

**Mr Branko Božić,**  
potpukovnik, dipl. inž.  
Vojnogeografski institut VJ,  
Beograd

## **KOORDINATNI SISTEMI, GEODETSKI DATUMI I TRANSFORMACIJA KOORDINATA**

UDC: 528.236:623.647

### *Rezime:*

*Rad se bavi problemom definisanja koordinatnih sistema i geodetskih datuma dela Zemljine površi. Posebno se ističe značaj problema definisanja odnosa između lokalnog datuma u kojem su prikazane karte državne teritorije i geocentričnog globalnog datuma u kojem se obavljaju GPS merenja, s obzirom na to da je u Vojski Jugoslavije ovaj sistem pozicioniranja sve značajniji.*

*Ključne reči: koordinatni sistem, geodetski datum, transformacija.*

---

## **COORDINATE SYSTEMS, GEODETIC DATUMS AND COORDINATE TRANSFORMATION**

### *Summary:*

*This article makes an effort to define some types of coordinate systems and geodetic datums. Also it points out the importance of making connection between the local datum in which all state maps are prepared and the geocentric datum in which GPS works.*

*Key words: coordinate system, geodetic datum, transformation.*

---

### **Uvod**

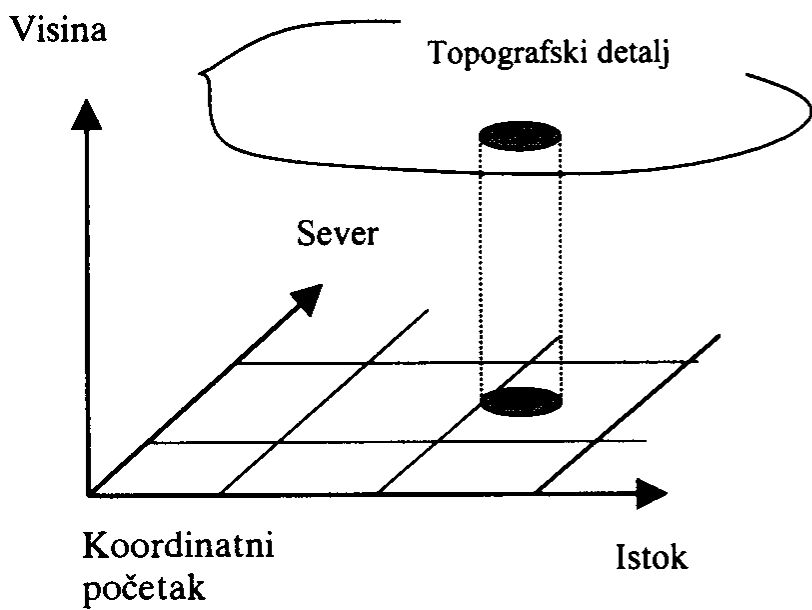
Zemljina površ ima veoma kompleksnu strukturu. Čine je i visoki planinski venci, i duboka okeanska prostranstva. Prikaz takve jedne složene površi zahteva definisanje referentnog modela koji bi bio u stanju da uvaži sve postojeće neregularnosti takve topografske površi. Ujedno, takav model morao bi biti i dovoljno jednostavan i lak za primenu. Osim toga, referentni model mora da zadovolji i sledeća dva uslova: mora uključiti koordinatni sistem koji će omogućiti jednoznačno pozicioniranje elemenata geografskog prostora i mora biti

povezan sa fizičkom realnošću, tako da je njegova upotreba logična.

### **Zemlja kao ravna površ**

Ukoliko je ravan kartiranja malih dimenzija (na primer  $10 \text{ km}^2$ ), kao pogodan referentni model koristi se trodimenzionalni (3D) sistem. Horizontalne ose 3D modela usmerene su u pravac severa i istoka, horizontalnu ravan definiše nivo mora (fizički prepoznatljiva ravan), dok je visina (Z) upravna na horizontalnu ravan i poklapa se sa pravcem gravitacione sile.

Položaji pojedinih elemenata ortogonalno se projektuju na horizontalnu ra-

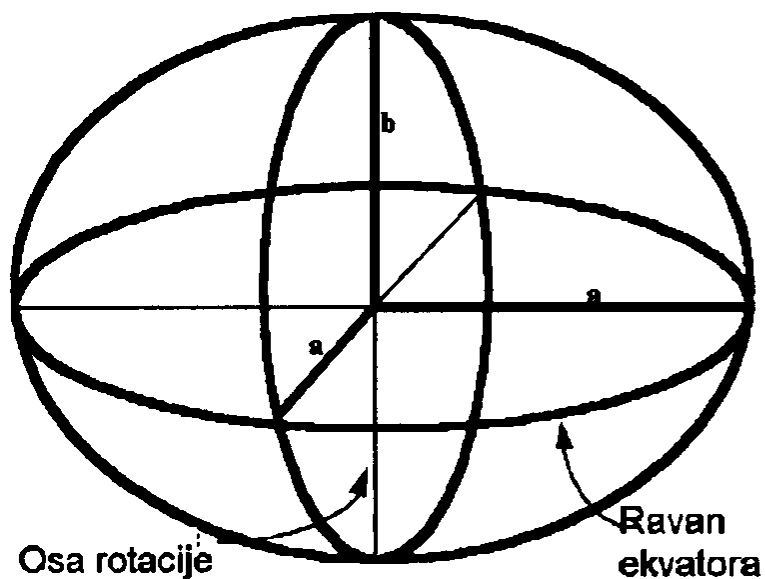


Slika 1

van, omogućujući jednoznačnu matematičku identifikaciju njihovih međusobnih položaja. Visina svakog topografskog detalja definisana je vertikalnim rastojanjem u odnosu na horizontalnu ravan. Orijehtacija sistema u odnosu na pravac severa i prihvatanje nivoa mora za horizontalnu ravan čini ovaj sistem fizički logičnim.

### Zemlja kao zakrivljena površ

Sa povećanjem površi premera, model ravne Zemlje ne bi bio adekvatan, zbog zakrivljenosti Zemlje i strukture njene unutrašnjosti.



