

Iskustveno određivanje premije – BONUS SISTEM***

Rezime: Jedan od načina u postupku proračuna premije osiguranja jeste iskustveno određivanje premije. Među ovim metodama, u praktičnim istraživanjima, posebno mesto zauzima bonus sistem. Osnovna ideja sadržana je u analizi prethodnih odštetnih zahteva što je jedna od osnovnih primena Markovljevih lanaca.

Ključne reči: bonus sistem, Markovljevi lanci

Summary: One way in procedure of insurance premium calculation is experience based calculation of premium. Among all the methods in practical researches, No Claims Discount System – NCD System, holds the important place. A basic idea is contained in analysis of accumulated claims process that is one of the most common appliances of Markov chains.

Keywords: No Claims Discount System – NCD System, Markov chains

1. UVOD

Jedan od mogućih postupaka za utvrđivanje premije osiguranja jeste i postupak njenog utvrđivanja na osnovu iskustva. Kod iskustvenog ocenjivanja premije, pri određivanju finalne premije, razmatra se ostvarenje gubitaka osiguranika u prošlosti. Iskustveno ocenjivanje nadređeno je sastavu kolektivnog ocenjivanja prema gore ili prema dole, zavisno od razmere odstupanja pojedinačnog iskustva od prosečnog iskustva tog kolektiva. (prema [1]) Ovaj metod se u načelu koristi samo kada osiguranik ostvaruje premiju dovoljno veliku da se ona može smatrati statistički pouzdanom.

* Rad je primljen 8. novembar 2007. godine i bio je jednom na reviziji kod autora

** Beogradska bankarska akademija, e-mail : ikrdzic@ien.bg.ac.yu

*** Rad predstavlja deo istraživanja u okviru izrade magistarskog rada "Matematičko-statistički osnovi utvrđivanja premije imovinskog osiguranja"

2. BONUS SISTEM

Prilikom određivanja premije, odnosno veličine novčanog iznosa koju osiguranik treba da plati, osiguravač svoju odluku često temelji na razmatranju broja odštetnih zahteva osiguranika u proteklom godinama. Ovaj metod, poznat kao *bonus sistem*, zapravo predstavlja vraćanje određenog dela premije koji je posledica jednog ili pak višegodišnjeg iskustva, odnosno ostvarenog rezultata. Bonus sistem funkcioniše tako da osiguranik dobija popust na uobičajenu premiju, a koji je direktno vezan sa brojem godina bez odštetnog zahteva, koji je osiguranik imao. Dakle, osiguranik plaća umanjenu premiju, odnosno dobije deo premije od predviđene. Ovaj metod je naročito čest u slučaju osiguranja motornih vozila. Skoro sva osiguravajuća društva koriste bonus sistem. Takođe se kod obaveznog osiguranja opravdava bonus i to unapred za narednu godinu, shodno periodu na koji je zaključen ugovor o osiguranju. Ovaj metod se može primeniti i kod kolektivnog osiguranja života i zdravstvenog pokrivanja.

Elementi bonus sistema su: kategorija popusta i pravila za prelazak iz jedne kategorije u drugu. Kada se govori o kategorijama, misli se na broj godina bez odštetnog zahteva. Kada je reč o prelasku iz jedne kategorije u drugu misli se zapravo na činjenicu da umesto da se neki zahtev vrati u kategoriju bez popusta, osiguranik se prosto pomeri u kategoriju na nižem nivou popusta. Sada ćemo razmotriti primere koji govore o ovom metodu.

Primer 1:

Razmotrimo bonus sistem sa tri kategorije.

Tabela 1 : Bonus sistem sa tri kategorije

Kategorija	Popust
0	0
1	20
2	35

U prvoj kategoriji, kategoriji „0“ su oni osiguranici koji plaćaju punu premiju (ona će se samo razlikovati u praksi od slučaja do slučaja u zavisnosti od ličnih karakteristika, npr. od broja godina osiguranika). Mi ćemo sada zbog jednostavnijeg razumevanja posmatrati skup osiguranika koji plaćaju isti iznos premije. To će značiti da kategorija 1 npr. sadrži sve one osiguranike koji plaćaju 80% od punog iznosa premije, dok poslednja kategorija čini portfolio polisa onih osiguranika koji će platiti 65% iznosa pune premije. Ukoliko osiguranik ne prijavi štetu tokom godine, on prelazi u kategoriju većeg popusta, dok ukoliko bude prijavljena jedna ili više šteta, on silazi u jednu kategoriju niže.

