

Bibliid: 0350-2953 (2006) 32: 1-2, p. 29-35
UDK: 631.317

Originalni naučni rad
Original scientific paper

**GEOMETRIJSKI POKAZATELJI RADA ROTACIONE SITNILICE SA
SUPROTNOSMERNIM OBRTANJEM RADNIH ORGANA**

**GEOMETRIC PARAMETERS OF A ROTARY TILLER WITH
COUNTERROTATING TINES**

Radomirović D, Ponjičan O, Bajkin, A*

REZIME

U radu je analizirana rotaciona sitnilica sa smerom obrtanja radnih organa suprotnim u odnosu na smer obrtanja točkova traktora. Vrh noža se pri obradi kreće po trohoidi i rezultati se dobijaju proučavanjem međusobnog položaja dve susedne trohoide. Određena je visina grebena sa dna brazde za zadate parametre obrade, a takođe i formula za kinematski parametar u zavisnosti od zadate visine grebena. Definisana je način određivanja maksimalne debljine plastice i na osnovu dobijenih matematičkih izraza dijagramski su predstavljene relevantne zavisnosti koje govore u kojoj meri promena pojedinih parametara utiče na debljinu plastice.

Ključne reči: rotaciona sitnilica, trohoida, parametarske jednačine, transcendentna jednačina, plastica

SUMMARY

Analyzed in this paper is a rotary tiller with tines rotating in counter direction to the tractor wheels. During operation, the tool tip follows trochoidal trajectory and the results are studied by examining the relationship between two adjacent trochoids. Ridge height is determined from the bottom of the furrow for the given tillage parameters, as well as the kinematic parameter formula for the given ridge height. Also defined is the method for calculation of the maximum furrow thickness. Based on the derived mathematical formula, the relevant relationships are graphed, allowing easy interpretation of the influence of particular parameters on furrow thickness.

Key words: rotary tiller, trochoid, parametric equations, transcendental equation, furrow

UVOD

U radu Kinematička analiza rotacione sitnilice (Radomirović et al, 2005) pokazan je način određivanja visine grebena na dnu brazde i diskutovana maksimalna debljina plastice za slučaj istosmernog obrtanja radnih organa rotacione sitnilice i točkova traktora. I u ovom

* Dr Dragi Radomirović, vanredni profesor, mr Ondrej Ponjičan, asistent, dr Anđelko Bajkin, redovni profesor, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, Trg Dositėja Obradovića 8.

radu je prvenstveni cilj da se na ista pitanja da odgovor, ali za slučaj suprotnosmernog obrtanja radnih organa u odnosu na točkove traktora. Trajektorija vrha noža je trohoida (sl. 1), kao i u slučaju istosmernog obrtanja, s tom bitnom razlikom što su radni delovi trohoide u ova dva sučaja na suprotnim stranama. Ovo ima za posledicu da je raspon za moguć kinematski parametar λ , za razliku od slučaja sa istosmernim obrtanjem, znatno širi.

REZULTATI ISTRAŽIVANJA

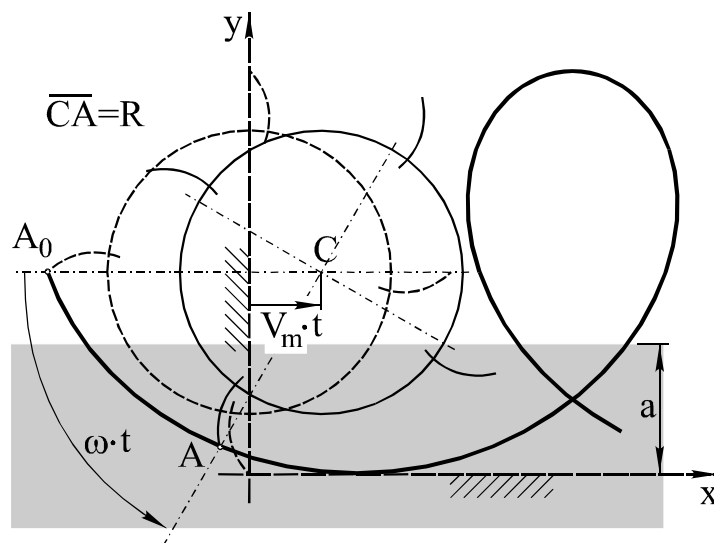
Trajektorija vrha noža

Parametarske jednačine trajektorije vrha noža (trohoide), na osnovu slike 1, su:

$$x(t) = V_m \cdot t - R \cdot \cos \omega t, \quad (1)$$

$$y(t) = R - R \cdot \sin \omega t, \quad (2)$$

gde su: V_m - brzina kretanja agregata (traktor + rotaciona sitnilica), ω -ugaona brzina radnih organa i R -rastojanje vrha noža od ose obrtanja.