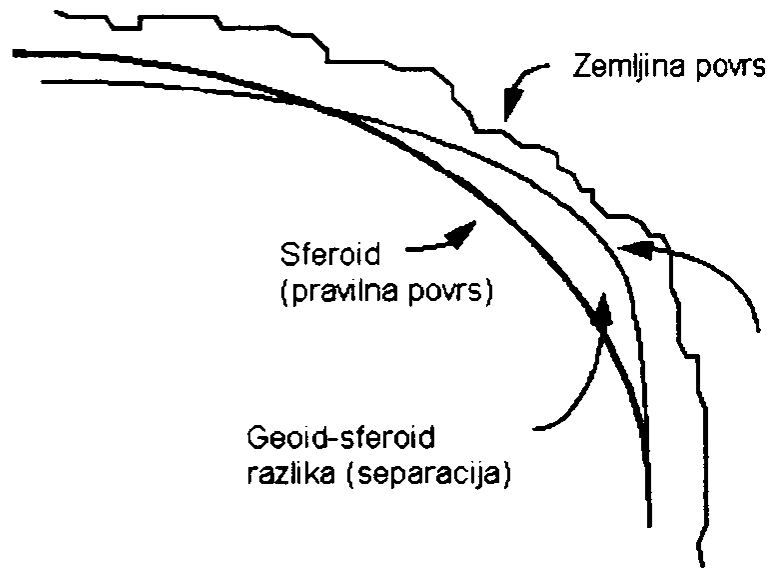
a = dužina velike poluose  
b = dužina male poluose

Slika 2

Zakrivljenost Zemlje predstavlja poseban problem koji direktno utiče na promenu modela. Izbor modela sa zakrivljenom površi je važan i mora ispuniti dva kriterijuma: mora biti prilagođen stvarnom obliku Zemlje i jednostavan za upotrebu.

Najpovoljnija figura koja bi adekvatno služila postavljenim zahtevima jeste sferoid (elipsoid), koji predstavlja figuru koja se dobija rotiranjem elipse oko svoje male ose (slika 2).

Drugi važan problem vezan je za Zemljinu unutrašnjost i nije toliko očigledan kao prvi. Zemljina unutrašnjost nije homogena i varira od mesta do mesta.



Slika 3

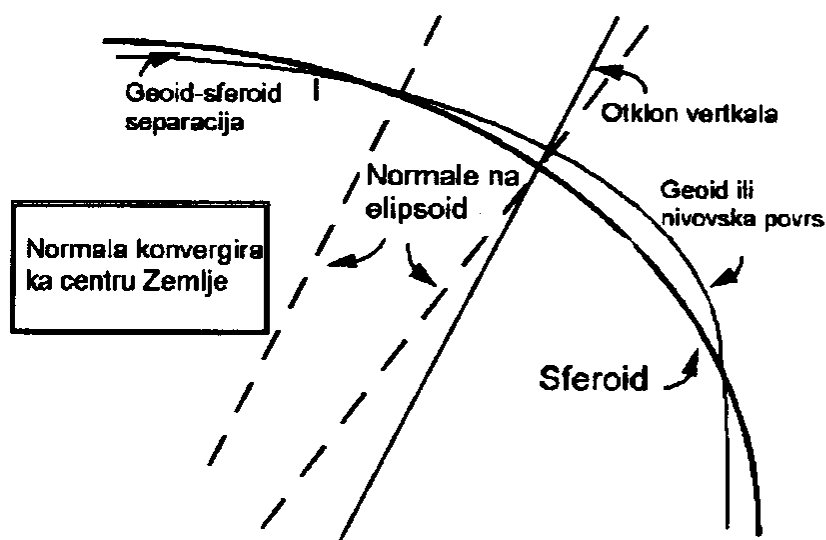
Varijacije u gustini i rasporedu Zemljinih masa su značajne. Takođe, značajne su i neregularnosti izazvane visinskim razlikama (planina i dubina mora). Takve varijacije vode ka anomalijama unutar Zemljinog gravitacionog polja.

Model površi nivoa mora moguće je matematički definisati. Međutim, takav model je vrlo kompleksan i nije pogodan za prikazivanje geografskih položaja detalja. Treba naglasiti, da nivo mora ne koincidira sa matematički definisanom površi sferoida (slika 3).

Na površima malih dimenzija, horizontalnu ravan koja sadrži ose usmerene

ka severu i istoku moguće je pozicionirati tako da koincidira sa površi mora. Kod zakrivljenog modela to nije moguće postići upravo zbog neregularnosti morske nivovske površi. Radi toga se površ elipsoida postavlja tako da najbolje reprezentuje nivovsku površ mora. Međutim, nije moguće idealno poklopiti dve površi, što izaziva i određene posledice (ilustrovane na slici 4).

Jedna od glavnih razlika izazvana je nepoklapanjem normale i pravca vertikalne (upravna na nivovsku površ). Pravac vertikalne koincidira sa pravcem gravita-



Slika 4

cione sile u tački posmatranja. To je linija duž koje predmet pada pri ispuštanju sa neke visine. Vertikalna je veoma važna pri merenju sa konvencionalnim geodetskim instrumentima (teodoliti, niveliri). Ti instrumenti se postavljaju tako da njihova osa rotacije koincidira sa ili je upravna na pravac vertikalne, što ima za posledicu da se svi uglovi mere u odnosu na pravac vertikalne.

Sa druge strane, normala na elipsoid predstavlja liniju duž koje se projektuju topografski detalji na sferu. To je linija koja se koristi pri obradi opažanja izvedenih na nekoj tački terena. Kod modela kod kojih se Zemlja zamenjuje sa ravni

ove dve linije se poklapaju. Kod modela gde se uzima u obzir zakrivljenost Zemlje, one se očigledno ne poklapaju, pa se mereni uglovi moraju korigovati za taj uticaj.

