Dr Žarko Barbarić,
pukovnik, dipl. inž.

Ljiljana Jevtić,
dipl. inž.

Vojnotehnički institut, Beograd

TAČNOST POZICIONIRANJA LASEROM OZRAČENOG CILJA

UDC: 623.4.023.43

Rezime:

U radu je analizirana tačnost pozicioniranja objekta (cilja) metodom laserske lokacije. Date su relacije za signale greške pozicioniranja laserom ozračenog objekta korišćenjem kvadrantne foto-diode. Izvedene su relacije za fluktuaciju signala greške pozicioniranja u funkciji odnosa signal-šum, poluprečnika spota i položaja centra spota u odnosu na centar kvadrantne foto-diode. Pored toga, izvedena je funkcija gustine verovatnoće signala greške pozicioniranja, pod pretpostavkom da je raspodela struje šuma svakog kvadranta Gausova. Iz prikazanih rezultata vidi se da preciznost pozicioniranja raste sa smanjenjem signala greške i povećanjem odnosa signal-šum.

Ključne reči: laserska lokacija, astimacija ugla, greška pozicioniranja, fluktuacija greške.

ACCURACY OF THE TARGET POSITIONING BY LASER LOCATION METHOD

Summary:

Accurating of the object (target) positioning by laser location method is analyzed. Expressions for error positioning signals for objects illuminated by laser, are given using the quadrant photodiode. Expressions for fluctuation of error positioning signal as function of signal-to-noise ratio, radius of spot, and position of the center of spot respected to the center of quadrant photodiode are derived. Also, probability density of the error positioning signal for Gaussian noise of each quadrant is derived. The results show that the precision of the positioning grows as the signal-to noise ratio grows. Also, the positioning accuracy increases if error positioning signal decreases.

Key words: Lasers location, angle estimation, error positioning, error fluctuation.

Uvod

Laserska lokacija koristi se za precizno pozicioniranje objekata u industriji za merenja, regulaciju procesa i upravljanje objektima, za pozicioniranje satelita u laserskim satelitskim komunikacijama i vojsci za vođenje ubojnih sredstava i praćenje objekata (ciljeva). Usmerenost laserskog zračenja i osetljivost prijemnika

omogućavaju precizno merenje daljine i ugla odstupanje prijemnika od ose laserskog snopa. Ove metode primenjuju se u građevinarstvu pri gradnji mostova i tunela [1], u vojsci za praćenje ciljeva i određivanje njihovih koordinata [2] i pozicioniranje satelita za optičke komunikacije [3].

U ovom radu je analizirana i preciznost pozicioniranja laserom ozračenog

Sl. 1 - Primer pozicioniranja cilja ozračenog laserom

Sl. 2 - Princip pozicioniranja kvadrantnom foto-diodom laserom ozračenog objekta

objekta na osnovu prijema, detekcije i obrade reflektovanog signala od objekta. Date su relacije za signale greške pozicioniranja i analizirana je preciznost pozicioniranja u funkciji odnosa signal-šum i amplitude signala greške.

Signali greške pozicioniranja

Primer primene pozicioniranja laserom ozračenog cilja prikazan je na slici 1. Šematski je prikazan princip pozicioniranja laserom ozračenog cilja na osnovu prijema i obrade reflektovanog signala od cilja. Laserski ozračivač formira laserski spot (eliptičnu površinu) na površini

cilja koja reflektuje lasersko zračenje, a koje se detektuje u prijemniku letelice ili rakete - bombe.

Pozicioniranje objekta zasniva se na fokusiranju reflektovanog laserskog zračenja na prijemnoj optici i formiranju spota na kvadrantnoj foto-diodi, kao što je prikazano na slici 2.

