Zoran Radosavljević,
kapetan I klase
VP 2346, Batajnica

OPTIMALNA RASPODELA RESURSA PRI OPSLUŽIVANJU VAZDUHOPLOVA PRIMENOM DINAMIČKOG PROGRAMIRANJA

UDC: 519.81/.86:623.7

Rezime:

Opsluživanje grupe vazduhoplova na pristanišnoj platformi podrazumeva raspodelu ljudi i sredstava koji opslužuju svaki pojedini vazduhoplov iz definisane grupe. Raspodela mora da zadovolji određeni globalni cilj (kriterijumsku funkciju) i predviđena ograničenja za svaki konkretan problem. Potrebno je napraviti optimalnu raspodelu raspoloživih resursa po zadatim vazduhoplovima, tako da se posao opsluživanja završi u što kraćem (minimalnom) roku. Ograničenja će, pre svega, biti vezana za raspoloživi broj radnika, kao i za minimalni, odnosno maksimalni broj angažovanih radnika po svakom vazduhoplovu u grupi. Postavljeni problem spada u grupu kombinatornih problema optimalne raspodele ograničenih resursa i rešava se tehnikom dinamičkog programiranja. Ono što ovaj zadatak izdvaja i čini ga nekarakterističnim jeste da se on ne rešava ni aditivnim ni multiplikativnim oblikom dinamičkog programiranja. Činjenica da većina programskih paketa za računar rešavaju samo ova dva tipična oblika dinamičkog programiranja uticala je na neophodnost projektovanja softvera koji bi rešavao postavljeni problem.

Ključne reči: opsluživanje, dinamičko programiranje, raspodela resursa.

DYNAMIC PROGRAMMING APPLICATION IN THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF RESOURCES DURING AIRCRAFT SERVICING

Summary:

Servicing a group of aircrafts on a landing platform implies appropriate distribution of human and material resources for servicing each aircraft separately. The distribution must satisfy particular global goal (criterion function) as well as determined constraints for each particular problem. Available resources should be optimally distributed in order to complete servicing in a minimum time. Constraints concern, above all, the number of available workers as well as minimum and maximum number of workers per each aircraft in a group. The dynamic programming technique is applied to solve this problem which belongs to the group of combinatorial problems about optimal distribution of limited resources. The particularity of this task is that it cannot be solved neither by additive nor by multiplicative forms of dynamic programming. Since most of softwares solve only these two typical forms of dynamic programming it was necessary to design a software for solving this type of problems.

Key words: servicing, dynamic programming, distribution of resources.

Uvod

Opsluživanje vazduhoplova na pristanišnoj platformi (stajanci ili kaponiru) jedan je od osnovnih zadataka

vazduhoplovnotehničke službe (VTSl). Kriterijumi za procenjivanje dobro organizovanog i uspešno izvedenog opsluživanja su minimalno potrebno vreme opsluživanja, kao i naprezanje rad-

ne snage i sredstava opsluživanja. Navedeni kriterijumi odnose se kako na vojno, tako i na civilno vazduhoplovstvo i ukazuju na to da se problem optimalne opsluge vazduhoplova na pristanišnoj platformi može predstaviti i kao problem optimalne raspodele resursa. Ratna vazduhoplovstva, kao i kompanije koje se bave vazдушnim saobraćajem, manipulišu veoma skupim resursima, bilo da su u pitanju vazduhoplovi, gorivo ili specifično obučena radna snaga.

Vreme opsluživanja vazduhoplova na pristanišnoj platformi zavisi od obučenosti, opremljenosti i organizovanosti izvršioca. Odatle je jasno da se pravilnim dimenzioniranjem ljudskih i materijalnih resursa (radne snage i opreme) i njihovim adekvatnim raspoređivanjem na avione, vreme opsluživanja vazduhoplova na platformi može svesti na najmanju moguću meru.