Kao referentne površi za izražavanje visina tačaka koriste se površ nivoa mora (uslovno rečeno geoid) i sferoid. Kada se zanemaruje zakrivljenost Zemlje, dve površi koincidiraju, u suprotnom, ukoliko se zakrivljenost uzima u obzir, one su razdvojene, tj. ne poklapaju se.

U većini zemalja kao referentna površ za visine uzima se srednji nivo mora, jer se površ može fizički identifikovati.

Jugoslovenski vertikalni datum (JVD) jeste primer takvog visinskog sistema.<sup>1</sup> Sferoidne visine (visine koje se odnose na površ sferoida) u današnje vreme, pojavom GPS, postaju sve popularnije. Do skoro, njihovo određivanje je bilo komplikovanije u odnosu na visine čija je referentna površ morska.

Dužina između površi sferoida i geoida naziva se geoid-sferoidnom razlikom ili separacijom, odnosno geoidnom undulacijom. Ukoliko je ona poznata, nadmorska visina se može pretvoriti u sferoidnu i obrnuto. Postoji nekoliko načina da se izračuna vrednost undulacije, a svi su matematički veoma složeni i mogu se naći u geodetskoj literaturi.

Kod modela gde se zanemaruje zakrivljenost Zemlje, projekcione linije su međusobno paralelne. Kod modela gde se zakrivljenost mora uzeti u obzir, normale konvergiraju ka centru sferoida (slika 4), pa dužinu merenu na površi Zemlje treba skratiti (pre njenog korišćenja) pri računanjima na sferoidu. Vrednost skraćivanja zavisi od visine merene

<sup>1</sup> JVD se uslovno može tako nazvati, jer visine tačaka koje su u upotrebi kod nas nisu korigovane za uticaj gravitacije, a nisu ni usklađene u okviru jedinstvenog sistema.

linije iznad sferoida i iznosi približno oko 1 mm po kilometru za svakih 6,3 m visine.

## Geodetski datum

Referentni model kod kojeg se uzima u obzir zakrivljenost Zemlje služi kao geodetski datum. Karakteristike geodetskog datuma su:

- predstavlja pojednostavljeni matematički prikaz veličine i oblika Zemlje,
- ima formu sferoida koji je dobijen rotacijom elipse oko svoje kraće ose,
- ima univerzalni značaj, u premeru i navigaciji, a služi kao osnova za kartiranje i izgradnju geografskog informacionog sistema (GIS). Površ sferoida postavljena je tako da najbolje aproksimira nivo mora („geoid“). Izohipse na kartama obično pokazuju nadmorske visine. Međutim, njihov položaj mora poštovati zakone kartiranja na površ sferoida.

Geodetski datumi mogu biti lokalni i geocentrični.

Lokalni geodetski datum jeste datum koji najbolje aproksimira veličinu i oblik jednog dela Zemljine kugle (nivovske površi). Centar takvog sferoida ne poklapa se sa centrom mase Zemlje (slika 5). Do nedavno, većina prostornih sistema pojedinih zemalja odnosila se na lokalne geodetske datume.

Jugoslovenski geodetski datum<sup>2</sup> (JGD) jeste primer lokalnog datuma. Primenjeni sferoid (čini ga elipsoid Bessela iz 1841. godine) približno aproksimira nivovsku površ naše teritorije (bolje rečeno teritorije SFRJ).

Geocentričnim datumom naziva se onaj datum koji najbolje aproksimira veličinu i oblik Zemlje u celini. Centar

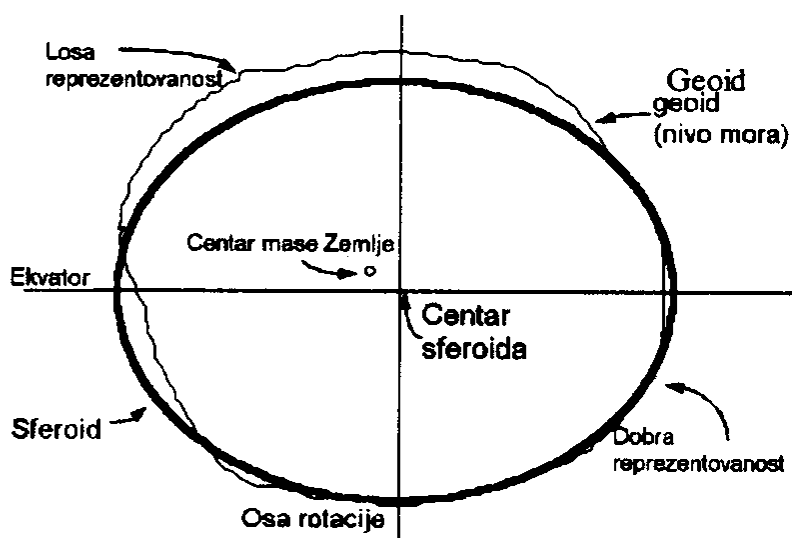
<sup>2</sup> Kao i kod visinskog datuma, mora se istaći da je JGD definisan sa neadekvatnom tačnošću i kao takav je sve manje upotrebljiv u kombinaciji sa geocentričnim datumom koji je preciznije definisan.

sferoida koincidira sa centrom mase Zemlje (slika 6).