Prikazano je sabirno sočivo, koje formira spot na površini kvadrantne foto-diode i međusobni položaj sočiva i foto-diode (desno). Takođe, na slici 2 (levo) prikazan je opšti položaj spota u odnosu na centar kvadrantne foto-diode, u koji je postavljen pravougli (Dekartov) koordinatni sistem x_0y_0 . Koordinatni sistem

x_1y_1 pokazuje pravce istih vrednosti koordinata x i y . Iz slike 2 vidi se da su pomeri spota na kvadrantnoj foto-diodi funkcionalni ugaonom položaju objekta od centra vidnog polja, pa važe relacije:

$$x_0 = d \cdot \operatorname{tg} \beta \text{ i } y_0 = d \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

gde su:

d - rastojanje ravni foto-diode od sabirnog sočiva,

α i β - projekcije incidentnog zračenja (u odnosu na normalu površine foto-diode) u vertikalnoj i horizontalnoj ravni, respektivno.

Pretpostavka je da je površina kvadrantne foto-diode formirana u obliku kruga konstantne iradijacije površini spota πr^2 . Pod ovim pretpostavkom, koje su skoro realne, površina kvadranta kvadrantne foto-diode funkcionalna je površini spota koji pada na taj kvadrant. To znači da su pomeri spota nule kada se centar foto-diode poklopi sa centrom spota. Međutim, pomeri iz centra, struje kvadrantne foto-diode razlikuju. Da bi se odredio pomerenje spota u odnosu na centar kvadrantne

Sl. 3 - Blok-šema

x_1y_1 pokazuje pravce istih apsolutnih vrednosti koordinata x i y . Iz geometrije sa slike 2 vidi se da su pomaci centra spota na kvadrantnoj foto-diodi proporcionalni ugaonom položaju ozračenog objekta od centra vidnog polja prijemnika, pa važe relacije:

$$x_0 = d \cdot \operatorname{tg} \beta \text{ i } y_0 = d \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

gde su:

d – rastojanje ravni foto-detektora od sabirnog sočiva,

α i β – projekcije incidentnog zračenja (u odnosu na normalu površine foto-diode) u vertikalnoj i horizontalnoj ravni, respektivno.

Pretpostavka je da je na površini kvadrantne foto-diode formiran spot oblika kruga konstantne iradijanse E_0 na površini spota πr^2 . Pod ovim pretpostavkama, koje su skoro realne, struja svakog kvadranta kvadrantne foto-diode proporcionalna je površini spota koji pada na taj kvadrant. To znači da su struje jednake kada se centar foto-diode poklopi sa centrom spota. Međutim, kada se spot pomeri iz centra, struje kvadranta se razlikuju. Da bi se odredio pomak spota u odnosu na centar kvadrantne foto-dio-

de, odnosno izračunali signali greške pozicioniranja, potrebno je odrediti površinu spota na svakom kvadrantu.

Signali greške pozicioniranja u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, prema slici 2, jesu:

$$\varepsilon_\beta = \frac{(i_1 + i_4) - (i_2 + i_3)}{(i_1 + i_4 + i_2 + i_3)} = \frac{i_\beta}{i_\Sigma} \quad (1)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{(i_1 + i_2) - (i_3 + i_4)}{(i_1 + i_2 + i_3 + i_4)} = \frac{i_\alpha}{i_\Sigma}$$

gde je struja i -tog kvadranta ($i = 1, 2, 3, 4$).

Struja i -tog kvadranta određuje se iz relacije $i_i = RqP_0$,

gde je:

$P_0 = E_0\pi r^2$ – ukupna optička snaga na površini kvadrantne foto-diode,

q – deo optičke snage na jednom kvadrantu u odnosu na ukupnu snagu ($1 \geq q \geq 0$),

R – faktor konverzije kvadrantne foto-diode $R = \eta q / (h\nu)$.

Struja sume je ukupna struja i iznosi $i_\Sigma = RP_0$.

Na osnovu relacije (1), na slici 3 prikazana je električna blok-šema za

određivanje signala grešaka pozicioniranja objekta i električna kola za pojačanje signala i identifikaciju koda laserskog zračenja.