Oppluživanje vazduhoplova na pristanišnoj platformi predstavlja skup radnji koje se obavljaju između dva leta radi pripreme vazduhoplova za naredni let. Postupak opsluživanja vazduhoplova podrazumeva angažovanje odgovarajuće radne snage (ljudstva) i opreme (sredstava). Pri tome, na broj radnika i sredstava koje treba angažovati utiče veći broj faktora. Među njima su najvažniji [1]: broj aviona koje treba opslužiti u jedinici vremena, produktivnost radne snage i opreme, raspored momenta ispostavljanja zahteva za pružanje određene usluge u posmatranom periodu, vreme potrebno za izvršenje pojedinih operacija, način raspoređivanja radnika i sredstava na zadatke opsluživanja aviona, itd. Uticaj svakog od ovih faktora treba pravilno sagledati pri dimenzioniranju potrebnih ljudskih i materijalnih resursa, jer se na taj način stvaraju uslovi za efikasno opsluživanje aviona na platformi aerodroma.

Cilj ovog rada je optimizacija raspodele ljudstva koje opslužuje grupe aviona na pristanišnoj platformi aerodroma. U osnovi opsluživanje vazdu-

hoplova može biti pojedinačno i timsko. Pošto je poznato da je timsko opsluživanje etičasnije od pojedinačnog, ovaj rad će se baviti optimalnom raspodelom resursa u timskom radu.

Problemi koji se rešavaju u ovom radu su kombinatorne prirode. Sa jedne strane, postoji ograničeni broj radnika koji opslužuju avion, a sa druge određeni broj aviona koji treba da bude opslužen. Problem može biti dodatno zakomplikovan ukoliko se ograniči minimalni i maksimalni broj radnika koji mogu da opslužuju jedan avion, ili se taj limitirajući faktor odredi posebno za svaki avion koji je potrebno opslužiti. Takvi problemi, u zavisnosti od svoje dimenzionalnosti, mogu biti rešavani klasičnim matematičkim metodama optimizacije ili, ukoliko je problem obimniji, primenom heurističkih metoda. Dinamičko programiranje, kao jedan od metoda za rešavanje kombinatornih problema, veoma je prikladan za ovu vrstu zadataka, pa će se zadati problem raspodele, rešavati ovom tehnikom.

Mogućnost primene tehnike dinamičkog programiranja na računarskim mašinama omogućava rešavanje obimnijih zadataka u veoma kratkom roku i tako promovise ovu tehniku u jednu od primerenijih u svim oblastima u kojima je vreme veoma bitan faktor.

Postavka problema

Posle sletanja avion dolazi na pristanišnu platformu, parkira se i zaustavlja se rad motora. Od tog momenta pa do momenta polaska na sledeći let obavlja se proces opsluživanja aviona na pristanišnoj platformi aerodroma. Neke od tih aktivnosti odvijaju se paralelno i bez zavisnosti jedne od drugih, a neke su zavisne i nadovezuju se jedna na drugu. Primer na kojem će biti predstavljen predloženi model je iz civilnog vazduhoplovstva, pa će dalji tok postavke problema biti preusmeren prvenstveno na komercijalno vazduhoplovstvo.

Aktivnosti o kojima se govori, na primeru aviona DC-10, su: postavljanje podmetača, postavljanje aviomosta, servis vode, rutinski pregled aviona, pregled dokumenata, servis toaleta, istovar kontejnera prednjeg bagaža, snabdevanje bifea, utovar kontejnera prednjeg bagaža, istovar kontejnera centralnog bagaža, utovar kontejnera centralnog bagaža, istovar komandnog teškog tereta, utovar komandnog teškog tereta, iskrcavanje putnika, čišćenje kabine, snabdevanje aviona gorivom, ukrcavanje putnika, start motora, uklanjanje podmetača, uklanjanje aviomosta, izvlačenje aviona pomoću traktora. Na datom primeru jasno se vidi da je utovar komadnog teškog tereta, recimo, uslovljen prethodnim istovarom komadnog teškog tereta, a snabdevanje aviona gorivom i čišćenje kabine predstavljaju nezavisne, paralelne, radnie.

