METODA INTERVALNOG OCENJIVANJA POUZDANOSTI TEHNIČKIH SISTEMA ZA SLUČAJNU PROMENLJIVU KOJA IMA DVOPARAMETARSKU VEJBULOVU RASPODELU

UDC: 519.248:519.676

Rezime:

U ovom radu predložena je metoda intervalnog ocenjivanja pouzdanosti, $R(t)$, primenom kvantila beta raspodele. Predložena metoda upoređena je sa sličnom metodom datom u međunarodnom standardu IEC 61649. Rezultat upoređivanja ukazao je na primenljivost predložene metode. Pokazana je i mogućnost izrade tablica granica poverenja R_1 i R_2 za $R(t)$ i kao primer date su tri tablice. Radi ilustracije praktične primene ove metode navedena su tri primera.

Ključne reči: metoda, pouzdanost, Vejbulova raspodela, kvantil beta raspodele, granica poverenja.

METHOD OF THE INTERVAL EVALUATION OF TECHNICAL SYSTEMS RELIABILITY FOR THE RANDOM VARIABLE WITH THE TWO-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTION

Summary:

The interval reliability evaluation method by applying the beta distribution quantile has been proposed in this paper. The comparison between this method and a similar one given in the international standard IEC 61649 has pointed out the possibility of this method application. The tables of confidence limits R_1 and R_2 for the interval reliability evaluation are possible to be formed which is illustrated by three of them. There are also three examples which illustrate the application of this method in practice.

Key words: method, reliability, Weibull distribution, beta distribution quantile, confidence limit.

Uvod

U međunarodnom standardu IEC 61649 [1] prikazan je postupak intervalne ocene pouzdanosti $R(t)$, za slučaj kada vreme do otkaza, t , kao slučajna promenljiva, ima dvoparametarsku Vejbulovu raspodelu sa parametrom razmere b i parametrom oblika k . U navedenom standardu razmatra se samo donja granica poverenja R_{1-Y} | donja granica, jer se u praksi najčešće postavlja zahtev za vrednost minimalno prihvatljivi-

ve pouzdanosti. Međutim, ponekad je potrebno poznavati i gornju granicu poverenja za pouzdanost $R(t)$, kada se želi saznati šta se u najboljem slučaju može očekivati u pogledu pouzdanosti nekog tehničkog sistema.

U ovom radu predložen je postupak intervalne ocene pouzdanosti, $R(t)$, primenom kvantila beta raspodele. Ovaj postupak zasnovan je na pretpostavci da relativna učestanost, f , pojave otkaza u zadatom vremenu t ima beta raspodelu. Relativna učestanost,

f , predstavlja aproksimaciju nepouzdanosti, $Q(t)$, koja je jednaka funkciji raspodele, $F(t)$. Za usvojene vrednosti parametara b i k Vejbulove raspodele i zadato vreme bezotkaznog rada, t , pomoću računara generisani su pseudoslučajni brojevi t_i koji imaju ovu raspodelu. Broj vrednosti t_i koje su bile manje od zadatog vremena t , podeljen sa ukupnim brojem generisanih vrednosti t_i , predstavlja relativnu učestanost, f , pojave otkaza u vremenu t . Postupak generisanja pseudoslučajnih brojeva t_i ponavljan je dovoljan broj puta radi dobijanja histograma relativne učestanosti, f , pri raznim kombinacijama vrednosti parametara b i k . Dobijeni histogrami upoređivani su sa aproksimirajućom funkcijom beta raspodele. Uočeno je vrlo dobro uklapanje pretpostavljene funkcije beta raspodele u dobijene histograme, što je ukazivalo na opravdanost postavljene pretpostavke da se raspodela relativne učestanosti, f , može aproksimirati beta raspodelom sa parametrima A i B koji se određuju kao funkcije srednje vrednosti m_f i σ_f^2 relativne učestanosti f . Pošto su funkcija nepouzdanosti, $Q(t)$, i pouzdanosti $R(t)$, komplementarne do vrednosti 1, to se lako dobija funkcija beta raspodele kojom se aproksimira relativna učestanost nepojavljivanja otkaza, f' , tako što se uvede smena $f' = 1 - f$, a parametri A i B zamene mesta u funkciji gustine beta raspodele.