Prikazane su četiri identične diode sa opterećenjem R, četiri identična pretpojačavača za pojačanje slabih signala sa kvadrantne foto-diode i ograničenje šuma prijemnika, kola za identifikaciju koda laserskog zračenja, upareni logaritamski pojačavači i električna kola za sabiranje, oduzimanje i deljenje signala. Deljenjem signala U_x i U_y sa U_z dobijaju se signali grešaka pozicioniranja ε_β i ε_α respektivno.

Postoji više modela za određivanje signala greške pozicioniranja u funkciji pomaka spota od centra foto-diode. Linearni model pretpostavlja da su površina foto-diode i spota kvadratnog oblika [4], a drugi, nelinearni model pretpostavlja kružni oblik foto-diode i spota [5]. Oba ova modela pretpostavljaju konstantnu vrednost iradijanse po površini spota i konačne dimenzije spota. Drugi modeli pretpostavljaju Gausovu ili sinc raspodelu iradijanse po površini foto-diode.

Signali greške pozicioniranja za kvadratni oblik foto-diode i spota dati su relacijama [4]:

$$\varepsilon_\beta = \frac{x_0}{r}, |x_0| \leq r \quad (2)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{y_0}{r}, |y_0| \leq r$$

gde su x_0 , y_0 koordinate centra spota u koordinatnom sistemu x_0y_0 , a r poluprečnik spota, kao što je prikazano na slici 2.

Signali greške pozicioniranja za kružni oblik površine foto-diode i spota dati su relacijama [5]:

$$\varepsilon_\beta = \frac{2}{\pi} \left[\frac{x_0}{r} \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{r^2}} + \arcsin \left(\frac{x_0}{r} \right) \right]; |x_0| \leq r \quad (3)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{2}{\pi} \left[\frac{y_0}{r} \sqrt{1 - \frac{y_0^2}{r^2}} + \arcsin \left(\frac{y_0}{r} \right) \right]; |y_0| \leq r$$

Iz relacije (3) vidi se da svaki od signala greške pozicioniranja zavisi samo od jedne koordinate, pa je pozicioniranje jednoznačno. Vrednosti signala pozicioniranja su nula ako je spot u koordinatnom početku, rastu od maksimuma (+1) ili opadaju do minimuma (-1), što se vidi iz relacija (2) i (3). Minimalna i maksimalna vrednost i nagib krivih zavise od površine spota u odnosu na površinu kvadrantne foto-diode. Signali greške pozicioniranja približno su linearna funkcija rastojanja centra spota od centra foto-diode sve dok kompletan spot ne padne na jedan kvadrant foto-diode. Tada je signal greške konstantan sve dok deo spota ne izađe izvan površine foto-diode. Pošto se zahteva jednoznačno pozicioniranje objekta, interesantni su samo signali greške pozicioniranja dati relacijama (2) i (3). Pozicioniranje je jednoznačno sve dok se centar spota ne udalji od centra foto-detektora za veličinu r . Međutim, kada se centar spota pomeri od centra foto-diode za rastojanje veće od veličine r tada pozicioniranje nije jednoznačno, iako postoji zahvat objekta [5].

Tačnost pozicioniranja

Signali greške pozicioniranja uglavnom fluktuiraju zbog šumova kvadrantne diode i šumova u pretpojačavaču prijemnika. Ove fluktuacije signala pozicioniranja izvori su greške pri pozicioniranju laserski ozračenog objekta.