Određene zavisnosti, odnosno nezavisnosti, između ovih operacija pružaju mogućnost primene neke od metoda mrežnog planiranja radi određivanja vremena potrebnog za opsluživanje određenog aviona. Mrežno planiranje je veoma prikladan metod u primeru jednog vazduhoplova. Međutim, kada se radi o većem broju aviona, i to još različitog tipa, problem postaje složen.

Problem koji se razmatra u ovom radu sastoji se u sledećem: određeni skup aviona $R = \{r_1, r_2, \dots, r_k\}$ potrebno je opslužiti raspoloživim brojem radnika N , tako da se svakom avionu r_k pridruži određeni broj radnika n_k , gde je $n_1 + n_2 + \dots + n_k + \dots + n_K = N$, odnosno

$N = \sum_{k=1}^K n_k$. Pored toga, dodatno je definisan i minimalni (n_k'), odnosno maksimalni (n_k'') broj radnika angažovanih na nekom avionu r_k relacijom $n_k' \leq n_k \leq n_k''$. Vreme potrebno da se opsluži jedan avion u funkciji je broja radnika koji ga opslužuju i označava se sa $t_k(n_k)$. Što je broj radnika koji opslužuju vazduhoplov na pristani-

šnoj platformi veći to će vreme opsluge biti kraće i obrnuto.

Ukoliko postoji R aviona, ukupno vreme njihovog opsluživanja biće vreme potrebno da se opsluži avion na kojem to najduže traje. Avioni se opslužuju paralelno (jednovremeno) i bitno je samo maksimalno, a ne ukupno vreme opsluživanja:

$$T = \max\{t_1(n_1), t_2(n_2), \dots, t_k(n_k), \dots, t_K(n_K)\} \quad (1)$$

Pošto je cilj minimizirati vreme opsluživanja vazduhoplova na pristanišnoj platformi relacija (1) će poprimiti oblik:

$$\min T = \min_{n_1, n_2, \dots, n_K} \{ \max\{t_1(n_1), t_2(n_2), \dots, t_k(n_k), \dots, t_K(n_K)\} \} \quad (2)$$

Navedeni zadatak označava raspodelu resursa u kojima su kriterijumske funkcije separabilne, pa se on efikasno može rešavati primenom dinamičkog programiranja.

Rešenje problema

Postavljeni problem opsluživanja više vazduhoplova na aerodromskoj pristanišnoj platformi, koji rešava ograničeni broj radnika, rešen je primenom teorije dinamičkog programiranja. Tehnika dinamičkog programiranja podrazumeva opis procesa raspodela resursa, izgradnju matematičkog modela i definisanje funkcionalne jednačine u osnovnom smislu, poznata je i nije je potrebno šire predstavljati [2, 5].

Pri konkretnom problemu prvo se postavlja funkcionalna jednačina. Sledeći korak je rešavanje manje dimenzionog problema datom teorijom zbog prezentacije njenog funkcionisanja na realnom problemu. Nakon toga prikazan je računarski program izrađen u Excel 97 i višedimenzioni primer obrađen tim programom. U postavci problema zaključeno je da je maksimalno vreme opsluživanja grupe vazduhoplo-

va na pristanišnoj platformi jednako najdužem vremenu opsluživanja vazduhoplova:

$$T = \max\{t_1(n_1), t_2(n_2), \dots, t_k(n_k), \dots, t_K(n_K)\} \quad (3)$$

Ograničenja za dati problem su:

$$n_k' \leq n_k \leq n_k'' \quad k=1, 2, \dots, K$$

kao i $n_1 + n_2 + \dots + n_k + \dots + n_K = N$, to

jest $N = \sum_{k=1}^K n_k$. Pošto je cilj minimizirati vreme opsluživanja, funkcionalna jednačina glasi:

$$T_K(N) = \min_{n_1, n_2, \dots, n_K} \{ \max\{t_1(n_1), t_2(n_2), \dots, t_k(n_k), \dots, t_K(n_K)\} \} \quad (4)$$