Pošto je potvrđeno da se može prihvatiti pretpostavka da f i f' imaju približno beta raspodelu, to se donja i gornja granica poverenja R_1 i R_2 za $R(t)$, respektivno, mogu odrediti pomoću gornjeg kvantila beta raspodele. Usvajajući vrednosti donjeg i gornjeg rizika α_1 i α_2 respektivno, i ukupnog broja otkaza r , moguće je uraditi tablice granica poverenja za R_1 i R_2 (tablice 1, 2 i 3) i na osnovu dobijene tačkaste ocene pouzdanosti $\hat{R} = f'$, u tablici direktno pročitati vrednosti za R_1 i R_2 .

Značenje upotrebljenih oznaka:

A, B	— parametri beta raspodele,
n	— ukupan broj tehničkih sistema podvrgnutih ispitivanju,
r	— ukupan broj otkaza nastalih u toku ispitivanja,
$R(t)$	— pouzdanost,
$\hat{R}, \hat{R}(t)$	— tačkasta ocena pouzdanosti,
$Q(t)$	— nepouzdanost,
$\hat{Q}, \hat{Q}(t)$	— tačkasta ocena nepouzdanosti,
t	— vreme do otkaza; zadato vreme bezotkaznog rada,
$f(t)$	— funkcija gustine raspodele (p.d.f.),
f	— relativna učestanost pojave otkaza,
q	— verovatnoća pojave otkaza,
f'	— relativna učestanost nepojavljivanja otkaza,
$p = 1 - q$	— verovatnoća nepojavljivanja otkaza,
$m_f = E(f)$	— srednja vrednost ili matematičko očekivanje slučajne promenljive f ,
$\sigma_f^2 = V(f)$	— varijansa slučajne promenljive f ,
b, k	— parametri Vejbulove raspodele,
$\hat{b}$	— tačkasta ocena parametra razmere, b ,
$\hat{k}$	— tačkasta ocena parametra oblika, k ,
$B(A, B)$	— beta funkcija,
$\Gamma(A)$	— gama funkcija,
$x_{v_1; v_2; \gamma}$	— gornji kvantil beta raspodele; v_1, v_2 — parametri raspodele, γ — gornji kvant (rizik),
R_1, R_2	— donja gornja granica poverenja za $R(t)$,

$R_{1-\gamma}$ | d.g. — donja granica poverenja za $R(t)$, [1], d.g.=donja granica,
 α_1, α_2 — donji, gornji rizik,
 P — poverenje.

Teorijska osnova

Ako vreme do otkaza, t , kao slučajna promenljiva, ima dvoparametar-sku Vejbulovu raspodelu sa parametrima b i k , tada je funkcija pouzdanosti, $R(t)$, data sledećim izrazom, [1]:

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{b} \right)^k \right]; \quad b; k > 0, t \geq 0, \quad (1)$$

gde je:

b — parametar razmere,

k — parametar oblika,

t — zadato vreme bezotkaznog rada.

Funkcija nepouzdanosti, $Q(t)$, kao komplementarna funkcija pouzdanosti, data je sledećim izrazom:

$$Q(t) = F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{b} \right)^k \right]. \quad (2)$$

$R(t)$ je verovatnoća da do zadatog vremena, t , ne dođe do pojave otkaza, a $Q(t)$ je verovatnoća da se do tog vremena pojavi otkaz. Da bi se odredile ove verovatnoće, potrebno je da se na osnovu vrednosti: $t_1, t_2, \dots, t_r$, koje je uzela slučajna promenljiva t , odrede tačkaste ocene $\hat{b}$ i $\hat{k}$ za parametre b i k , respektivno. Zamenom b i k njihovim tačkastim ocenama $\hat{b}$ i $\hat{k}$ u izrazima (1) i (2) dobija se:

$$\hat{R}(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{b}} \right)^{\hat{k}} \right] \quad (3)$$

$$\hat{Q}(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{b}} \right)^{\hat{k}} \right]. \quad (4)$$

Za određivanje tačkastih ocena najčešće se koristi metoda maksimalne verodostojnosti [1, 2].