Za korisnika je važno koji se minimalni pomak centra spota na foto-detektoru ne može detektovati zbog ograničene osetljivosti prijemnika. Minimalni pomaci Δx_0 i Δy_0 , koji se ne mogu detektovati zbog fluktuacije signala greške pozicioniranja, mogu se dobiti ako se odrede diferencijali izraza iz relacije (2) ili (3). Na primer, ako se iskoristi definicija signala greške (1), za kružni oblik spota i foto-diode diferenciranjem izraza (3) dobija se:

$$di_\beta = \frac{4}{\pi} i_\Sigma \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{r^2}} \frac{dx_0}{r} \quad (4)$$

$$di_\alpha = \frac{4}{\pi} i_\Sigma \sqrt{1 - \frac{y_0^2}{r^2}} \frac{dy_0}{r}$$

Ako se promene signala pozicioniranja usled promena centra spota po obe ose izjednače sa standardnom devijacijom šuma ($di_\beta = di_\alpha = \sigma_n$), za $dx_0 = \Delta x_0$ i $dy_0 = \Delta y_0$, dobijaju se fluktuacije greške pozicioniranja:

$$\Delta x_0 = \frac{\pi}{4} \frac{r}{\sqrt{\text{SNR}}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x_0^2}{r^2}}} \quad (5)$$

$$\Delta y_0 = \frac{\pi}{4} \frac{r}{\sqrt{\text{SNR}}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{y_0^2}{r^2}}}$$

gde je SNR odnos snage signala i snage šuma.

Izvedeni izrazi za fluktuaciju greške pozicioniranja po obe ose date izrazima (5), pokazuju da su direktno proporcionalne poluprečniku spota, a obrnuto proporcionalne kvadratnom korenu odnosa signal-šum u kanalu signala sume. Pored

toga, relacije (5) pokazuju da fluktuacije greške u određivanju pozicije zavise od položaja centra spota, a najmanje su kada je spot u koordinatnom početku to jest kada je greška pozicioniranja jednaka nuli i rastu sa porastom greške pozicioniranja. Pošto su pomaci centra spota na kvadrantnoj foto-diodi proporcionalni ugaonim odstupanjima ozračenog objekta od centra vidnog polja prijemnika, važe relacije: $x_0 = d \cdot \text{tg}\beta$ i $y_0 = d \cdot \text{tg}\alpha$, odnosno $\Delta x_0 = d \cdot \Delta\beta$ i $\Delta y_0 = d \cdot \Delta\alpha$, gde je d rastojanje ravni kvadrantne foto-diode od sabirnog sočiva.

Efekti šuma i funkcija raspodele signala greške

Radi procene kvaliteta signala grešaka pozicioniranja ε_α i ε_β u prisustvu šuma može da se pretpostavi da je Gausova raspodela šuma na izlazu prepojačavača svakog kvadranta. Struja šuma jednog kvadranta je:

$$i_{nq} = \sqrt{\bar{i}_{n1}^2 + \bar{i}_{n2}^2 + \bar{i}_{n3}^2} \quad (6)$$

gde su indeksi 1, 2, 3: struja kvantnog, struja termičkog i struja šuma prepojačavača, respektivno. Struja kvantnog (impulsnog) šuma iz svakog kvadranta zavisi od struje pozadine i struje mraka:

$$\bar{i}_{n1} = \sqrt{2e(I_B + I_D)B} \quad (7)$$

gde je:

- e – naelektrisanje elektrona,
- I_B, I_D – struja usled zračenja pozadine i struja mraka foto-diode,
- B – potreban propusni opseg električnog signala na izlazu diode.

Struja termičkog šuma na otporniku opterećenja foto-diode R je:

$$\bar{i}_{n2} = \sqrt{\frac{4k_B T B}{R}} \quad (8)$$

gde je:

k_B – Bolcmanova konstanta,
 T – apsolutna temperatura.

Struja signala svakog kvadranta foto-diode je:

$$i_{sq} = q \left(\frac{\Psi_R}{\Delta t} \right) R A_0 \quad (9)$$

gde je:

Ψ_R – gustina energije primljenog laserskog zračenja reflektovanog od cilja u (Jm^{-2}),

Δt – širina impulsa u (s),

A_0 – površina prijemne optike u (m^2),

R – faktor konverzije foto-diode u (AW^{-1}),

q – razlomak, definisan kao odnos površine spota na jednom kvadrantu u odnosu na ukupnu površinu spota.

