Dr Branislav Perme,
pukovnik, dipl. inž.
Vojnotehnička akademija VJ,
Beograd

ANALIZA UTICAJA BRZINE PROTICANJA TEČNOSTI NA DINAMIČKO PONAŠANJE SLOBODNO OSLONJENE CEVI

UDC: 621.644.01

Rezime:

Pri projektovanju sistema za transport fluida i rastresitih materijala cevovodom, odnosno konstruisanju mobilnog cevovodnog sistema, pojavljuje se potreba da se izvesno rastojanje, kao što je, na primer, saobraćajnica, premosti. U praksi se premošćavanje rešava tako da cev kojom se transportuje fluid bude u isto vreme i most kojim se ostvaruje premošćavanje. Ovakvo rešenje problema, pored toga što je jeftinije, sadrži i izvesne nedostatke koji se ogledaju u ograničenoj brzini proticanja fluida, kako se ne bi narušio integritet konstrukcije. U radu je izvršena analiza mogućih stanja konstrukcije i izveden zaključak o veličini dozvoljene brzine proticanja fluida kroz cevovod.

Ključne reči: fluid, brzina proticanja, cevovod.

ANALYSIS OF EFFECTS OF LIQUID FLOW VELOCITY ON DYNAMIC BEHAVIOUR OF FREELY SUPORTED PIPES

Summary:

In design of mobile pipeline systems for transport of fluids and finely divided solids there are different problems to be solved such as, for example, spanning of natural and artificial obstacles like highways, railroads, ... One of practical solutions is to design pipes to serve as bridges at the same time. Although cheaper, this solution has one disadvantage — fluid flow velocity is limited in order not to bring the structure into danger. In this paper possible states of the structure are analyzed and the conclusion about the permitted fluid flow velocity through pipes is given as well.

Key words: fluids, flow velocity, pipeline.

Uvod

Pri konstrukciji cevovoda kojim će se transportovati tečnost ili rastresit materijal, odnosno projektovanju pokretnog cevovoda za navodnjavanje, naftovoda, toplovoda i sličnih instalacija dolazi se u situaciju da se cevovodom mora premostiti određeno rastojanje.

Ovakvi cevovodi često su izloženi spoljašnjim slučajnim opterećenjima

koja deluju kratko, ali intenzivno, tako da izazivaju poremećaj statičke ravnoteže cevi. U tim uslovima nastupa oscilatorno kretanje cevi, uzrokovano elastičnim silama akumuliranim u elastičnim deformacijama cevi, ali i nasilnom promenom pravca kretanja tečnosti kroz cev. Pojavu oscilacija cevovoda često može da prouzrokuje i turbulentno kretanje tečnosti kroz cev. Ovakvo oscilatorno kretanje cevi treba izbegavati još u fazi projektova-

nja cevovoda, jer u praksi može doći do neželjenih posledica.

U radu su analizirani ovi uticaji i njihovo odražavanje na ponašanje cevi, i određene karakteristične brzine proticanja tečnosti koje imaju najmanji uticaj na poremećaj dostignute statičke ravnoteže cevovoda.

Analiza problema kao kvazistatičkog stanja cevi

Radi analize ponašanja cevi kroz koju protiče tečnost posmatra se, najpre, takozvano kvazistatičko stanje cevi — odnosno stanje pri kojem dolazi do vrlo sporih promena položaja neutralne linije cevi, pa se može smatrati da cev, i pored promenljivog opterećenja, miruje. Pri toj analizi smatra se da je cevovod od materijala čiji je modul elastičnosti E , površinu poprečnog preseka cevi karakteriše moment inercije J , a specifično kontinualno opterećenje prazne cevi p . Cev je postavljena horizontalno i zglobno oslonjena u ležištima čije je međusobno rastojanje l .

Kroz ovako definisanu cev protiče tečnost brzinom v , što znači da je unutrašnjost cevi potpuno ispunjena tečnošću koja izaziva dopunsko kontinualno opterećenje q . Pod dejstvom ovakvog statičkog opterećenja i opterećenja izazvanog promenom smera brzine proticanja tečnosti, cev će naćiniti ugib y . Sile koje opterećuju cev imaju isti vertikalni pravac, pa je zbog toga u tekstu izostavljena vektorska oznaka za sile.