Tačkasta ocena nepouzdanosti $\hat{Q}$ može se odrediti kao relativna učestanost, f , broja otkaza r_t do zadatog vremena t i ukupnog broja otkaza r , tj.:

$$\hat{Q}(t) \approx f = \frac{r_t}{r}. \quad (5)$$

Matematičko očekivanje i varijansa relativne učestanosti f , kao slučajne promenljive, date su sledećim izrazima, [3]:

$$E(f) = m_f = q = 1 - p \quad (6)$$

$$V(f) = \sigma_f^2 = \frac{p(1-p)}{r}, \quad (7)$$

gde je:

q — verovatnoća pojave otkaza u zadatom vremenu t ,

$p = 1 - q$ — verovatnoća nepojavlivanja otkaza u zadatom vremenu t .

Iako slučajna promenljiva f nije kontinualna za konačne vrednosti r_t i r , njena raspodela može se aproksimirati zakonom raspodele kontinualne slučajne promenljive $u \in [0; 1]$.

Neka kontinualna slučajna promenljiva u ima beta raspodelu sa parametrima A i B , čija je funkcija gustine raspodele:

$$f(u) = \frac{1}{B(A, B)} u^{A-1} (1-u)^{B-1}; \quad A; B > 0, \quad (8)$$

gde je:

$$B(A, B) = \frac{\Gamma(A)\Gamma(B)}{\Gamma(A+B)},$$

Γ — gama funkcija.

Matematičko očekivanje ili srednja vrednost i varijansa slučajne promenljive u date su sledećim izrazima [4]:

$$m_u = \frac{A}{A+B} \quad (9)$$

$$\sigma_u^2 = \frac{A}{(A+B)^2(A+B+1)} \quad (10)$$

Pošto je usvojeno da slučajne promenljive f i u imaju isti zakon raspodele, to je:

$$m_f = m_u \quad (11)$$

$$\sigma_f^2 = \sigma_u^2 \quad (12)$$

Zamenjujući m_u i σ_u^2 iz (9) i (10) u (11) i (12) i rešavanjem ove jednakosti po A i B , dobija se:

$$A = m_f \left(\frac{m_f - m_f^2}{\sigma_f^2} - 1 \right) \quad (13)$$

$$B = m_f \left(\frac{m_f - m_f^2}{\sigma_f^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{m_f} - 1 \right). \quad (14)$$

Na taj način se zakon raspodele relativne učestanosti f aproksimira beta raspodelom:

$$f(f) = \frac{1}{B(A,B)} f^{A-1} (1-f)^{B-1}, \quad (15)$$

čiji su parametri A i B dati izrazima (13) i (14), respektivno.

Da bi se odredile vrednosti ovih parametara, može se usvojiti da je:

$$m_f = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\hat{b}} \right)^{\hat{k}} \right] \quad (16)$$

$$\sigma_f^2 = \frac{m_f(1-m_f)}{r}. \quad (17)$$

Dakle, na osnovu poznatih vrednosti za $\hat{b}$, $\hat{k}$, r i t , jednoznačno se mogu odrediti parametri A i B , a sa njima i zakon raspodele relativne učestanosti f .

Tačkasta ocena pouzdanosti $\hat{R}(t)$ može se, takođe, izraziti relativnom učestanošću f' koja je sa f vezana sledećom relacijom:

$$f' = 1 - f. \quad (18)$$

Kada se u izraz (15) uvede smena $f = 1 - f'$ dobija se:

$$f(f') = \frac{1}{B(B,A)} (f')^{B-1} (1-f')^{A-1}. \quad (19)$$

Pošto je $\hat{R}(t) = f'$, izraz (19) predstavlja raspodelu tačkaste ocene pouzdanosti, $\hat{R}$.