Gustina energije na mestu prijemne optike [6] iznosi:

$$\Psi_R = \frac{Q_L \cdot \tau_{LT} \tau_{TR} \cdot \rho \cos \theta}{\pi R_{TR}^2} \quad (10)$$

gde je:

Q_L – energija lasera,

τ_{LT} – transmitivnost energije od lasera do objekta (cilja),

τ_{TR} – transmitivnost energije od lasera do prijemnika,

ρ – refleksivnost površine objekta,

θ – ugao između normale na površinu cilja i linije praćenja,

R_{TR} – rastojanje od objekta do prijemne optike.

Radi analize tačnosti pozicioniranja potrebno je odrediti statističke parametre signala greške pozicioniranja, koja je zbog šuma, takođe, statistička veličina. Signal greške pozicioniranja iz izraza (1), za jedan ugao ili jednu osu, može se napisati u obliku:

$$\varepsilon = \frac{S_D + N_1}{S_S + N_2} = \frac{u - v}{u + v} \quad (11)$$

gde je:

S_D – razlika para signala za zadatu osu,

S_S – zbir signala svih kvadranta,

N_1 – rms šum koji pripada razlici signala,

N_2 – rms šum koji pripada zbiru signala.

Šumovi N_1 i N_2 su zavisni pošto su različite kombinacije šumova kvadranta. U slučaju da svaki kvadrant ima Gausov izvor šuma i_{nq} , sa srednjom vrednošću nula i varijansom σ_n^2 , tada Gausove slučajne promenljive u i v predstavljaju signale foto-diode uzete u paru, tako da je:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + N_u & \bar{u} - \bar{v} &= S_D \\ v &= \bar{v} + N_v & \bar{u} + \bar{v} &= S_S \end{aligned} \quad (12)$$

Za statistički nezavisne veličine u i v iz (11) i (12) funkcija gustine verovatnoće je:

$$f(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_p^2} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_p^2} \cdot [(u - \bar{u})^2 + (v - \bar{v})^2] \right\} \quad (13)$$

gde je σ_p^2 varijansa obe slučajne veličine u i v i jednaka je $2\sigma_n^2$.

Funkcija gustine verovatnoće signala greške $f(\varepsilon)$ može se dobiti standardnim

postupkom [7], ako se uvede još jedna pomoćna funkcija $g = u$, pored $\varepsilon = \frac{u - v}{u + v}$.

Jakobijan je:

$$|J(\varepsilon, g)| = \left| \frac{\frac{d\varepsilon}{du} \frac{dg}{dv}}{\frac{d\varepsilon}{dv} \frac{dg}{du}} \right| = \left| \frac{\frac{2v}{(u+v)^2} \frac{2u}{(u+v)^2}}{\frac{1}{1} \frac{0}{0}} \right| = \frac{2u}{(u+v)^2} \quad (14)$$

Posle zamene Jakobijana iz (14) u (13), integraljenja $f(u, v)$ po u i sređivanja, funkcija gustine verovatnoće signala greške pozicioniranja postaje:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{|J(\varepsilon, g)|} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}g, g\right) \cdot dg = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_p^2} \cdot [(u - \bar{u})^2 + (v - \bar{v})^2]\right\} \cdot \frac{(u+v)^2}{2u} du \quad (15)$$

Posle zamene iz (11) $v = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \cdot u$, u (15) dobija se:

$$f(\varepsilon) = \frac{\exp\left\{-\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2\sigma_p^2}\right\}}{2\pi\sigma_p^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{u^2 - 2\bar{u}u + u^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{(1+\varepsilon)^2} - 2u\bar{v}\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)}{2\sigma_p^2}\right\} \cdot \left|\frac{2u}{(1+\varepsilon)^2}\right| du \quad (16)$$