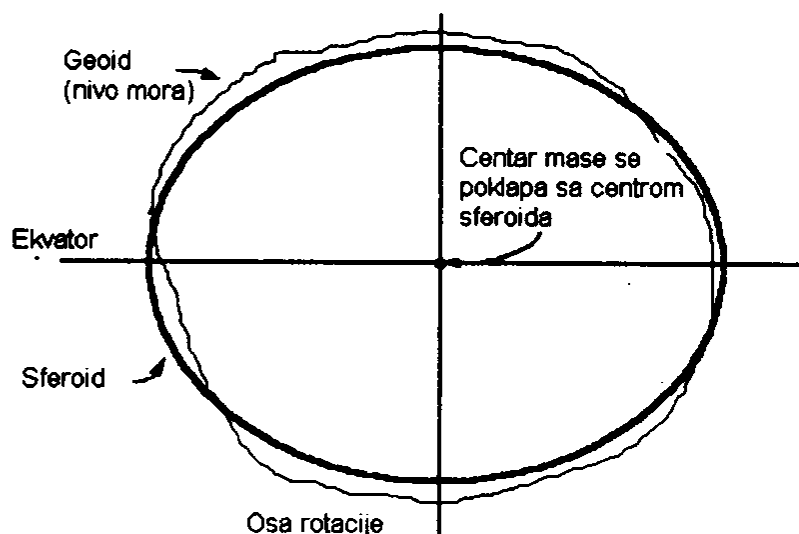
Od geocentričnih datuma ne zahteva se da dobro aproksimiraju pojedine delove Zemljine površi. Njihova je primena globalne prirode, pa se koriste u projektima globalnog karaktera. Jedan od takvih projekata jeste i Sistem globalnog pozicioniranja (GPS – Global Positioning System), koji koristi geocentrični datum radi izražavanja položaja. Nasuprot datumu koji koristi GPS u Rusiji se pri korišćenju njihovog sistema GLONASS (pandam GPS) koristi sasvim različiti geocentrični datum.

U svakom geodetskom datumu mogu se identifikovati dva koordinatna sistema: geodetski i prostorni.

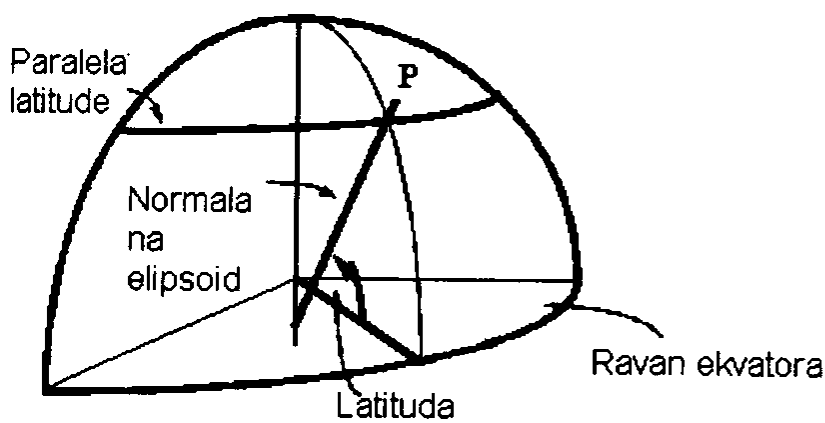
Geodetski koordinatni sistem jeste sistem koji je prirodno vezan za sferoid.



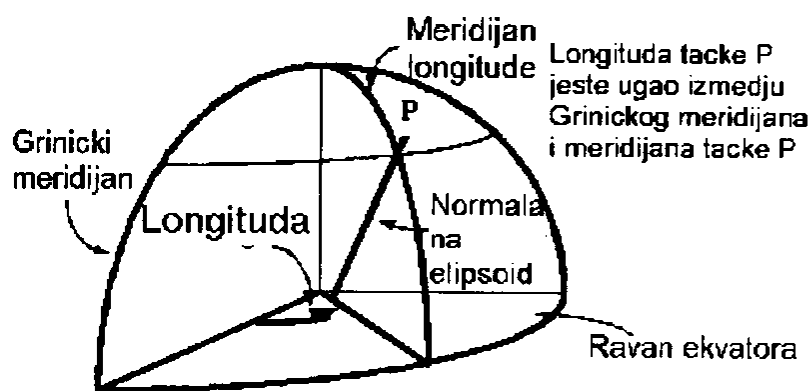
Slika 5



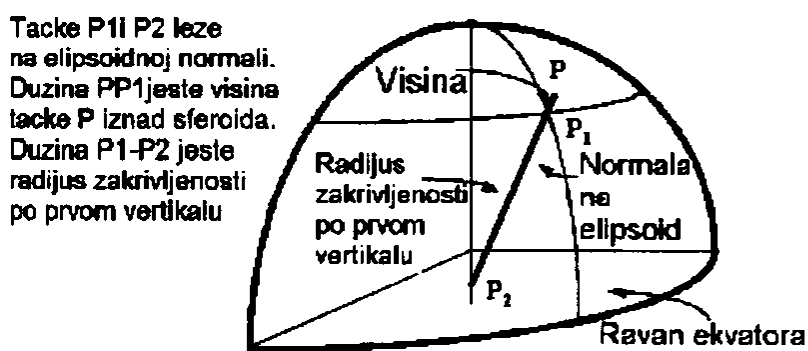
Slika 6



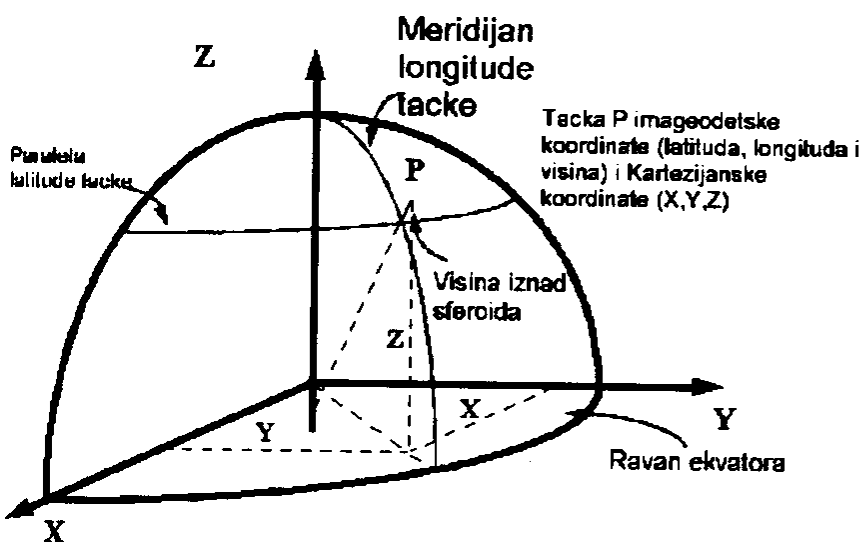
Slika 7



Slika 8



Slika 9



Slika 10

U njemu se položaji tačkaka opisuju latitudom (geodetskom širinom – ugao između normale u tački P i ravni ekvatora),

longitudom (geodetskom dužinom – ugao između griničkog meridijana i meridijana tačke P) i sferoidnom visinom (rastojanje od površi sferoida do tačke P (slike 7, 8 i 9)).