Iz ove opšte relacije moguće je formirati odgovarajuću rekurentnu jednačinu dinamičkog programiranja, koja će poslužiti za rešavanje skupa zadataka koji će dovesti do krajnjeg, optimalnog rešenja. Do krajnjeg rešenja dolazi se »invarijantnim uronjavanjem« promenljivih i to metodom korak po korak, sve do poslednje faze (K) dinamičkog programiranja:

$$T_K(N) = \min_{n_K} \{ \max\{t_K(n_K), T_{K-1}(N - n_K)\} \} \quad (5)$$

To znači da će za K koraka (faza), $k=1, 2, \dots, K$, razvijena funkcionalna jednačina poprimiti sledeći oblik:

— $K=1$

$$T_1(N) = t_1(n_1); n_1' \leq n_1 \leq n_1''$$

— $K=2$

$$T_2(N) = \min_{n_2} \{ \max\{t_2(n_2), T_1(N - n_2)\} \};$$

$$n_2' \leq n_2 \leq n_2''$$

·
·
·

— $K=K$

$$T_K(N) = \min_{n_K} \{ \max\{t_K(n_K), T_{K-1}(N - n_K)\} \};$$

$$n_K' \leq n_K \leq n_K''.$$

Na opisani način moguće je doći do »trenutnog optimuma« u svakoj fazi (k). Radi lakšeg predstavljanja dinamičkog programiranja na definisanom problemu, kao primer izabran je manjedimenzioni zadatak. Ukupan broj radnika koji se može angažovati na opsluživanju grupe vazduhoplova na pristanišnoj platformi aerodroma iznosi $N=12$. Minimalni broj angažovanih radnika po jednom avionu je $n_k'=3$, a maksimalni broj $n_k''=7$. Ograničenje predstavlja minimalni, odnosno maksimalni broj radnika koji opslužuju jedan avion i dato je za sve avione koji se nalaze na pristanišnoj platformi. Zadatak je moguće definisati i tako da svaki avion ima posebno ograničenje ove vrste. Broj aviona razmatranih u konkretnom primeru je $R=3$ (A, B i C). U ovom primeru uzeta su tri različita tipa vazduhoplova, pa je i vreme njihovog opsluživanja za iste uslove različito. U realnim okolnostima češće bi se nailazilo na situaciju sa nekoliko istih tipova vazduhoplova, što ne bi ni olakšalo ni otežalo problem (npr. 5 aviona 3 različita tipa — $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, C$). Vreme opsluživanja aviona za definisani broj radnika prikazano je u tabeli 1 i na slici 1.

Tabela 2 popunjava se rezultatima dobijenim invarijantnim uronjavanjem u rekurentnu formulu na opisan način. Broj razmatranih radnika (tabela 2) ne može da bude manji od 3, jer je to minimum za jedan avion (A), a ni veći od 12, jer predstavlja maksimum za sva tri aviona (A, B i C). Prva faza u kojoj se razmatra samo jedan avion (A) jednostavno je prepisana iz tabele 1 radi jednakosti $T_1(N) = t_1(n_1)$. Druga faza, u kojoj se razmatraju moguće kombinacije opsluživanja aviona A i aviona B omogućava dodatno upisivanje proračunatih vrednosti.

