosno na tonjenje pontona, realna.

Dinamički koeficijent iznosi:

$$\varphi = \frac{2 \cdot y_{\max}}{y_{\max} + y_{\min}} \quad (6)$$

gde je:

$y_{\max}$ — maksimalno tonjenje pontona — kaiša,

$y_{\min}$ — minimalno tonjenje pontona — kaiša.

Važno je istaći da $y_{\max}$ i $y_{\min}$ pripadaju istom talasu.

U tabeli 2 prikazane su odgovarajuće vrednosti dinamičkih koeficijenata.

Tabela 2

Brzina kretanja sile od 200 kN (m/s)	Dinamički koeficijent φ
3,0	1,068
6,0	1,093
10,0	1,172

Sl. 5 — Dispozicija položaja usvojene tačke, merodavne za ocenu dinamičkog uticaja opterećenja

Sl. 6 — Dijagram tonjenja — vertikalnog pomeranja tačke A na srednjem pontonu, u funkciji brzine kretanja sile

Prinudne prigušene vibracije

U prethodnoj tački sagledani su, preko vertikalnog pomeranja srednjeg pontona, tačka A, i efekti dinamičkog dejstva sile konstantnog intenziteta koja se kreće po mostu konstantnom brzinom, bez obuhvatanja otporne sile. Da bi se došlo do realnijih podataka, s obzirom na to da postoji prigušenje, efekat dejstva pokretnog opterećenja će se sagledati uključivanjem prigušenja.

Ovo sagledavanje izvršeno je uz pretpostavku o veličinama relativnog prigušenja. Analizirani su uticaji prigušenja na veličinu dinamičkog faktora, i to za različite brzine kretanja.

U dijagramima datim na slikama 7, 8 i 9 prikazana su pomeranja u funkciji vremena i to za $P=100$; 200 ; 300

kN, pri brzinama $v=3$; 6 ; i 10 m/s. Relativno prigušenje pridruženo je prvom tonu i varirano od $0,05$ do $0,15$. U tabeli 3 prikazane su vrednosti dinamičkog koeficijenta u funkciji ova tri parametra.

Iz dobijenih podataka proizilazi:

1. Efekat dejstva prigušenja na veličinu maksimalne amplitude vertikalnog pomeranja je izražen. To se vidi iz odnosa veličine dinamičkog faktora pri različitim veličinama prigušenja s istim brzinama kretanja sile. Na primer, pri kretanju sile od 100 kN brzinom od 10 m/s dinamički faktori za data prigušenja su u odnosima:

$$1,20:1,28:1,33=1,0:1,07:1,11$$

Tako je maksimalna amplituda vertikalnog pomeranja pontona za vrednost relativnog prigušenja $0,15$ manja za oko 11% u odnosu na odgovarajuću

Sl. 7 — Vertikalno pomeranje tačke A za $P=100$ kN

Sl. 8 — Vertikalno pomeranje tačke A za $P=200$ kN

Sl. 9 — Vertikalno pomeranje tačke A za $P=300 \text{ kN}$

amplitudu pri prigušenju od 0,05.

2. Efekat dejstva prigušenja pri istoj vrednosti sile izraženiji je za veće brzine. Na ovo ukazuje, na primer, odnos veličina maksimalne amplitude pri prigušenju 0,15 i 0,05 za silu od 100 kN, i on iznosi:

$$1,00:1,03 \quad \text{za } v=3,0 \text{ m/s}$$

$$1,20:1,33=1,00:1,11 \quad \text{za } v=10,0 \text{ m/s}$$

Sa teorijskog stanovišta ovi efekti su realna posledica funkcionalne zavisnosti veličine amplitude pomeranja i prigušenja i, u tom smislu, ova analiza ne daje ništa novo. Međutim, veličine tog efekta ukazuju koliko je, s obzirom na koncepciju projektovanja pontonskih mostova, lakša konstrukcija i istovremeno veća njena nosivost, za šta je značajno poznavanje efekta prigušenja.

3. Iz dijagrama vertikalnog pomeranja u tački A, koje se odnosi na pomeranje izazvano silama različitog intenziteta, ali pri istoj veličini prigušenja i istoj brzini kretanja, vidi se da efekat istog prigušenja na veličinu pomeranja nije isti.