Za datum je moguće vezati i prostorni (Dekartov 3D ili 2D pravougli – Kartezijanski) koordinatni sistem. Osa X leži u ravni ekvatora i usmerena je u pravcu griničkog meridijana (longituda = 0), Y osa se nalazi u ravni ekvatora i usmerena je u pravcu istoka (longituda = 90°), dok je Z osa paralelna sa osom Zemljine rotacije (latituda = 90°), (slika 10).

Konverzija iz geodetskih koordinata u pravougla koordinate izvodi se uz pomoć sledećih izraza:

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda \\ Y &= (N + h) \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda \\ Z &= ((b^2/a^2) \cdot N + h) \cdot \sin\varphi \end{aligned} \quad (1)$$

gde je:

X, Y, Z – pravougla koordinate tačke,  
 $\varphi, \lambda$  – latituda i longituda tačke,  
h – sferoidna visina tačke,  
a, b – dužina velike i male poluose sferoida,

N – radijus zakrivljenosti po prvoj vertikali u datoj tački, iznosi:

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi}} \quad (2)$$

Konverzija iz pravouglah koordinata u geodetske koordinate izvodi se po sledećim izrazima:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan \left( \frac{(Z + e'^2 \cdot b \cdot \sin^3 \theta) / (p - e^2 \cdot a \cdot \cos^3 \theta)}{\lambda} \right) \\ \lambda &= \arctan (Y/X) \\ h &= (p/\cos\varphi) - N \end{aligned} \quad (3)$$

gde je:

$e^2$  – prvi brojni ekcentricitet,  
 $e'^2$  – drugi brojni ekcentricitet oblika

$$\begin{aligned} e^2 &= (a^2 - b^2)/a^2 \\ e'^2 &= (a^2 - b^2)/b^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{Z \cdot a/p \cdot b}{p} \\ p &= \sqrt{X^2 + Y^2} \end{aligned} \quad (5)$$

### Koordinate u ravni projekcije

Treći koordinatni sistem definiše se u okviru kartografske projekcije, koja se koristi radi preslikavanja zakrivljene površi sferoida u ravan, odnosno kartu. Pri preslikavanju dolazi do određenih deformacija koje se mogu izračunati. U zavisnosti od karaktera deformacija postoji nekoliko vrsta projekcija. Svaka od postojećih projekcija može se implementirati na bilo kom elipsoidu. Jedna od najčešće primenjivanih je Poprečna Merkatorova projekcija, koja se naziva i Gaus-Krigerovom projekcijom. (Opširnije o formulama vezanim za navedene projekcije videti u literaturi [1].)

### Lokalni i geocentrični geodetski datumi

Definisanje geodetskog datuma zahteva izvršavanje značajnih geodetskih terenskih merenja. Mereni podaci moraju obuhvatiti satelitska, gravimetrijska i astronomska merenja, kao i merenja uglova (triangulacija) i dužina (trilateracija).

#### LOKALNI DATUM SAVEZNE REPUBLIKE JUGOSLAVIJE

Do pre nekoliko godina definisanje lokalnih datuma uveliko je zavisilo od astronomskih opažanja. Ona su bila nuž-

na radi određivanja latituda i longituda određenog broja trigonometrijskih tačaka raspoređenih na teritoriji premera. Latituda i longitude ostalih tačaka mreže računata su pomoću uglovnih i dužinskih merenja, uz uvažavanje odabranog sferoida, polazeći od neke početne tačke koja se naziva ishodištem. Dva skupa koordinata neće biti identična, zbog neregularnosti Zemljinog gravitacionog polja (otklon vertikala). Dobijene razlike služe za analizu i računanje popraavljenih vrednosti koordinata, a iteracija se nastavlja sve dok razlike ne budu u željenim granicama, a otklon vertikala minimalni. Nakon toga, definisanjem latituda, longitude i sferoidne visine ishodišne tačke, kao i parametara elipsoida, uspostavlja se lokalni datum.

Geodetski datum je matematički koncept a na jednoj površi moguće je definisati više datuma. Idealno, unutar jedne države poželjno bi bilo definisati samo jedan datum, tako da se svi podaci odnose na jedan koordinatni sistem. Međutim, u praksi se retko sreće samo jedan datum. Važno je shvatiti da koordinatne vrednosti neke tačke zavise od odabranog datuma. One su različite u dva različita datuma i zavise od:

- parametara odabranog elipsoida,
- položaja centara dva elipsoida,
- neparalelnosti koordinatnih osa dva datuma, kao i različito definisanih razmera između tačaka unutar njih.

### *Položajna mreža*

Zainteresovani korisnik podataka geografskog prostora u SRJ mora da se susretne sa položajnim određenjem detalja tog prostora, unutar nekog koordinatnog sistema. U smislu prethodnih definicija, neupućeni korisnik bi pomislio da je naš lokalni datum definisan, a da je

pitanje globalnog, geocentričnog, samo stvar vremena. Nažalost, stvari ne stoje tako, odnosno, teško da će se u stručnoj geodetskoj literaturi neko usuditi da upotrebi izraz jugoslovenski datum. On ima obeležja lokalnog datuma, ali je, na nesreću, njegovo uspostavljanje trajalo suviše dugo, uz neadekvatan broj i kvalitet informacija (merenja) kojima bi se strogo odredio. Naša mreža je oslonjena na staru austrougarsku mrežu, odnosno njenu ishodišnu tačku (nedaleko od Beča) čija je tačnost određivanja dovedena u pitanje. Pri obradi merenja nisu uzeta u obzir gravimetrijska merenja (otkloni vertikalna), tako da je čitava mreža pomerenjena više od 19 sekundi (oko 600 m) ka istoku i neravnomerno. Osim nedoslednosti u definisanju datuma, mreža je razvijana u nedopustivo dugom periodu (1900–1951), a merenja su izvedena sa instrumentima koji odavno pripadaju istoriji. Međutim, iako je još pedesetih godina ukazano na sve njene slabosti i uprkos stabilizaciji tačaka i izvršenom merenju u novoj astrogeodetskoj mreži, ni do danas merenja nisu obrađena, a mi se i dalje koristimo koordinatama koje su izračunate dvadesetih godina ovog veka, zahvaljujući ponajviše generalu Stevanu P. Boškoviću, kasnije i akademiku i načelniku Vojnogeografskog instituta.