Intervalna ocena pouzdanosti

Kada se u izraz (19) uvedu smene: $f' = x$, $B = \nu_1$ i $A = \nu_2$, dobija se:

$$f(x) = \frac{1}{B(\nu_1, \nu_2)} x^{\nu_1-1} (1-x)^{\nu_2-1}. \quad (20)$$

Izraz (20) predstavlja beta raspodelu slučajne promenljive x sa parametrima ν_1 i ν_2 . Za usvojenu vrednost donjeg i gornjeg rizika α_1 i α_2 , respektivno, može se odrediti donja i gornja granica poverenja x_1 i x_2 , respektivno, za slučajnu promenljivu x :

$$X_1 = X_{\nu_1; \nu_2; 1-\alpha_1} \quad (21)$$

$$X_2 = X_{\nu_1; \nu_2; \alpha_2} \quad (22)$$

gde su: $X_{\nu_1; \nu_2; 1-\alpha_1}$ i $X_{\nu_1; \nu_2; \alpha_2}$ — gornji kvantili beta raspodele date izrazom (20).

Na osnovu uvedenih smena: $f' = \overset{\Delta}{R}(t) = x$, $B = v_1$ i $A = v_2$ mogu se napisati izrazi za donju i gornju granicu poverenja pouzdanosti $R(t)$:

$$R_1 = X_{B;A;1-\alpha_1} \quad (23)$$

$$R_2 = X_{B;A;\alpha_2} \quad (24)$$

gde je R_1 donja, a R_2 gornja granica poverenja za pouzdanost $R(t)$, a α_1 i α_2 su donji i gornji rizik, respektivno.

Parametri A i B određuju se pomoću izraza (13) i (14), kao funkcije od m_f i σ_f^2 koje su date izrazima (16) i (17) u kojima figurišu veličine $\overset{\Delta}{b}$, $\overset{\Delta}{k}$, r i t koje se moraju prethodno odrediti.

Kada se odrede granice poverenja

R_1 i R_2 , tada se sa poverenjem $P = 1 - (\alpha_1 + \alpha_2)$ može tvrditi da interval poverenja $[R_1, R_2]$ prekriva nepoznatu vrednost pouzdanosti $R(t)$.

Ako se u izrazu (16) tačkasta ocenjuje $\overset{\Delta}{R}(t)$, koja je data izrazom (3), zameni promenljivom $R \in [0, 1]$, onda se za usvojene vrednosti rizika α_1 i α_2 i ukupnog broja otkaza r , menjajući vrednosti za R , može uraditi tablica granica poverenja R_1 i R_2 (tabele 1, 2 i 3).

Ove tablice urađene su za broj otkaza $r = 5, 10$ i 20 i rizike $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,10$ sa priraštajem promenljive R : $\Delta R = 0,01$. Vrednosti za granice poverenja R_1 i R_2 , date u tabelama, nalaze se tako što se u preseku desetog i stotog dela od R nalazi vrednost za R_1 , a ispod ove vrednosti nalazi se vrednost za R_2 .

Tabela 1

Numeričke vrednosti granica poverenja, R_1, R_2 , za pouzdanost, $R(t)$
Broj otkaza, $r=5$ Donji rizik, $\alpha_1=0,10$ Gornji rizik, $\alpha_2=0,10$