4. Pored iznetog, interesantan je i podatak o efektu dejstva prigušenja sagledanog sa stanovišta veličine amplitude u funkciji vremena. Iz dijagrama se vidi da efekat prigušenja na veličinu pomeranja nije isti tokom vremena, što se odnosi na vreme kada je vozilo — sila na mostu. Taj efekat je izraženiji u drugoj polovini vremena, tj. nakon što je sila prešla preko tačke A. Iz toga proizilazi da i dinamički faktor nema istu vrednost tokom vremena.

5. Efekat prigušenja i brzine kretanja sile po mostu značajni su i za definisanje razmaka pokretnog opterećenja na mostu. Pod uslovom da prethodna sila ne utiče na faktore koje izaziva sledeća sila, razmak između dve sile je:

— za različite brzine, pri istom prigušenju, veći za manje brzine;

Tabela 3

Relativno prigušenje 1. tona	Dinamički koeficijent φ								
	Intenzitet sile (kN)								
	100,0			200,0			300,0		
	v (m/s)			v (m/s)			v (m/s)		
	3,0	6,0	10,0	3,0	6,0	10,0	3,0	6,0	10,0
0,05	1,03	1,14	1,33	1,02	1,13	1,30	1,02	1,11	1,29
0,10	1,02	1,08	1,28	1,04	1,04	1,19	1,00	1,05	1,18
0,15	1,00	1,06	1,20	1,01	1,01	1,13	1,00	1,03	1,11

— razlika između dve vrednosti razmaka, koji odgovaraju istom prigušenju a različitim brzinama, veća ako je prigušenje manje;

— razlika između dve vrednosti razmaka, koji odgovaraju istom prigušenju, a različitim brzinama, veća je što je prigušenje manje.

6. Pored ovih podataka interesantan je i uticaj intenziteta sile na vreme trajanja slobodnih prigušenih vibracija izazvanih pod uslovima da je relativno prigušenje isto i da je brzina kretanja svih sila ista. Iz datih dijagrama vidi se da vreme trajanja slobodnih prigušenih vibracija zavisi od intenziteta sile.

7. Na osnovu dobijenih pokazatelja uticaja pojedinih parametara (brzina kretanja, veličina prigušenja, intenzitet sile) na rastojanje sila (vozila) proizilazi da se pri definisanju tog rastojanja moraju ravnopravno razmatrati svi parametri.

Zaključak

Dinamički efekat dejstva saobraćajnog opterećenja sagledan je kroz uticaj pojedinih parametara (intenzitet sile, brzina kretanja sile po mostu, prigušenja) na vrednost dinamičkog koeficijenta.

Uticaj intenziteta sile na dinamički koeficijent ima smisla analizirati pri obuhvatanju i drugih faktora brzine kretanja i prigušenja.

Veličina prigušenja u konstrukciji mosta bitno utiče na vertikalno pomeranje konstrukcije (tonjenje pontona), kao i na dinamički koeficijent.

Brzina kretanja je faktor koji ima znatan uticaj na veličinu dinamičkog faktora.

Vrednosti dinamičkog koeficijenta kreću se oko vrednosti koju je usvojio NATO, a ona iznosi 1,10. To pokazuje da je dinamički model mosta, odnosno matematički model opterećenja, kao i uvedena pretpostavka o vrednosti prigušenja, korektno sprovedena.

Literatura:

- [1] Mašić, V.: Prilog proračunu prinudnih prigušenih vibracija pontonskih mostova na mirnim vodama, magistarski rad, Beograd, 1993.
- [2] Hiba, Ž.: Teorija pontonskih mostova i skela sa gornjim strojem posebnog tipa, Naučno-tehnički pregled, br. 5 1978.
- [3] Sekulović, M.: Metoda konačnih elemenata, Građevinska knjiga, Beograd, 1986.
- [4] Brčić, V.: Dinamika konstrukcije, Građevinska knjiga, Beograd, 1978.
- [5] Timošenko S.: Vibration Problems in Engineering, D. Van Nostrand Company.