Analiza tačnosti trigonometrijske mreže 1. reda pokazala je da prosečne položajne greške koordinata tačaka iznose oko 1 m, dok maksimalne vrednosti grešaka idu i do 3 m (Građevinski fakultet, 1995).

### *Visinska mreža*

Radovi na uspostavljanju visinske mreže (vertikalni datum) na ovim prostorima započeti su 1871. godine, kada je bečkom Vojnogeografskom institutu po-

vereno da sprovede precizni nivelman na teritoriji Austro-Ugarske. Nešto kasnije (1899) dva repera na teritoriji Kraljevine Srbije (na Savskom mostu i u Zvorniku) dobijaju visine u odnosu na srednji nivo Jadranskog mora, koji je reprezentovao reper na zgradi finansijske straže u Trstu na molu Sortarijo. Od tog vremena do danas nivelmanska merenja su obavljana u više vremenskih epoha. Tako, od 1905. do 1931. godine, Geografsko odeljenje Glavnog Đeneralštaba srpske vojske izvršava precizni nivelman na teritoriji tadašnje Srbije. Kasnije, od 1931. do 1963. godine, urađen je Prvi nivelman visoke tačnosti (NVT I), a od 1970. do 1973. godine i Drugi nivelman visoke tačnosti (NVT II). Iako su merenja u NVT II završena, zbog raspada Savezne geodetske uprave, sredinom osamdesetih godina, do danas nisu zvanično publikovani rezultati njegove obrade.

Kao i za trigonometrijsku mrežu, na Institutu za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu napravljena je analiza visinske mreže u upotrebi, upoređujući je sa preliminarnim rezultatima obrade NVT II. Konstatovana je sistematska visinska razlika između dva sistema visina u iznosu od oko 30 cm. Takođe, konstatovano je da su gravimetrijska merenja bila neadekvatna, i da nisu korektno uzete u obzir sve neophodne popravke.

### *Gravimetrijska mreža*

Gravimetrijska merenja se u geodeziji koriste za rešavanje zadataka vezanih za izučavanje oblika i veličine Zemlje, kao i njenog gravitacionog polja (određivanje otklona vertikalna, geoid-sferoidne razlike i sl.). Ovim se merenjima omogućuje redukcija merenih veličina sa fizičke površi Zemlje na određenu referentnu površ (na primer sferoid). Posle niza

pokušaja, tek krajem 1951. godine, najviše zahvaljujući Vojnogeografskom institutu (tadašnji Geografski institut JNA) i Glavnoj geodetskoj upravi FNRJ, otpočeo je sistemski gravimetrijski premer. Uspostavljene su gravimetrijske mreže 1. i 2. reda, osnovna gravimetrijska mreža i određeni broj lokalnih gravimetrijskih mreža. Merenja su započeta 1952. godine i trajala su do osamdesetih godina. Pored toga, mreža je sa četiri tačke (tri u Beogradu i jedna u Zagrebu) povezana u Međunarodnu standardnu gravimetrijsku mrežu – IGSN71 (International Gravity Standardization Network).

#### GEOCENTRIČNI DATUM SAVEZNE REPUBLIKE JUGOSLAVIJE

Definisanje geocentričnog datuma još je kompleksniji poduhvat i zahteva merenja na svim delovima Zemlje.

Što se tiče geocentričnog datuma SRJ učinjeni su prvi značajni koraci ka tome. Naime, od 2. do 9. septembra 1998. godine, u okviru međunarodne GPS kampanje, na 8 tačaka postojeće državne mreže, sa 8 GPS prijemnika Trimble serije 4400 (prijemnici su vlasništvo VGI i Uprave artiljerije), izvršena su petodnevna dvadesetčetvoročasovna merenja, radi definisanja geocentričnog okvira (okvir = frame – skup tačaka kojima je definisan referentni sistem), kojim se definiše naš geocentrični datum. Merenja su prosleđena međunarodnom centru za obradu GPS rezultata merenja te vrste (Nemačka), a podaci obrade još nisu objavljeni (septembar 1999).

#### Transformacioni parametri i vrste transformacija

Transformacija koordinata iz jednog datuma u drugi lako se može izvršiti

ukoliko je uspostavljena veza između njih. Pod vezom se podrazumevaju izrazi kojima je opisan model i skup parametara transformacije.

Na osnovu raspoloživih, nezvaničnih i približnih pokazatelja, između lokalnog i geocentričnog SRJ datuma<sup>3</sup> postoji znatna razlika (od 200 m do 700 m, u zavisnosti od koordinate). Na osnovu 15 tačaka čije su koordinate bile poznate u oba datuma (jedna četvrtog reda, dve drugog reda i 12 tačaka prvog reda), ocenjeni su transformacioni parametri za prelazak iz geocentričnog datuma ETRS89 (Evropski terestrički referentni sistem za epohu 1989) u lokalni državni koordinatni sistem (lokalni datum) i oni iznose:

– tri translacije:

$$\Delta X = -693,668 \text{ m sa } s = 0,1562 \text{ m}$$

$$\Delta Y = 197,925 \text{ m sa } s = 0,1562 \text{ m}$$

$$\Delta Z = -484,235 \text{ m sa } s = 0,1562 \text{ m}$$

– tri rotacije: (5)

$$\varepsilon(x) = 4,802274'' \text{ sa } s = 0,2923''$$

$$\varepsilon(y) = -1,103256'' \text{ sa } s = 0,4102''$$

$$\varepsilon(z) = -12,755873'' \text{ sa } s = 0,3621''$$

– razmer:

$$f = -9,465992 \text{ ppm sa } s = 1,1136 \text{ ppm}$$

Iako je na osnovu ocene tačnosti parametara transformacije utvrđeno da

<sup>3</sup> „SRJ geocentrični datum“ „dobijen“ je na osnovu merenja i obrade Artiljerijske GPS mreže (21 tačka, slika 11) i rezultata merenja na pet permanentnih stanica: Zimmerwald, Wettzell, Graz, Penz i Matera, čije su koordinate definisane u okviru Internacionalnog terestričkog referentnog sistema – ITRF. Nakon obrade izvršena je ocena tačnosti i delimična kontrola pouzdanosti dobijenih podataka (dve dodatne tačke imale su ranije nezavisno određene koordinate u ITRF sistemu). Na osnovu pokazatelja (minimalnih) mogao se izvesti zaključak da je izvršenim merenjima definisan geocentrični datum sa tačnošću od oko 10 cm (Radojčić, 1998).



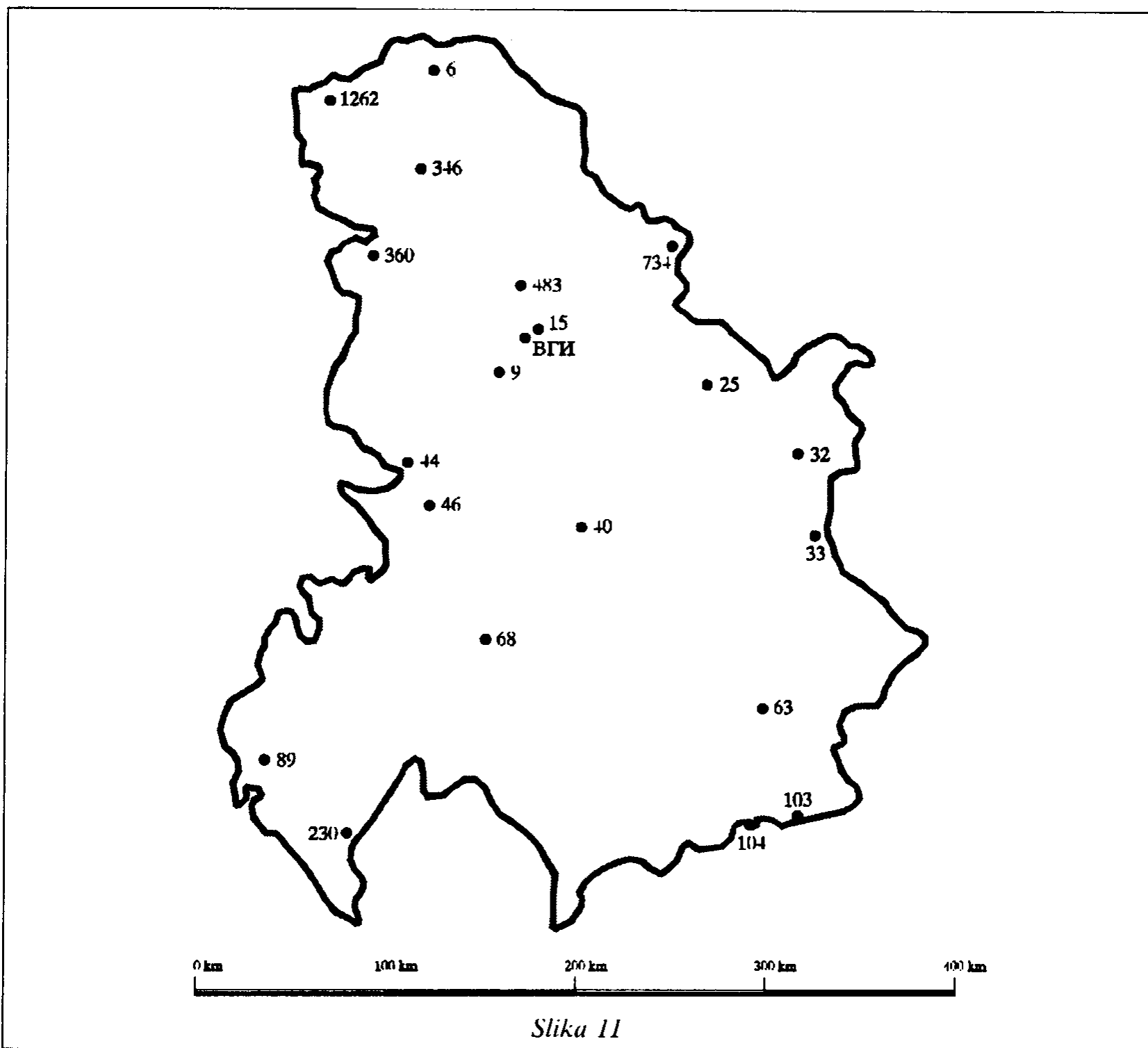
su ocenjeni sa tačnošću do 1 m, analizom jednog ograničenog skupa tačaka, čije su koordinate bile poznate u ETRS89 (4 tačke Artiljerijske mreže i 6 tačaka na makedonskoj teritoriji), utvrđene su vrednosti razlika transformisanih koordinata i koordinata državne mreže u iznosu od oko 2,5 m na našoj, odnosno oko 4 do 6 m na makedonskoj teritoriji. Navedeni pokazatelji jasno ukazuju na slabu definisanost tačaka državne mreže unutar lokalnog datuma, kao i njegovo loše definisanje. Posebno se ističe da su izračunati parametri nezvanični. Zvanične vrednosti mogu se očekivati nakon

obrade rezultata GPS merenja u okviru pomenute mreže od osam tačaka.

Ukoliko su X, Y, Z ose dva datuma paralelne, a faktor razmere identičan, veza između dva datuma reprezentuje se sa tri transformaciona parametra (slika 12).