$\overset{\Delta}{R}$	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0600	0,0700	0,0800	0,0900
0,000	—	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
	—	0,0123	0,0531	0,0937	0,1299	0,1622	0,1915	0,2183	0,2432	0,2665
0,100	0,0007	0,0012	0,0020	0,0029	0,0041	0,0056	0,0073	0,0093	0,0116	0,0141
	0,2885	0,3094	0,3293	0,3484	0,3667	0,3844	0,4015	0,4181	0,4342	0,4498
0,200	0,0169	0,0200	0,0232	0,0268	0,0305	0,0345	0,0387	0,0431	0,0478	0,0526
	0,4650	0,4798	0,4943	0,5085	0,5223	0,5358	0,5491	0,5621	0,5748	0,5873
0,300	0,0577	0,0629	0,0684	0,0740	0,0798	0,0858	0,0920	0,0983	0,1048	0,1115
	0,5995	0,6116	0,6234	0,6350	0,6464	0,6576	0,6686	0,6794	0,6900	0,7004
0,400	0,1184	0,1254	0,1326	0,1399	0,1474	0,1551	0,1629	0,1709	0,1790	0,1873
	0,7107	0,7208	0,7307	0,7405	0,7501	0,7595	0,7688	0,7779	0,7868	0,7956
0,500	0,1958	0,2044	0,2132	0,2221	0,2312	0,2405	0,2499	0,2595	0,2693	0,2792
	0,8042	0,8127	0,8210	0,8291	0,8371	0,8449	0,8526	0,8601	0,8674	0,8746
0,600	0,2893	0,2996	0,3100	0,3206	0,3314	0,3424	0,3536	0,3650	0,3766	0,3884
	0,8816	0,8885	0,8952	0,9017	0,9080	0,9142	0,9202	0,9260	0,9316	0,9371
0,700	0,4005	0,4127	0,4252	0,4379	0,4509	0,4642	0,4777	0,4915	0,5057	0,5202
	0,9423	0,9474	0,9522	0,9569	0,9613	0,9655	0,9695	0,9732	0,9768	0,9800
0,800	0,5350	0,5502	0,5658	0,5819	0,5985	0,6156	0,6333	0,6516	0,6707	0,6906
	0,9831	0,9859	0,9884	0,9907	0,9927	0,9944	0,9959	0,9971	0,9980	0,9988
0,900	0,7115	0,7335	0,7568	0,7817	0,8085	0,8378	0,8701	0,9063	0,9469	0,9877
	0,9993	0,9996	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela 2

Numeričke vrednosti granica poverenja, R_1 , R_2 , za pouzdanost, $R(t)$
 Broj otkaza, $r=10$ Donji rizik, $\alpha_1=0,10$ Gornji rizik, $\alpha_2=0,10$

$\hat{R}$	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0600	0,0700	0,0800	0,0900
0,000	—	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0014	0,0027	0,0045	0,0068
	—	0,0266	0,0625	0,0917	0,1169	0,1394	0,1601	0,1795	0,1978	0,2153
0,100	0,0095	0,0127	0,0163	0,0202	0,0244	0,0289	0,0337	0,0387	0,0440	0,0495
	0,2321	0,2483	0,2641	0,2794	0,2943	0,3088	0,3231	0,3371	0,3508	0,3642
0,200	0,0552	0,0612	0,0672	0,0735	0,0799	0,0865	0,0933	0,1002	0,1072	0,1144
	0,3775	0,3906	0,4034	0,4161	0,4286	0,4409	0,4531	0,4651	0,4770	0,4888
0,300	0,1217	0,1291	0,1366	0,1443	0,1521	0,1599	0,1679	0,1761	0,1843	0,1926
	0,5004	0,5119	0,5233	0,5345	0,5456	0,5566	0,5675	0,5783	0,5890	0,5996
0,400	0,2010	0,2095	0,2182	0,2269	0,2357	0,2446	0,2536	0,2628	0,2720	0,2813
	0,6101	0,6204	0,6307	0,6409	0,6509	0,6609	0,6708	0,6806	0,6902	0,6998
0,500	0,2907	0,3002	0,3098	0,3194	0,3292	0,3391	0,3491	0,3591	0,3693	0,3796
	0,7093	0,7187	0,7280	0,7372	0,7464	0,7554	0,7643	0,7731	0,7818	0,7905
0,600	0,3899	0,4004	0,4110	0,4217	0,4325	0,4434	0,4544	0,4655	0,4767	0,4881
	0,7990	0,8074	0,8157	0,8239	0,8321	0,8401	0,8479	0,8557	0,8634	0,8709
0,700	0,4996	0,5112	0,5230	0,5349	0,5469	0,5591	0,5714	0,5839	0,5966	0,6094
	0,8783	0,8856	0,8928	0,8998	0,9067	0,9135	0,9201	0,9265	0,9328	0,9388
0,800	0,6225	0,6358	0,6492	0,6629	0,6769	0,6912	0,7057	0,7206	0,7359	0,7517
	0,9448	0,9505	0,9560	0,9613	0,9663	0,9711	0,9756	0,9798	0,9837	0,9873
0,900	0,7679	0,7847	0,8022	0,8205	0,8399	0,8606	0,8831	0,9083	0,9375	0,9734
	0,9905	0,9932	0,9955	0,9973	0,9986	0,9994	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000