Sl. 1. Trajektorija vrha noža-trohoida

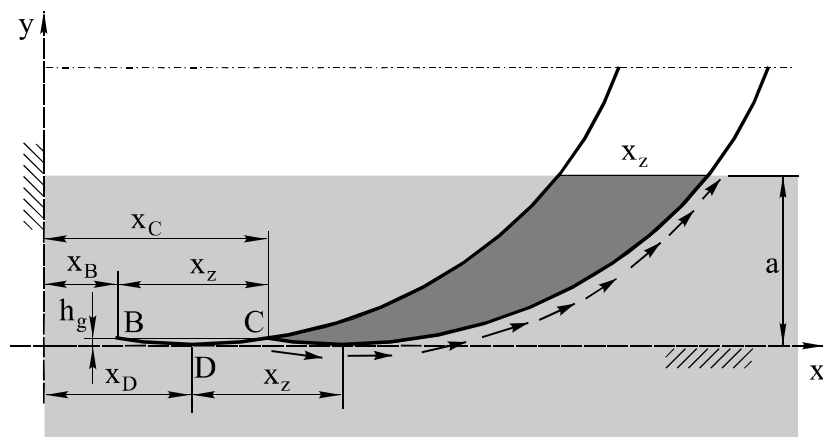
Fig.1 Tool tip trajectory - trochoid

Zahvat noža x_z i kinematski parametar λ definisani su izrazima:

$$x_z = \frac{2\pi R}{\lambda z}, \quad \lambda = \frac{R\omega}{V_m}. \quad (3)$$

Određivanje visine grebena sa dna brazde

Visinu grebena h_g (sl. 2), definiše pomeranost trohoida dva susedna noža.



Sl. 2. Geometrija definisana dvema susednim trohoidama

Fig. 2. Geometry defined by two adjacent trochoids

Prva trohoida, sa najnižom tačkom na mestu D predstavlja trajektoriju vrha jednog noža. Ista takva trohoida, pomereni udesno za x_z predstavlja trajektoriju vrha sledećeg noža. Koordinata y preseka ovih trohoida (y_C) predstavlja visinu grebena h_g , ali istovremeno i y_B . Za prvu trohoidu, odgovarajući trenuci vremena kada se vrh noža nalazi u tačkama B, D i C biće označeni sa t_B , t_D i t_C i važe relacije:

$$t_B < t_D < t_C, \quad (4)$$

$$y(t_D) = 0 \Rightarrow \omega t_D = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_D = \frac{\pi}{2\omega}. \quad (5)$$

Prema jednačini (2), zbog $y(t_B) = y(t_C)$, imamo da je $\sin \omega t_B = \sin \omega t_C$. Na osnovu toga, zbog nejednakosti (4), važe jednakosti:

$$\omega t_B = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \Rightarrow t_B = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\alpha_2}{\omega}, \quad \omega t_C = \frac{\pi}{2} + \alpha_2 \Rightarrow t_C = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_2}{\omega}, \quad (6)$$

gde je α_2 mali parametar, koji treba odrediti.

Simetričnost trohoida u odnosu na vertikalu koja prolazi kroz najnižu tačku D lako se dokazuje na osnovu jednakosti razlika x koordinata tačaka B, D i C, odnosno:

$$x(t_D) - x(t_B) = x(t_C) - x(t_D) \quad \text{tj.} \quad x_B + x_C = 2x_D. \quad (7)$$

S obzirom na jednakosti (5), (6) i (1), x koordinate tačaka B, D i C su:

$$x_B = V_m \cdot \left(\frac{\pi}{2\omega} - \frac{\alpha_2}{\omega} \right) - R \cdot \sin \alpha_2, \quad x_C = V_m \cdot \left(\frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_2}{\omega} \right) + R \cdot \sin \alpha_2, \quad x_D = V_m \cdot \frac{\pi}{2\omega}, \quad (8)$$

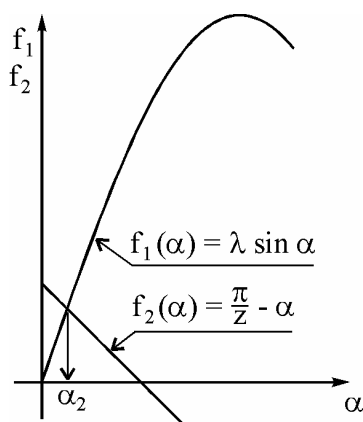
na osnovu kojih se lako utvrđuje simetričnost (7).