Bonus sistem u osiguranju motornih vozila, gde visinu premije određuju prethodni odšteteni zahtevi, jedna je od osnovnih primena Markovljevih lanaca. Pre nego što ilustrujemo navedenu primenu uvedimo osnovne pretpostavke Markovljevog stanja, odnosno Markovljevih lanaca. Najpre, reći ćemo da svaki

stohastički proces predstavlja model nekog slučajnog događaja koji zavisi od vremena. Kao što slučajna promenljiva opisuje neki slučajni događaj, tako stohastički proces jeste familija slučajnih varijabli X_t , za svaki vremenski trenutak t . Prostor stanja ili prostor svih elementarnih ishoda označimo sa S . Tako je, prema primeru posmatranog osiguravajućeg društva koje nudi tri različita nivoa popusta, skup $S = (0, 1, 2)$, gde svaki elemenat predstavlja nivo odgovarajućeg popusta. Primer koji analiziramo predstavlja jedan stohastički proces koji ima diskretan prostor stanja, odnosno elementarnih ishoda.

Kaže se (prema [3]) da jedan stohastički proces ima Markovljevo svojstvo ako se njegovo stanje u budućnosti može predvideti isključivo pomoću trenutnog stanja, bez korišćenja podataka iz prošlosti, što se može zapisati na sledeći način:

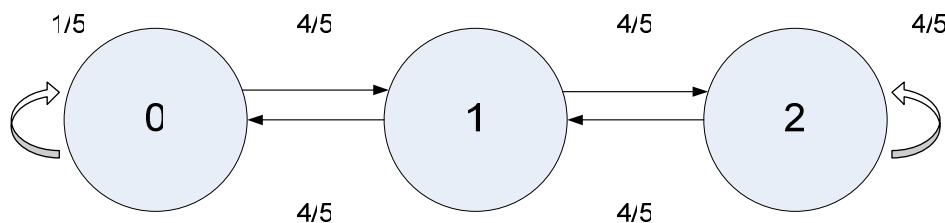
$$P[X_t \in C | X_{s_1} = x_1, X_{s_2} = x_2, \dots, X_{s_n} = x_n, X_s = x] = P[X_t \in C | X_s = x]$$

za sva vremena $s_1 < s_2 < \dots < s_n < s < t$,

i sva stanja $x_1, x_2, \dots, x_n, x \in S$

i sve podskupove $C \subseteq S$.

Markovljev proces sa diskretnim prostorom stanja i diskretnim vremenom naziva se Markovljev lanac. Status popusta osiguranika obrazuje jedan Markovljev lanac. U slučaju postojanja tri nivoa popusta, skup stanja biće $S = (0, 1, 2)$. Pretpostavimo sada da je verovatnoća da osiguranik u toku jedne godine neće prijaviti odštetni zahtev jednaka $4/5$. Markovljev lanac koji opisuje ovaj proces može se predstaviti pomoću prelaznog grafa ili preko prelazne matrice.



Slika 1. - Prelazni graf br. 1

Uočavamo da se za svaku vrednost verovatnoće $p > 0$, ucrtanom strelicom naglašava da je moguć direktan prelaz iz jednog stanja u drugo. Vrednost $4/5$ predstavlja verovatnoću da osiguranik neće imati odštetni zahtev, pa prema tome, njegovu mogućnost prelaska na viši nivo popusta. Takođe, osiguranik će se spuštati sa pojedinog nivoa popusta na niži nivo, uz suprotnu verovatnoću,

$p = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$. Prelazna matrica predstavlja kvadratnu matricu formata $n \times n$,

gde je n broj stanja u skupu S , skupu svih elementarnih ishoda. Uslov koji mora biti (vidi [4]) ispunjen jeste uslov normiranosti, odnosno, mora važiti: $\sum_{j \in S} p_{ij} = 1$, za svaki i . Ova relacija govori da zbir elemenata svake vrste mora

biti jednak jedan. Na ovaj način možemo formirati matricu prelazaka osiguranika iz kategorije i u kategoriju j iz godine u godinu.