K=2

$$T_2(N) = \min_{n_2} \{ \max\{t_2(n_2), T_1(N - n_2)\} \}$$

Zavisnost vreme

n_k	
R	A
	B
	C

Sl. 1 — Grafički prikaz

Minimalno vreme

N	$n_1(N)$
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	—
9	—
10	—
11	—
12	—

Tabela 1
Zavisnost vremena opsluživanja od broja angažovanih radnika

n_k		3	4	5	6	7
R	A	55	45	37	32	30
	B	40	33	26	22	20
	C	57	46	40	35	33

Sl. 1 — Grafički prikaz zavisnosti i vremena opsluživanja od broja angažovanih radnika

Tabela 2
Minimalno vreme opsluživanja za date uslove angažovanja

N	$n_1(N)$	$T_1(N)$	$n_2(N)$	$T_2(N)$	$n_3(N)$	$T_3(N)$
3	3	55	—	—	—	—
4	4	45	—	—	—	—
5	5	37	—	—	—	—
6	6	32			—	—
7	7	30			—	—
8	—	—			—	—
9	—	—				
10	—	—				
11	—	—				
12	—	—				

N=6:

$$T_2(6) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(6 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(3), T_1(6 - 3) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 40, 55 \} \} = 55$$

N=7:

$$T_2(7) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(7 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(3), T_1(7 - 3) \}, \max \{ t_2(4), T_1(7 - 4) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 40, 45 \}, \max \{ 33, 55 \} \} = \min_{n_2} \{ 45, 55 \} = 45$$

N=8:

$$T_2(8) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(8 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 40, 37 \}, \max \{ 33, 45 \}, \max \{ 55, 26 \} \} = \min_{n_2} \{ 40, 45, 55 \} = 40$$

N=9:

$$T_2(9) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(9 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 40, 32 \}, \max \{ 33, 37 \}, \max \{ 26, 45 \}, \max \{ 22, 55 \} \} = \min_{n_2} \{ 40, 37, 45, 55 \} = 37$$

N=10:

$$T_2(10) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(10 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 40, 30 \}, \max \{ 33, 32 \}, \max \{ 26, 37 \}, \max \{ 22, 45 \}, \max \{ 20, 55 \} \} = \min_{n_2} \{ 40, 33, 37, 45, 55 \} = 33$$

N=11:

$$T_2(11) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(11 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 33, 30 \}, \max \{ 26, 32 \}, \max \{ 22, 37 \}, \max \{ 20, 45 \} \} = \min_{n_2} \{ 33, 32, 37, 45 \} = 32$$

Tabela 3

Minimalno vreme opsluživanja za date uslove angažovanja
posle druge faze

N	$n_1(N)$	$T_1(N)$	$n_2(N)$	$T_2(N)$	$n_3(N)$	$T_3(N)$
3	3	55	—	—	—	—
4	4	45	—	—	—	—
5	5	37	—	—	—	—
6	6	32	3	55	—	—
7	7	30	3	45	—	—
8	—	—	3	40	—	—
9	—	—	4	37		
10	—	—	4	33		
11	—	—	5	32		
12	—	—	5	30		

N=12:

$$T_2(12) = \min_{n_2} \{ \max \{ t_2(n_2), T_1(12 - n_2) \} \} = \min_{n_2} \{ \max \{ 26, 30 \}, \max \{ 22, 32 \}, \max \{ 20, 37 \} \} = \min_{n_2} \{ 30, 32, 37, 45 \} = 30$$

Posle druge faze dobija se tabela sa novim stanjem raspodele (tabela 3).

U razmatranje se uključuje i treći avion (avion C), čime otpočinje treća faza proračuna. U toj fazi uzimaju se u obzir dosadašnji rezultati proračuna kao optimalni, a na njih se nadograđuju vrednosti opsluživanja trećeg aviona. Dosadašnji tok proračuna izdvaja, kao najbolje, poslednje rešenje druge faze, koje glasi: 7 radnika na avion A i 5 radnika na avion B. U tom slučaju vreme opsluživanja bi trajalo samo 30 minuta.