Posle uvedene smene $B = \frac{\bar{u}(1+\varepsilon) + \bar{v}(1-\varepsilon)}{\sqrt{2}\sigma_p\sqrt{1+\varepsilon^2}}$ i $\xi = \frac{u\sqrt{1+\varepsilon^2}}{(1+\varepsilon)\sigma_p\sqrt{2}}$ i sređivanja (16) dobija se:

$$f(\varepsilon) = \frac{\exp\left\{-\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2\sigma_p^2}\right\}}{\pi(1+\varepsilon^2)} \cdot \exp\left(\frac{B^2}{2}\right) \left[\int_0^{\infty} (2\xi - B) \cdot \exp\left\{-\frac{(\exp(2\xi - B))^2}{2}\right\} d(2\xi - B) + \frac{4B}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-\eta^2}{2}\right) d\eta \right] \quad (17)$$

Vrednost prvog integrala u jednačini (17) iznosi jedan, pa se dobija konačan izraz za gustinu verovatnoće greške signala pozicioniranja ε :

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\pi(1+\varepsilon^2)} \cdot \exp\left\{-\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2\sigma_p^2}\right\} \cdot \exp\frac{B^2}{2} \cdot \left[1 + \sqrt{2\pi} \cdot B \int_0^B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{w^2}{2}} dw\right] \quad (18)$$

Iz relacije (18) vidi se da je funkcija gustine verovatnoće greške pozicioniranja Gausovog oblika i da se menja sa amplitudom greške pozicioniranja. Amplituda raspodele najveća je kada greška pozicioniranja ε teži nuli, ali je standardna devijacija (širina zvonaste krive) najmanja. Sa povećanjem greške pozicioniranja amplituda raspodele opada, ali se devijacija povećava, pa se preciznost pozicioniranja smanjuje.

Zaključak

Preciznost jednoznačnog pozicioniranja ozračenog objekta zavisi od poluprečnika spota na kvadrantnoj foto-diodi i odnosa signal-šum. Ako je poluprečnik spota manji tačnost pozicioniranja je veća, ali smanjenje poluprečnika spota smanjuje oblast jednoznačnog pozicioniranja. Povećanjem odnosa signal-šum povećava se tačnost pozicioniranja, što znači da je najmanja tačnost kada je prijemnik zahvatio objekat sa maksimalnog rastojanja, i raste sa približavanjem prijemnika

ozračenom objektu. Interesantno je da je najveća tačnost pozicioniranja kada je osa vidnog polja prijemnika usmerena na objekat, odnosno kada je spot u centru kvadrantne foto-diode. Tada je fluktuacija signala greške, za zadati odnos signal-šum, minimalna. Iz navedenih razloga preciznost pozicioniranja laserski ozračenog cilja ograničena je, ali se može svesti na oko 2 miliradijana (mrad), što ove sisteme čini veoma preciznim.

Literatura:

- [1] Svelto, O.: Principles of Lasers, Second Edition, Plenum Press, New York, London, 1982.
- [2] Grubor, G.: Laserska lokacija, prevod s ruskog, VINC, Beograd, 1987.
- [3] Arnon, S., Kopeika, N. S.: Laser Satellite Communication Network – Vibration Effect and Possible Solutions, Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 10, 1997.
- [4] Malašin, M. S., Kominskij, R. P., Borisov, S. B.: Osnovi projektovanja laserskih lokacionih sistem. Moskva, Visša škola, 1983.
- [5] Barbarić, Ž., Vukobrat, Ž., Laka, J.: Lokacija laserskog snopa primenom kvadrantne fotodiode, Naučno-tehnički pregled, Vol. XLVI, br. 7, 1996.
- [6] William, W. L., Zissis, G. J.: The Infrared Handbook, Chapter 22, Ann Arbor, Michigan: Environmental Research Institute of Michigan, 1978.
- [7] Papoulis, A.: Probability Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, Kogakusha, Ltd., 1965.