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdot & \cdot & p_{0n} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdot & \cdot & p_{1n} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdot & \cdot & p_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{n0} & p_{n1} & p_{n2} & \cdot & \cdot & p_{nn} \end{bmatrix}$$

gde je p_{ij} spomenuta verovatnoća prelaska osiguranika sa i -te na j -tu kategoriju.

U analizi različitih visina popusta sa ukupno tri različita stanja, imaćemo:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

Prelazna matrica omogućava jednostavno izračunavanje verovatnoća maksimalnog popusta. Tako će osiguranik koji se nalazi na nultom nivou popusta dostići maksimalan iznos popusta sa verovatnoćom:

$$p_{02} = p_{01} \cdot p_{12} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

Primer 2:

Analizirajmo sada osiguravajuće društvo za osiguranje motornih vozila koje svojim osiguranicima odobrava 4 nivoa popusta.

Tabela 2 : Bonus sistem sa četiri kategorije

Kategorija	Popust
0	0
1	30
2	45
3	65

Pravila po kategorijama su sledeća: Ukoliko osiguranik prijavi štetu u tekućoj godini njegov status popusta se pomera naniže za jedan, ukoliko u prethodnoj godini nije imao odštetni zahtev, odnosno, za dva ukoliko je i u prethodnoj godini prijavio štetu. Pored toga, neprijavljivanje štete dovodi do skoka na viši nivo popusta, ili zadržavanja maksimalnog ukoliko je osiguranik već tako rangiran. Može se zapaziti da ovako formiran niz slučajnih promenljivih X_i -kategorija popusta ne čini Markovljev lanac na skupu ishoda, $S = (0, 1, 2, 3)$, budući da važi:

$$P(X_{n+1} = 0 | X_n = 2, X_{n-1} = 1) = 0$$

$$P(X_{n+1} = 0 | X_n = 2, X_{n-1} = 3) > 0$$

Dakle, neophodna je analiza druge kategorije popusta, $X_n = 2$. Do ove kategorije može se stići na dva načina:

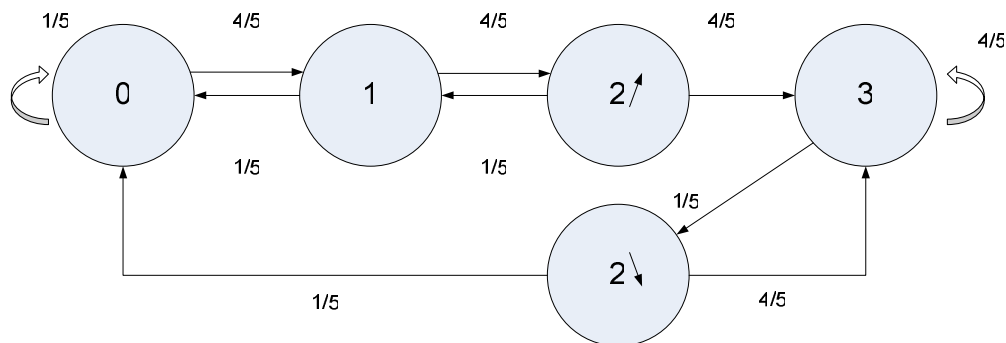
- 1) neprijavljivanjem odštetnog zahteva sa kategorije $X_n = 1$
- 2) ukoliko se osiguranik nalazi na trećem nivou popusta, a u tekućoj godini prijavi štetu.