K=3

$$T_3(N) = \min_{n_3} \{ \max \{ t_3(n_3), T_2(N - n_3) \} \}$$

N=9:

$$T_3(9) = \min_{n_3} \{ \max \{ t_3(n_3), T_2(9 - n_3) \} \} = \min_{n_3} \{ \max \{ 57, 55 \} \} = 57$$

N=10:

$$T_3(10) = \min_{n_3} \{ \max \{ t_3(n_3), T_2(10 - n_3) \} \} = \min_{n_3} \{ \max \{ 57, 45 \}, \max \{ 46, 55 \} \} = \min_{n_3} \{ 57, 55 \} = 55$$

N=11:

$$T_3(11) = \min_{n_3} \{ \max \{ t_3(n_3), T_2(11 - n_3) \} \} = \min_{n_3} \{ \max \{ 57, 40 \}, \max \{ 46, 45 \}, \max \{ 40, 55 \} \} = \min_{n_3} \{ 57, 46, 55 \} = 46$$

N=12:

$$T_3(12) = \min_{n_3} \{ \max \{ t_3(n_3), T_2(12 - n_3) \} \} = \min_{n_3} \{ \max \{ 57, 37 \}, \max \{ 46, 40 \}, \max \{ 40, 45 \}, \max \{ 35, 55 \} \} = \min_{n_3} \{ 57, 46, 45, 55 \} = 45$$

Tabela 4

Minimalno vreme opsluživanja za date uslove angažovanja posle treće, poslednje faze

N	$n_1(N)$	$T_1(N)$	$n_2(N)$	$T_2(N)$	$n_3(N)$	$T_3(N)$
3	3	55	—	—	—	—
4	4	45	—	—	—	—
5	5	37	—	—	—	—
6	6	32	3	55	—	—
7	7	30	3	45	—	—
8	—	—	3	40	—	—
9	—	—	4	37	3	57
10	—	—	4	33	4	55
11	—	—	5	32	4	46
12	—	—	5	30	5	45

Nakon završene treće, poslednje faze proračuna stanje raspodele resursa dobija novi, završni oblik prikazan u tabeli 4.

Tabela 4 otkriva i optimalni rezultat postavljenog problema opsluživanja tri aviona na pristanišnoj platformi. Minimalno vreme opsluživanja ova tri aviona sa 12 radnika iznosi 45 minuta, a ono se postiže samo ukoliko se na avionu C angažuje 5 radnika. Prema tome, za avion A i B ostaje samo 7 radnika. Pošto je u slučaju angažovanja 7 radnika na poslovima opsluživanja ova dva aviona optimalno vreme 45 minuta, i to tako da se za avion B angažuje 3 radnika, a za avion A preostala 4 radnika, optimalna raspodela radnika za ova tri aviona iznosiće: $A=4$, $B=3$, $C=5$. Na taj način rešen je problem optimalne raspodele resursa na postavljenom primeru.

Istom metodologijom može se rešiti mnogo obimniji zadatak. Međutim, za takve zadatke dovodi se u pitanje vreme potrebno da se dođe do određene raspodele. Pomoću računara moguće je doći do optimalne raspodele veoma obimnih zadataka za neuporedivo kraće vreme nego što je to bilo potrebno za navedeni primer.

Program sa zavidno brzom evolucijom, predviđen prvenstveno za tabelarne proračune, pod nazivom *Microsoft Excel*, pravi je izbor za automatizaciju proračuna problema analognih postavljenom. Program *Excel 97* zasniva se na ćelijama unutar tabele i zavisnosti između njih. Samim tim je projektovanje tabele u *Excel-u*, slične tabeli 3, sa uzajamnim zavisnostima između ćelija veoma blisko i prihvatljivo već iznetom numeričkom primeru.

Realizacija postavljenog algoritma zahteva viši stepen poznavanja *Excel 97*. Da bi se ispoštovala potpuna automatizacija proračuna optimalne raspodele resursa neophodno je kreirati makroe (potprograme) koji će izvršavati nestandardne radnje unutar

programa. Za njihovo kreiranje služi programski jezik *VBA (Microsoft Visual Basic for Application)* koji se zasniva na popularnom programskom jeziku *Visual Basic*.