Primeri

Primer 1

Ispitivanju pouzdanosti podvrgnuto je 40 tehničkih sistema. Ispitivanje je prekinuto kada je nastupio 20. otkaz. Dobijena vremena do otkaza bila su sledeća: 5, 10, 17, 32, 32, 33, 34, 36, 54, 55, 55, 58, 58, 61, 64, 65, 65, 66, 67 i 68. Primenom testa saglasnosti po međunarodnom standardu IEC 61649 potvrđeno je sa nivoom značajnosti od 10% da vreme do otkaza, t , kao slučajna promenljiva koja je poprimala navedene vrednosti, ima dvoparametarsku Vejbulovu raspodelu sa parametrima b i k , čije tačkaste ocene, određene me-

todom maksimalne verodostojnosti, imaju vrednosti $\hat{b}=84$ i $\hat{k}=2,091$. Za tri odabrane vrednosti vremena t : 32, 46, 50 i 100, u [1] određene su tačkaste ocene pouzdanosti $R(t)$ i donja granica poverenja za $R(t)$, sa usvojenom vrednošću donjeg rizika $\alpha_1=0,10$ (dobijeni rezultati prikazani su u tabeli 4). Primenom predložene metode treba odrediti granice poverenja R_1 i R_2 , sa rizicima $\alpha_1=\alpha_2=0,10$ i uporediti dobijene rezultate sa odgovarajućim rezultatima u tabeli 4.

Rešenje:

Za primenu opisanog postupka urađen je računarski program pomoću

Tabela 3

Numeričke vrednosti granica poverenja, R_1 , R_2 , za pouzdanost, $R(t)$
 Broj otkaza, $r=20$ Donji rizik, $\alpha_1=0,10$ Gornji rizik, $\alpha_2=0,10$