Tek posredovanjem ove informacije posmatrani niz slučajnih varijabli činiće Markovljev lanac. Uvedimo sledeće oznake:

$2 \uparrow$: osiguranik dobija 45% popusta sa naznakom da prethodne godine nije imao odštetni zahtev

$2 \downarrow$: osiguranik dobija 45% popusta, ali je prethodne godine zabeležio odštetni zahtev

Na kraju, da bismo formirali Markovljev lanac, pretpostavimo da je verovatnoća nastanka osiguranog slučaja i ovoga puta jednaka $1/5$. Prelazni graf za posmatrani proces izgledaće na sledeći način:



Slika 2. - Prelazni graf br. 2

Prelazna matrica za navedeni proces biće:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{4}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

Navedena matrica je formata 5×5 jer se može postići 5 različitih stanja, ili

$$S = (0, 1, 2 \uparrow, 2 \downarrow, 3).$$

Korišćenjem ove matrice ili prethodnog grafa, jednostavno se izračunavaju sve željene verovatnoće prelazaka osiguranika iz jedne kategorije u drugu. Tako je, na primer, verovatnoća da će osiguranik koji je na nultom nivou popusta dostići maksimalan iznos popusta, jednaka:

$$p_{03} = p_{01} \cdot p_{12\uparrow} \cdot p_{2\uparrow 3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$$

Važno je napomenuti da se Markovljevi lanci odnosno prelazna matrica može koristiti i za procenu očekivanog broja osiguranika po svim nivoima popusta u bilo kojoj godini. Označimo očekivani broj osiguranika u prvoj godini posmatranog vremenskog niza sa p_0 , uz pretpostavku da svi osiguranici kreću sa plaćanjem ukupnog iznosa premije, bez popusta. To će značiti da je $p_0 = 1$. Očekivani broj osiguranika u prvoj godini po svim nivoima popusta može se prikazati vektorom $p_1 = (1, 0, 0, \dots)$, odnosno, za tri nivoa popusta ovaj vektor biće: $p_1 = (1, 0, 0)$. U sledećoj, drugoj godini, vektor koji reprezentuje očekivani broj osiguranika po nivoima popusta, biće:

$$p_2 = p_1 \cdot P, \text{ gde je } P \text{ matrica prelaska}$$

Konačno, izvodimo zaključak da se očekivani broj osiguranika u n -toj godini, po svim nivoima popusta može izračunati kao proizvod odgovarajućeg vektora iz prethodne godine i matrice prelaska koja opisuje Markovljev lanac slučajnog procesa.

Primena bonus sistema je (prema [5]) suočena sa jednim ozbiljnim nedostatkom. Naime, u odluci da li će prijaviti štetu, zbog posledice na formiranje premije za narednu godinu, osiguranik će se često odlučiti na sopstveno rešenje problema. Odnosno, osiguranik neće prijaviti štetu ako je njen

iznos manji od iznosa buduće uvećane premije. To svakako nije dobro za osiguravača – on neće biti u mogućnosti da pravilno izvede zaključak o realnoj opasnosti koja iziskuje određeni rizik. Sa druge strane, bonusom se premija u priličnoj meri prilagođava individualnom riziku, a to je taktičko-psihološka mera, jer je dokazano da osiguranici kojima se unapred odobrava bonus imaju daleko manji broj šteta od ostalih osiguranika. [2]

Razmotrimo sada posledice ovog metoda koje nastaju zbog različitih odluka osiguranika o prijavi štete. Naime, osnovni razlog neprijavljivanja štete jeste iznos buduće uvećane premije. Ovu činjenicu ćemo jednostavnije razumeti poređenjem razlika u premijama u slučaju kada osiguranik ima, ili kada nema odštetni zahtev. Vratimo se na ranije razmatrani primer. Osiguravajuće društvo nudi tri nivoa popusta : 0%, 20% i 35%, i premija u svom punom iznosu je 400 evra. Ukoliko osiguranik u prvoj godini (ili narednim) ne prijavi štetu, to će njegove buduće premije iznositi:

320€ 260€ 260€

Sa druge strane, ukoliko se šteta prijavi u prvoj godini, buduće premije će biti:

400€ 320€ 260€

Razlika u premijama koju bi osiguranik platio u ovom slučaju iznosi 140€. Na ovaj način može se izračunati razlika u premijama po svim kategorijama popusta. Tako će, na primer, osiguranik koji se nalazi u kategoriji sa 20% popusta, odnosno na prvom nivou popusta, i koji je trenutno imao nesreću, razmatrati sledeće 2 situacije:

I Ako ne prijavi štetu, njegove buduće premije iznosiće:

- 320 € (jer se nalazi u prvoj kategoriji popusta)
- 260 € (pod pretpostavkom da u prethodnoj godini nije imao odštetni zahtev)
- 260 € (koristeći istu pretpostavku da se šteta neće dogoditi)

II Ako štetu prijavi, osiguranik će platiti naredne tri premije:

- 320 € (jer se na početku nalazi na prvom nivou popusta)
- 400 € (jer je prijavio odštetni zahtev, pa se vraća na nulti nivo popusta)
- 320 € (pod pretpostavkom da u prethodnom periodu nije imao štetu, pa se vraća na prvi nivo popusta)

Razlika u premijama za ovaj trogodišnji period koja se ostvaruje u slučaju različitih odluka osiguranika, prema tome, iznosiće:

$$(320 + 400 + 320) - (320 + 260 + 260) = 200$$

Izračunate razlike su dobijene kao posledica posmatranja budućeg perioda do one godine kada će osiguranik postići maksimalan popust. Broj ovih godina značajno će uticati na odluku o prijavi štete. Dakle, postoji značajna razlika između verovatnoće da će osiguranik imati štetu i verovatnoće da će istu

prijaviti. Zaključak je očigledan: osiguranik će prijaviti štetu samo ukoliko je iznos štete veći od 200 €. Izvedimo uopštenje ovog zaključka. Označimo sa X slučajnu varijablu definisanu kao X – iznos štete. Neka Y označava razliku u premijama koja nastaje u slučaju različitih odluka osiguranika o prijavi štete. Pod pretpostavkom da je poznata distribucija slučajne varijable X koja označava iznos štete, to se jednostavno mogu utvrđivati verovatnoće prijavljivanja šteta osiguranika na pojedinim nivoima popusta, odnosno, imamo:

$$P(\text{prijava štete} \mid \text{nesreća}) = P(X > Y)$$

Navedene činjenice ilustruje primer iz osiguranja koji sledi.

Primer 3:

Razmotrimo osiguravajuće društvo iz primera 1 koje svojim klijentima nudi tri nivoa popusta, od 0, 20% i 35%. Način kretanja po nivoima određuje prijava jedne ili više šteta kada se osiguranik pomera naniže za jednu kategoriju popusta, i obrnuto, usled neprijavljivanja odštetnog zahteva osiguranik se pomera za jednu kategoriju naviše. Prirodno, ukoliko osiguranik ne prijavi štetu, a nalazi se na maksimalnom nivou popusta, ostaje na istom nivou, ili ukoliko prijavi štetu, a nalazi se na nultom nivou popusta, i dalje će zadržati isti nivo, bez odobrenog popusta. Godišnja premija u svom punom iznosu je 400 €. Neka je X slučajna varijabla koja predstavlja iznos nastale štete. Pretpostavlja se da ova slučajna varijabla ima lognormalnu raspodelu sa parametrima μ i σ^2 . Slučajna varijabla X ima lognormalnu raspodelu ako slučajna varijabla $Y = \ln X$ ima normalnu raspodelu, odnosno ako važi: $Y = \ln X : N(\mu, \sigma^2)$. Neka je $\mu = 4$ i $\sigma^2 = 4$. Kao što smo videli, osiguranik će prijaviti štetu jedino ukoliko je iznos štete veći od razlike između zbira tri buduće premije u slučaju prijave štete i zbira tri naredne premije bez prijavljene štete. U oba slučaja, pretpostavka je da osiguranik neće imati odštetnih zahteva u budućem trogodišnjem periodu, bez obzira na njegovu odluku da li će štetu prijaviti ili ne.

Odredimo najpre gornji iznos štete koji će uticati na osiguranika da štetu ne prijavi.