Projektovani program za ovu vrstu zadataka pod nazivom *OPSLUGA 1.0* sastoji se od dve stranice (Sheet). Prva stranica se naziva »Podaci«, a druga »Rezultat«. Na prvoj stranici ove *Excel* aplikacije unose se neophodni podaci za odgovarajući proračun. Na toj stranici postoji ćelija za unos raspoloživog broja radnika, tabela za unos aviona, minimalnog i maksimalnog broja radnika po avionu i odgovarajuće vreme opsluživanja (analogno tabeli 1). Na prvoj strani nalazi se i taster za aktiviranje makroa »Dinamik«. Taj makro ima zadatak da izvrši kompletan proračun prema postavljenom algoritmu i da prikaže rezultate proračuna u tabelarnom obliku na sledećoj strani. Sledeća strana »Rezultat«, predstavlja prikaz rezultata dobijenog proračuna. Tu se na jednom mestu vidi kompletna tabela (analogna tabeli 4) sa svim rezultatima, stim što su optimalna rešenja predstavljena osenčenim ćelijama. Kompletan proračun, za manje dimenzioni problem, ne traje duže od jedne sekunde.

Ograničenja ovog programa odnose se na broj kolona unutar jedne strane koje predstavljaju broj aviona (broj faza dinamičkog programiranja). S obzirom na to da je broj tih kolona 255 i da je potrebno predstaviti u svakoj fazi broj angažovanih radnika i vreme opsluge, program *OPSLUGA 1.0* namenjen je za obradu do 127 aviona. Ukoliko bi bilo potrebno da se radi sa većim brojem aviona program bi trebalo da pretrpi neznatne izmene.

Radi primera predstaviće se program *OPSLUGA 1.0* za grupu od $R=8$ aviona (A, B, C₁, C₂, D, E₁, E₂ i F). U grupi se nalaze po dva aviona tipa C i E. Broj radnika određen da opsluži ovu grupu aviona je $N=50$. Dodatno je definisano i to da jedan avion

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

100%

Arial 10

H2 50

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	F
1													
2			Rasploživí broj radnika:		50								
3													
4													
5													
6													
7		u	3	4	5	6	7	8	9	10			
8		A	85	70	60	51	43	35	29	25			
9		B	60	51	43	38	35	32	29	27			
10		C ₁	72	60	51	43	36	30	27	25			
11		C ₂	72	60	51	43	36	30	27	25			
12		D	60	55	50	44	42	37	32	29			
13		E ₁	65	56	47	41	34	30	26	22			
14		E ₂	65	56	47	41	34	30	26	22			
15		F	50	45	41	38	34	31	28	25			
16													
17													

Podaci / Rezultat

Ready

NUM

Sl. 2 — Izgled strane »Podaci«

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

100%

Arial 8

D10 35

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
4			u ₁ (N)	f ₁ (N)	u ₂ (N)	f ₂ (N)	u ₃ (N)	f ₃ (N)	u ₄ (N)	f ₄ (N)	u ₅ (N)	f ₅ (N)	u ₆ (N)	f ₆ (N)	u ₇ (N)
5		3	3	85											
6		4	4	70											
7		5	5	60											
8		6	6	51	3	85									
9		7	7	43	3	70									
10		8	8	35	3	60									
11		9	9	29	3	60	3	85							
12		10	10	25	4	51	3	72							
13		11			4	51	4	70							
14		12			5	43	4	60	3	85					
15		13			5	43	4	60	3	72					
16		14			6	38	4	60	3	72					
17		15			7	35	5	51	4	70	3	85			
18		16			7	35	5	51	4	60	3	72			
19		17			8	32	5	51	4	60	3	72			
20		18			9	29	6	43	4	60	3	70	3	85	
21		19			9	29	6	43	4	60	3	60	3	72	
22		20			10	27	6	43	5	51	3	60	3	72	
23		21					7	38	5	51	3	60	3	70	3
24		22					7	36	5	51	3	60	3	65	3
25		23					8	35	5	51	3	60	4	60	3