$\hat{R}$	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0600	0,0700	0,0800	0,0900
0,000	—	0,0000	0,0001	0,0008	0,0025	0,0050	0,0084	0,0123	0,0168	0,0217
	—	0,0307	0,0574	0,0790	0,0981	0,1156	0,1322	0,1479	0,1631	0,1778
0,100	0,0270	0,0326	0,0385	0,0447	0,0510	0,0576	0,0643	0,0712	0,0782	0,0854
	0,1921	0,2060	0,2197	0,2331	0,2463	0,2593	0,2721	0,2847	0,2972	0,3095
0,200	0,0928	0,1002	0,1078	0,1155	0,1233	0,1312	0,1392	0,1473	0,1555	0,1638
	0,3217	0,3338	0,3457	0,3576	0,3693	0,3809	0,3924	0,4038	0,4152	0,4264
0,300	0,1721	0,1806	0,1891	0,1977	0,2064	0,2151	0,2239	0,2328	0,2418	0,2508
	0,4376	0,4486	0,4596	0,4706	0,4814	0,4922	0,5029	0,5135	0,5241	0,5346
0,400	0,2599	0,2690	0,2782	0,2875	0,2969	0,3063	0,3158	0,3253	0,3349	0,3446
	0,5450	0,5553	0,5656	0,5759	0,5860	0,5961	0,6062	0,6161	0,6261	0,6359
0,500	0,3543	0,3641	0,3739	0,3839	0,3938	0,4039	0,4140	0,4241	0,4344	0,4447
	0,6457	0,6554	0,6651	0,6747	0,6842	0,6937	0,7031	0,7125	0,7218	0,7310
0,600	0,4550	0,4654	0,4759	0,4865	0,4971	0,5078	0,5186	0,5294	0,5404	0,5514
	0,7401	0,7492	0,7582	0,7672	0,7761	0,7849	0,7936	0,8023	0,8109	0,8194
0,700	0,5624	0,5736	0,5848	0,5962	0,6076	0,6191	0,6307	0,6424	0,6543	0,6662
	0,8279	0,8362	0,8445	0,8527	0,8608	0,8688	0,8767	0,8845	0,8922	0,8998
0,800	0,6783	0,6905	0,7028	0,7153	0,7279	0,7407	0,7537	0,7669	0,7803	0,7940
	0,9072	0,9146	0,9218	0,9288	0,9357	0,9424	0,9490	0,9553	0,9615	0,9674
0,900	0,8079	0,8222	0,8369	0,8521	0,8678	0,8844	0,9019	0,9210	0,9426	0,9693
	0,9730	0,9783	0,9832	0,9877	0,9916	0,9950	0,9975	0,9992	0,9999	1,0000

Tabela 4

Tačkaste i intervalne ocene pouzdanosti $R(t)$

t	$\hat{R}(t)$	IEC 61649 $R_{0,9}$ donja granica	Predložena metoda	
			R_1	R_2
32,46	0,87	0,80	0,7686	0,9562
50	0,71	0,62	0,5757	0,8378
100	0,23	0,12	0,1197	0,3638

kojeg su određene granice poverenja R_1 i R_2 , a dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 4. Kao što se vidi, sve dobijene vrednosti za R_1 su manje, ali približne odgovarajućim vrednostima

za donju granicu poverenja $R_{0,9}$ | donja granica, što ukazuje na primenljivost predložene metode za intervalnu ocenu pouzdanosti $R(t)$.

Primer 2

Pod pretpostavkom da su tačkaste ocene $\hat{b}=84$ i $\hat{k}=2,091$, dobijene u Primeru 1, približne stvarnim vrednostima parametara b i k Vejbulove raspodele, za zadatu vrednost bezotkaznog vremena rada $t=50$ treba odrediti, pomoću računara, niz pseudoslučajnih brojeva $\hat{R}_i = \hat{R}_i(t)$; $i=1, 2, \dots, N=50$, koristeći izraz (3). Grafički prikazati histogram i funkciju gustine raspodele $f' = R(t)$ tačkaste ocene pouzdanosti. Za usvojene vrednosti donjeg i gornjeg rizika $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,10$, koristeći dobijeni histogram, odrediti empirijske granice poverenja r_1 i r_2 za pouzdanost $R(t)$.

Rešenje:

Pomoću računara generisano je $N=50$ vrednosti tačkastih ocena pouzdanosti $\hat{R}(t)$, koristeći zadate vrednosti i izraz (3). Na slici je prikazan histogram i kriva funkcije gustine raspodele $f(\hat{R}) = f(\hat{R})$.

Može se uočiti da se usvojena beta funkcija gustine raspodele dobro uklapa u histogram, što znači da je opravdana pretpostavka da tačkasta oce-

na $\hat{R}$ ima beta raspodelu datu izrazom (19), sa parametrima $A=5,44$ i $B=13,55$. Broj klasa, K , i širina klase, H , histograma, određene su pomoću sledećih izraza [5]:

$$K = 1 + \left\lfloor \frac{1}{2} \sqrt{r} \right\rfloor$$

$$H = \frac{\hat{R}_{\max} - \hat{R}_{\min}}{K}$$

gde je: $\hat{R}_{\min}$ najmanja, a $\hat{R}_{\max}$ najveća vrednost od $N=50$ generisanih pseudoslučajnih brojeva $\hat{R}_i = f'$ koji predstavljaju tačkaste ocene pouzdanosti $R(t)$.