Koordinatni početak postavljen je u levom osloncu cevi, a osa z usmerena prema desnom osloncu. Osa y usmerena je vertikalno naniže i prema njoj se meri progib cevi, što je prikazano na slici.

Posmatrano je kvazistatičko stanje cevi koje pretpostavlja da se poluprećnik krivine elastićne linije, koja je nastala usled statičkih opterećenja F_q i F_p i dinamićkog opterećenja zbog proticanja, tokom vremena ne menja.

Sila težine F_q pokretnog opterećenja na cevi dućine dz iznosi:

$$F_q = q \, dz$$

Prikaz cevi kroz koju protiče tečnost

a sila inercije I_q pokretne mase tečnosti usled vertikalnog propadanja, za veličinu progiba cevi na mestu z , iznosiće

$$I_q = - \frac{q}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} dz.$$

Kako je elastična linija savijene cevi deo kružnice poluprečnika R , na tečnost će, zbog njenog kretanja po kružnici, delovati i centrifugalna sila čija se komponenta u smeru ose y može iskazati kao:

$$F_c = \frac{q}{g} \frac{v^2}{R} dz \cos \Theta =$$

$$= \frac{q}{g} \frac{v^2}{R^2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - z\right)^2} dz,$$

$$\text{za } 0 < z < \frac{l}{2} \text{ i}$$

$$F_c = \frac{q}{g} \frac{v^2}{R^2} \sqrt{R^2 - \left(z - \frac{l}{2}\right)^2} dz \text{ za } \frac{l}{2} < z < l,$$

gde je Θ ugao između vertikalne ose y i trenutnog pravca radijusa elementarne čestice tečnosti.

Ukupno specifično opterećenje cevi, koje predstavlja sumu spoljašnjih sila koje deluju na cev, iznosi:

$$F_R = q + p + \frac{q}{g} \frac{v^2}{R} dz \cos \Theta - \frac{q}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} dz =$$

$$= q + p + \frac{q}{g} \frac{v^2}{R} dz \cos \Theta - \frac{q}{g} \frac{d^2 y}{dz^2} v^2 \quad (1)$$

Kako je radijus krivine elastične linije R relativno veliki, a pri tome još i kvadriran, količnik kvadrata brzine i kvadrata radijusa teži nuli, pa se izraz za centrifugalnu silu može, bez veće pogreške, zanemariti.

Zanemarivanjem centrifugalne sile u izrazu (1) i izjednačavanjem spoljašnjih sila F_R sa silama koje su to opterećenje izazvale unutar materijala

cevi dobija se jednačina elastične linije cevi, iz uslova jednakosti tih sila, koja glasi:

$$EJ \frac{d^4 y}{dz^4} = q + p - \frac{q}{g} \frac{d^2 y}{dz^2} v^2 \quad (2)$$

Rešenje diferencijalne jednačine ima oblik:

$$y = \frac{(p+q)l^2}{4EJu^2} \left\{ \frac{1}{2} (z^2 - lz) + \right.$$

$$\left. + \frac{l^2}{u^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{2z}{l} - 1\right)u}{\cos u} - 1 \right] \right\} \quad (3)$$

$$\text{gde je } u = \frac{vl}{2} \sqrt{\frac{q}{gEJ}}.$$

Dobijeno rešenje predstavlja jednačinu ugiba cevi u funkciji brzine proticanja tečnosti. Očigledno je da će ugib cevi najveće vrednosti imati na sredini raspona, tj. na $\frac{l}{2}$, i iznosiće:

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{(p+q)l^4}{32EJu^2} \left[\frac{8}{u^2} \left(\frac{1}{\cos u} - 1 \right) - 1 \right] \quad (4)$$

Ugib cevi povećava se sa povećanjem brzine i postaje beskonačno veliki kada je $\cos u = 0$, odnosno kada je $u = \frac{\pi}{2}$. Uvrštavanjem ove vrednosti u izraz za u dobija se kritična brzina tečnosti kroz cev:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{vl}{2} \sqrt{\frac{q}{gEJ}},$$

odakle sledi da je:

$$v_{\text{krit}} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{gEJ}{q}} \quad (5)$$

Pod kritičnom brzinom tečnosti podrazumeva se ona brzina proticanja pri kojoj cev dobija beskonačno veliki statički ugib. Ovu vrednost brzine tečnosti treba izbegavati pri projektovanju cevovoda, kako ne bi došlo do neželjenih posledica.