Podaci / Rezultat

Ready

NUM

Sl. 3 — Izgled strane »Rezultati«

Zavisnost vremena opsluživanja od broja angažovanih radnika

n	3	4	5	6	7	8	9	10
A	85	70	60	51	43	35	29	25
B	60	51	43	38	35	32	29	27
C ₁	72	60	51	43	36	30	27	25
C ₂	72	60	51	43	36	30	27	25
D	60	55	50	44	42	37	32	29
E ₁	65	56	47	41	34	30	26	22
E ₂	65	56	47	41	34	30	26	22
F	50	45	41	38	34	31	28	25

može da opslužuje najmanje $u_k'=3$ i najviše $u_k''=10$ radnika. Vreme opsluživanja $u_k(g_k)$ dato je u tabeli 5.

Kada se podaci obrade u navedenom programu dobijaju se sledeći rezultati:

avion A: 8 radnika — 35 min
 avion B: 6 radnika — 38 min
 avion C₁: 6 radnika — 43 min
 avion C₂: 6 radnika — 43 min
 avion D: 7 radnika — 43 min
 avion E₁: 6 radnika — 43 min
 avion E₂: 6 radnika — 43 min
 avion F: 5 radnika — 43 min

Zaključak

Postavljeni problem opsluživanja grupe aviona na pristanišnoj platformi aerodroma, što obavlja određeni broj radnika, sasvim se uspešno može rešavati tehnikom dinamičkog programiranja. Problem se može svesti pod obrazac raspodele ograničenih resursa. Posle definisanja funkcionalne jednačine i projektovanja programa za računarsku mašinu veoma brzo je mo-

guće doći do optimalne raspodele radnika za avione iz definisane grupe. Na taj način postiže se raspodela radnika koja omogućava najefikasniju realizaciju postavljenog zadatka, tj. opsluživanje grupe aviona za što kraće vreme.

Za računarsku realizaciju datog algoritma kao osnova poslužio je programski paket *Excel 97*. U navedenom programu kreirana je konkretna aplikacija sa intervencijom u obliku makroa programiranog u *Microsoft Visual Basic for Application*. Projektovani aplikacioni program pokazao se kao dobar alat za dati proračun. On omogućava pronalaženje optimalne raspodele resursa u vremenu manjem od jedne sekunde i to na računarskoj platformi minimalnih zahteva za dati program (PC-486 sa 16Mb RAM-a). Mogućnost instalacije programa na standardnom personalnom računaru omogućava širok spektar upotrebe softvera. Program je vrlo lako moguće prilagoditi i standardnoj (aditivnoj) rekurentnoj formuli dinamičkog programiranja sa narastajućom potrošnjom resursa.

Doprinos ovog rada nije samo u dobijenom aplikacionom programu kojim se mogu rešavati srodni problemi, već i u tome što dobijeni rezultati mogu da ukažu i na jasno povećanje produktivnosti (smanjenje vremena opslu-

živanja) uvođenjem timskog načina opsluživanja u VTSl. Na kraju, treba istaći i to da je postavka funkcionalne jednačine (5) ključni doprinos za rešenje postavljenog problema.

Literatura:

- [1] Babić, O.: Optimizacija posluživanja aviona na pristanišnoj platformi aerodroma, doktorska disertacija, Saobraćajni fakultet, Beograd, 1986.
- [2] Bellman, R. E., Dreyfus, S. E.: Applied Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, 1962
- [3] Guberinić, S., Matejić, V., Mikić, O., Petrović, R.: Sistemi, upravljanje sistemima, sistemske discipline, tehnike i metode — Leksikon pojmova sa tumačenjima, Institut »Mihailo Pupin«, Beograd, 1970
- [4] Lerner, A. J.: Principi kibernetike, ICS, Beograd, 1975.
- [5] Taha, H. A.: Operations Research An Introduction, The Macmillan Company, New York, 1971.