Na slici su prikazane i vrednosti empirijskih granica poverenja r_1 i r_2 za $\hat{R}(t)$, koje su određene pomoću ovog histograma kao apscise histograma od

Grafički prikaz histograma i krive funkcije gustine raspodele $f(\hat{R})$

kojih je levo i desno površina dela histograma jednaka usvojenim rizicima čije su vrednosti jednake 0,10. Ove površine na histogramu imaju vertikalnu šrafuru. Vrednosti za $r_1=0,596$ i $r_2=0,851$, dobijene su pomoću računarskog programa koji je urađen specijalno za ove potrebe. Upoređujući vrednosti za r_1 i r_2 sa odgovarajućim vrednostima za R_1 i R_2 navedenih u tabeli 4, može se zaključiti da su one približne. Time se, takođe, potvrđuje opravdanost pretpostavke da se raspodela za slučajnu promenljivu $f'=\hat{R}(t)$ može aproksimirati beta raspodelom.

Primer 3

Ispitivanje pouzdanosti jednog tehničkog sistema obavljeno je do 5. otkaza. Na osnovu dobijenih rezultata, primenom poznatih metoda zasnovanih na pretpostavci da vremena do otkaza imaju dvoparametarsku Weibulovu raspodelu, utvrđena je tačkasta ocena pouzdanosti $\hat{R}(t)=0,85$. Koristeći tabele navedene u ovom radu odrediti granice poverenja R_1 i R_2 za $R(t)$, sa usvojenim rizicima $\alpha_1=\alpha_2=0,10$.

Rešenje:

Za $\hat{R}=0,85$, $r=5$ i $\alpha_1=\alpha_2=0,10$, u tabeli 1 dobija se da je $R_1=0,6156$ i $R_2=0,9944$.

Literatura:

- [1] International standard IEC 61649 — Goodness-of-fit tests, confidence intervals and lower confidence limits for Weibull distributed data, First edition, 1997.
- [2] Chapouille et R. De Pazzis, P.: Fiabilité des Systèmes, Masson, Paris, 1968.
- [3] Van Der Waerden, B. L.: Mathematische Statistik, Springer-Verlag, Berlin, 1965.

Zaključak

Metoda predložena za intervalnu ocenu pouzdanosti, $R(t)$, za podatke koji važe za zakon dvoparametarske Weibulove raspodele, zasnovana je na pretpostavci da tačkasta ocena pouzdanosti $\hat{R}(t)$ ima beta raspodelu. Ova pretpostavka proveravana je više puta na pseudoslučajnim brojevima generisanim pomoću elektronskog računara, a koji slede zakon dvoparametarske Weibulove raspodele. Dobijeni rezultati ukazivali su na opravdanost postavljene pretpostavke. Na osnovu nje, granice poverenja R_1 i R_2 za $R(t)$, sa usvojenim rizicima α_1 i α_2 i zadatim vremenom bezotkaznog rada t , određuju se pomoću gornjih kvantila beta raspodele.

Dobijene vrednosti za donju granicu poverenja R_1 upoređivane su sa vrednostima $R_{0.1}$ | donja granica navedenim u primeru međunarodnog standarda IEC 61649 i utvrđena je zadovoljavajuća približnost dobijenih rezultata, što ukazuje na primenljivost predložene metode.

- [4] Brkić, D. M.: One Method for Sample Size Evaluation, Microelectronics and Reliability, Vol. 29. No. 5, pp 691—693, 1989.
- [5] Brkić, D. M.: A Method for Evaluation of Number Class Intervals of Histogram, Microelectronics and Reliability, Vol. 32. No. 2/3, pp 245—248, 1991.