Iz izraza (4) takođe se vidi da se sa porastom dužine cevi zglobovno oslonjene na dva oslonca, ili povećanjem raspona cevi, granice kritične vrednosti brzine smanjuju, što znači da se radi sigurnijeg rada mora smanjiti brzina proticanja. Takođe, brzina proticanja se mora smanjiti ukoliko se kroz cevovod mora propustiti tečnost većeg specifičnog protočnog opterećenja. To bi trebalo imati u vidu pri projektovanju cevovoda kojim se premošćava saobraćajnica ili povezuju dve obale reke.

Dinamička analiza cevovoda

Navedeni izrazi odnose se na kvazistatičko ponašanje cevovoda, tj. promene koje se mogu očekivati su vrlo spore, pa se sva događanja mogu posmatrati kao statički problem. Položaj koji je cev zauzela pod uticajem navedenog opterećenja vremenom se neće menjati. Međutim, ukoliko se iz bilo kog razloga unese neki spoljašnji poremećaj ravnoteže cevi doći će do njenog oscilovanja oko postignutog položaja statičke ravnoteže. Nameće se problem određivanja perioda sopstvenih oscilacija cevi kroz koju protiče tečnost, kao i određivanje uzroka takvog kretanja, odnosno, kako odrediti uticajne veličine a da ne dođe do takvih pojava.

U uslovima oscilovanja neutralna osa cevi menja svoj položaj tokom vremena, oscilujući oko položaja koji je imala u uslovima statičke ravnoteže, pa se može napisati da je ugib neutralne ose cevi: $y=y(z,t)$.

Usled promene položaja neutralne ose cevi tokom vremena i na cev će delovati specifična sila inercije I_p ma-

se cevi koja nije bila prisutna pri kvazistatičkom proučavanju problema. Ona se može napisati kao:

$$I_p = - \frac{p}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (6)$$

Radi određivanja sile inercije pokretnog opterećenja I_q cevi, potrebno je da se koordinata z izrazi u funkciji vremena, odnosno $z=vt$.

Promena ordinate u po vremenu naći će se kao supstancijalna derivacija, tj.:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial z},$$

gde prvi član govori o lokalnoj brzini promene progiba, a drugi o promeni brzine progiba nastalog kao posledica promene smera kretanja tečnosti kroz cev. Druga materijalna derivacija po vremenu, koja je potrebna, naći će se iz izraza:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + \frac{d}{dt} \left(v \frac{\partial y}{\partial z} \right) \quad (7)$$

što daje prvi član:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z},$$

i drugi član:

$$\frac{d}{dt} \left(v \frac{\partial y}{\partial z} \right) = v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}.$$

Treba napomenuti da brzina tečnosti kroz cev nije promenila svoj intenzitet usled pojave poremećaja već samo menja pravac, pa je zbog toga posmatrana kao konstantna veličina. Poznavajući ova dva člana, druga derivacija po vremenu može se napisati kao zbir:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} &= \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + \\ &+ v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \end{aligned}$$

Sada se može napisati i sila inercije cevi:

$$I_q = -\frac{q}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

Jednačina kretanja cevi, koja je nekim spoljašnjim poremećajem izvedena iz statičke ravnoteže i puštena da slobodno osciluje oko položaja statičke ravnoteže, nalazi se iz jednakosti spoljašnjih sila i sila nastalih u materijalu cevi, kao reakcija materijala na spoljašnje sile, i biće:

$$EJ \frac{d^4 y}{dz^4} = -\frac{p}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{q}{g} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