Razlikujemo tri slučaja:

- 1) Osiguranik se nalazi na nultom nivou popusta

Označimo sa Y (u evrima, €), gornji iznos štete ispod kojeg osiguravač neće prijaviti štetu.

$$Y = (400 + 320 + 260) - (320 + 260 + 260) = 980 - 840 = 140$$

- 2) Osiguranik se nalazi na prvom nivou popusta

$$Y = (320 + 400 + 320) - (320 + 260 + 260) = 1040 - 840 = 200$$

- 3) Osiguranik se nalazi na drugom nivou popusta

$$Y = (260 + 320 + 260) - (260 + 260 + 260) = 840 - 780 = 60$$

Sada ćemo odrediti verovatnoće da će osiguranik prijaviti štetu, koristeći raspodelu slučajne promenljive X koja opisuje iznos štete. Dakle, imamo:

X – iznos štete,

Y – maksimalni iznos štete ispod kojeg osiguranik neće prijaviti štetu i važi:

$$\ln X : N(\mu, \sigma^2) = N(4, 4)$$

Kako osiguranik svoju odluku o prijavi štete bazira na razlici $X-Y$, to će tražena verovatnoća biti jednaka:

$$P(X > Y) = P(\ln X > \ln Y) = 1 - P(\ln X \leq \ln Y) = 1 - \theta\left(\frac{\ln Y - \mu}{\sigma}\right)$$

što će po pojedinim nivoima iznositi:

$$1) P(X > Y) = 1 - \theta\left(\frac{\ln 140 - 4}{2}\right) = 1 - 0,6808 = 0,3192$$

$$2) P(X > Y) = 1 - \theta\left(\frac{\ln 200 - 4}{2}\right) = 1 - 0,7422 = 0,2578$$

$$3) P(X > Y) = 1 - \theta\left(\frac{\ln 60 - 4}{2}\right) = 1 - 0,5199 = 0,4801$$

Može se zapaziti da su verovatnoće da će osiguranik zaista prijaviti štetu, u zavisnosti od toga kojoj kategoriji on pripada, prilično različite. Navedeni primer ukazuje na nepohodnu procenu frekvencije i iznosa budućih šteta u primeni bonus sistema. Jedino na taj način mogu se formirati premije koje će obezbediti količinu sredstava neophodnih za isplatu nastalih šteta.

3. ZAKLJUČAK

Jedan od razloga kojim se opravdava i podstiče korišćenje bonus metoda jeste veoma jednostavno, tj. automatsko određivanje premije. Odnosno, osiguranik koji manje puta prijavi štetu platiće manje nego onaj koji više puta prijavi štetu. Iako ovo izgleda veoma jednostavno, vrlo često ćemo doći u situaciju da visine premija koje osiguranici plaćaju nisu proporcionalne visinama prijavljenih šteta. Razlog ovome leži u činjenici da je često mali broj kategorija popusta i prilično su male razlike između datih popusta. Takođe, niske verovatnoće događanja šteta mogu dovesti do situacije da u jednom momentu svi osiguranici dostignu maksimalan iznos popusta što otežava efikasnu upotrebu bonus metoda.

Jedan od osnovnih razloga za korišćenje bonus sistema jeste u mogućnosti uklanjanja manjih odštetnih zahteva. Dakle, ovaj metod umanjuje broj niskih odštetnih zahteva prijavljenih osiguravajućem društvu. Na ovaj način umanjuju se troškovi odštetnih zahteva ili još važnije, umanjuju se troškovi njihove obrade, a čim je manji broj zahteva tim pre se manji režijski troškovi mogu naplatiti osiguraniku.

Korišćenje bonus sistema opravdava kompetitivnost prilikom utvrđivanja premije osiguranja i doprinosi njenom korektnijem proračunu.

LITERATURA

1. E. Vaughan, T. Vaughan: "Osnove osiguranja, upravljanje rizicima", MATE, Zagreb, 2000.
2. B. Marović, V. Avdalović: "Osiguranje i upravljanje rizikom", Birografika, Subotica, 2003.
3. T. Rolski, H. Schmidli, V. Schmidt, J. Teugels: "Stochastic process for insurance and finance", Wiley, 1998.
4. I.B. Hossak, J.H. Polard, B. Zehenwirt: "Introductory statistics with applications in general insurance 2end edition", Cambridge University Press cop., 1999.
5. N. Bowers, H. Gerber, J. Hickman, D. Jones, C. Nesbit: "Actuarial mathematics", The society of actuaries, Itasca, 1986.