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + \Delta X \\ Y_2 &= Y_1 + \Delta Y \\ Z_2 &= Z_1 + \Delta Z \end{aligned} \quad (6)$$

Ukoliko koordinatne ose nisu paralelne, a razmere različite, obavezno se primenjuje tzv. sedmoparametarska transformacija oblika (slika 13):



Slika 11

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + f_c \cdot \begin{bmatrix} 1 & e(z) & -e(y) \\ -e(z) & 1 & e(x) \\ e(y) & -e(x) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

gde je:

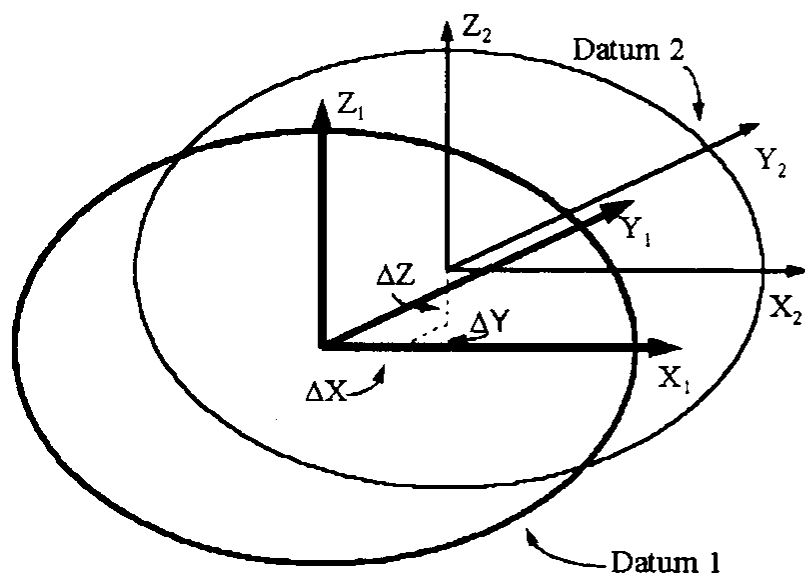
$f_c$  – razlika razmera dva koordinatna sistema,

$e(x)$ ,  $e(y)$  i  $e(z)$  – uglovi rotacije koji su pozitivni ukoliko su suprotni od kretanja kazaljke na satu, gledajući ka ishodištu iz pravca pozitivnog smera osa.

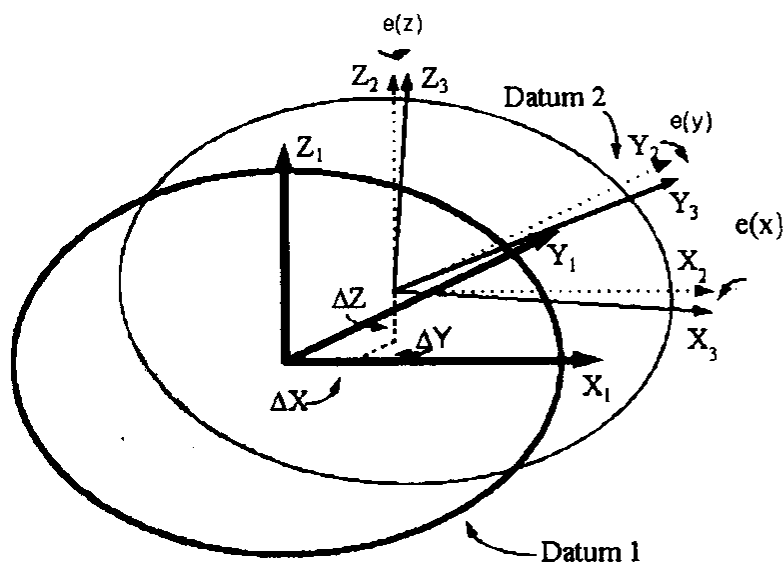
### Transformacija koordinata između geocentričnog i lokalnog datuma SRJ

Transformacija koordinata iz datuma 1 (geocentrični) u datum 2 (lokalni) obavlja se po sledećoj proceduri:

– konvertovati geodetske koordinate u datumu 1 u XYZ koordinate u datumu 1 (izrazi 1),



Slika 12



Slika 13

– konvertovati XYZ prostorne koordinate u datumu 1 u XYZ prostorne koordinate u datumu 2 (izraz 7), koristeći parametre transformacije (5),

– konvertovati XYZ prostorne koordinate u datumu 2 u geodetske koordinate u datumu 2 (izrazi 3),

– konvertovati geodetske koordinate u datumu 2 u koordinate u projekciji u datumu 2.

Obrnuta transformacija vrši se promenom znaka transformacionih parametara.

### Zaključak

Cilj rada je da korisnicima GPS opreme ukaže na probleme u korišćenju GPS prijemnika i povezivanju rezultata GPS merenja sa postojećim grafičkim ili digitalnim topografskim podlogama. Posebno je istaknuta veza između koordinata tačke u različitim datumima i različitim koordinatnim sistemima. Merenja sa GPS prijemnicima moraju biti svedena na datum na koji se transformacioni parametri odnose. Svako odstupanje od tog principa izaziva greške u računanju i interpretaciji rezultata merenja, što može znatno uticati na realizaciju postavljenih ciljeva. Kod korisnika koji postavljaju visoke zahteve tačnosti, merenje u jedinjenom datumu predstavlja osnov pouzdanosti i garanciju efikasnosti realizacije zadataka.

#### Literatura:

- [1] Borčić, B.: Gaus-Kriggerova projekcija, teorija i primena u državnom sistemu, Geografski institut JNA, 1955.
- [2] Jones, A.: Where in the World are We, department for Environment, heritage and Aboriginal Affairs, Adelaide, South Australia, March 1998.
- [3] Radojčić, S.: Tehnički izveštaj o obradi merenja u artiljerijskoj GPS mreži, Vojnogeografski institut, Beograd, 1998.
- [4] Savezna geodetska uprava: Osnovni geodetski radovi u FNR Jugoslaviji, Beograd, 1953.
- [5] Univerzitet u Beogradu: Geodetske referentne mreže, Građevinski fakultet – Institut za geodeziju, 1995.