Nakon sređivanja izraza (9) dobija se diferencijalna jednačina:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + a \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} + c \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0 \quad (10)$$

gde je:

$$a = \frac{p+q}{gEJ}, \quad b = \frac{2qv}{gEJ}, \quad c = \frac{qv^2}{gEJ}$$

$$\text{Član } b \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial z} = b \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)$$

iskazuje zakonitost promene brzine ugiba duž ose cevi. Ova promena se može, budući da zavisi od koeficijenta prigušenja oscilacija cevi, bez činjenja većih pogrešaka, zanemariti, ali se time dobija jednostavniji oblik diferencijalne jednačine:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + a \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0 \quad (11)$$

Rešenje ove diferencijalne jednačine potražiće se za cev koja se zglobno oslanja, u obliku:

$$y = A \sin \frac{n\pi z}{l} \sin \omega t \quad (12)$$

gde je:

ω — učestalost ili frekvencija.

Unoseći ovo rešenje u diferencijalnu jednačinu, dobija se jednačina:

$$\left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 - a\omega^2 - c \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 = 0 \quad (13)$$

Iz jednačine (13) nalazi se učestalost oscilovanja:

$$\omega = \sqrt{\frac{\left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 - c \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2}{a}} \quad (14)$$

Kako je $c = \frac{qv^2}{gEJ}$ iz izraza (14) vidi se da učestalost oscilovanja cevi zavisi od brzine proticanja tečnosti v kroz cev, kao i od specifične težine opterećenja cevi q .

Kada brzina proticanja tečnosti kroz cev postane tolika da se statička ravnoteža nalazi na samoj granici, što podrazumeva da i malo povećanje te brzine može dovesti do slobodnog oscilovanja sistema, kaže se da je to kritična brzina. Ovakvu brzinu karakteriše stanje sistema u kojem učestalost teži nuli, a period oscilovanja beskonačnosti. Da bi se ta brzina odredila potrebno je u jednačini (14) ω izjednačiti sa nulom, što dovodi do nove jednačine:

$$\left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 - c \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 = 0 \quad (15)$$

Iz izraza (15) dobija se da je:

$$c = \frac{qv^2}{gEJ} = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2,$$

odnosno kritična brzina proticanja iznosi:

$$v_{krit} = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{gEJ}{q}} \quad (16)$$

Njena najmanja vrednost dobija se za $n=1$ i odgovara statičkoj kritičnoj brzini proticanja, što ukazuje na to da pri projektovanju cevovoda kojim se premošćuje neki razmak ili raspon treba voditi računa da brzina proticanja tečnosti ne prelazi vrednost kritične brzine.

Zaključak

Često je potrebno da se cevovodom, kojim se transportuje rastresit materijal ili fluid, premosti izvesno rastojanje iznad površine tla. Tada se najčešće koristi isti cevovod kao samonoseća konstrukcija, što znači bez do-

datnog potpornog nosača cevi. Pri prekoračenju brzine transporta može doći do pojave nestabilnosti cevovoda, što može ugroziti stabilnost konstrukcije. U ovom radu analizirana su moguća ponašanja cevovoda u takvim uslovima, u zavisnosti od raspona cevovoda, materijala cevovoda, karakteristike preseka cevi, kao i od brzine proticanja. Najčešće se ne može mnogo uticati na izbor materijala cevi, jer se one izrađuju po određenim standardima, ali se problem mora rešavati pravilnim izborom brzine proticanja transportovane materije. Ta brzina ne bi trebalo da pređe izračunatu kritičnu vrednost ukoliko se želi dugotrajan i pouzdan rad cevovoda.

Literatura:

- [1] Rašković, D.: Teorija oscilacija, Naučna knjiga, Beograd, 1965.
- [2] Rašković, D.: Otpornost materijala, Naučna knjiga, Beograd, 1965.

- [3] Panovko, J. G., Gubanova, I. I.: Ustojčivost i kolejbanija uprugih sistem, Nauka, Moskva, 1967.
- [4] Novacki, V.: Dinamika elastičnih sistema, Građevinska knjiga, Beograd, 1966.