S obzirom na to da je $x_C - x_B = x_z$ (sl. 2), jednakosti (3) i (8) daju sledeću transcendentnu jednačinu po α_2 :

$$\lambda \sin \alpha_2 = \frac{\pi}{z} - \alpha_2. \quad (9)$$

Grafički prikaz rešenja jednačine (9), predstavljen na slici 3, govori da možemo sa velikom tačnošću, zbog toga što je α_2 mala veličina, da $\sin \alpha_2$ zamenimo sa α_2 , čime bi transcendentna jednačina (9) mogla biti zamenjena linearnom jednačinom čije je rešenje:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{z(\lambda+1)}. \quad (10)$$



Sl. 3. Grafički prikaz rešenja transcendentne jednačine

Fig. 3. Solution of the transcendental equation - graphical rendering

Nakon određivanja parametra α_2 , visinu grebena u skladu sa izrazima (2) i (6), određuju izrazi:

$$h_g = y(t_B) = R - R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right) \Rightarrow h_g = R - R \cos \alpha_2 \approx R - R \cos \frac{\pi}{z(\lambda+1)}. \quad (11)$$

Određivanje kinematskog parametra za zadatu visinu grebena

Zbog $y_B = h_g$, jednakost (2) daje:

$$\sin \omega t_B = \frac{R - h_g}{R} \Rightarrow t_B = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{R - h_g}{R}, \quad \cos \omega t_B = \frac{\sqrt{2Rh_g - h_g^2}}{R}. \quad (12)$$

Na osnovu jednačine (1) i simetrije trohoide imamo da je:

$$x_B = V_m t_B - R \cos \omega t_B = x_D - \frac{x_z}{2},$$

zbog čega, na osnovu (3) i (12), dobijamo jednačinu:

$$\frac{\pi}{2\lambda} - \frac{\pi}{\lambda z} = \frac{1}{\lambda} \arcsin \frac{R - h_g}{R} - \sqrt{2Rh_g - h_g^2},$$

čijim rešavanjem po λ , uz uvođenje relativne visine grebena $m_1 = h_g/R$, dobijamo traženu vezu:

$$\lambda = \frac{\arcsin(1 - m_1) - \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{z}\right)}{\sqrt{2m_1 - m_1^2}}. \quad (13)$$

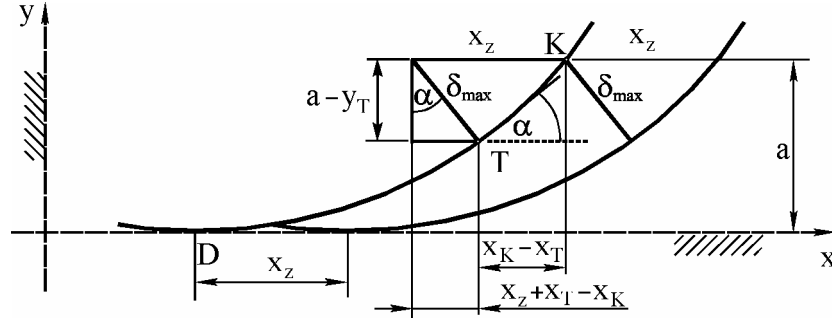
Određivanje maksimalne debljine plastice

Maksimalna debljina plastice δ_{\max} odgovara najkraćem rastojanju tačke K (sl. 4), koja pripada prvoj trohoidi, od druge trohoide. Iz prikazanog pravouglog trougla kojem je hipotenuza δ_{\max} , ugao α je ugao koji tangenta na trohoidu u tački T gradi sa x osom, određivanjem vrednosti y_T i α , uz zadato a , odredilo bi se traženo δ_{\max} po formuli:

$$\delta_{\max} = \frac{a - y_T}{\cos \alpha} \quad (14)$$

S obzirom na to da je prvi izvod trohoide u tački T jednak \dot{y}/\dot{x} , u skladu sa prikazanim pravouglim trouglom i jednačinama (1) i (2), imamo jednakosti:

$$\tan \alpha = \frac{x_z + x_T - x_K}{a - y_T}, \quad \tan \alpha = \frac{\dot{y}(t_T)}{\dot{x}(t_T)} = \frac{-R\omega \cos \omega t_T}{V_m + R\omega \sin \omega t_T} \quad (15)$$



Sl. 4. Maksimalna debljina plastice
Fig.4 Maximum furrow thickness

Uvođenjem parametra α_3 , važi:

$$\omega t_T = \frac{\pi}{2} + \alpha_3 \Rightarrow t_T = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_3}{\omega}, \quad \cos \omega t_T = -\sin \alpha_3 \quad (16)$$

Prema jednačinama (1) i (16) imamo:

$$\sin \omega t_T = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_3\right) = \cos \alpha_3 = \frac{R - y_T}{R} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{\sqrt{2y_T R - y_T^2}}{R}, \quad \alpha_3 = \arccos \frac{R - y_T}{R},$$

$$x_T = V_m \left(\frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_3}{\omega} \right) + R \sin \alpha_3 = \frac{V_m}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{R - y_T}{R} \right) + \sqrt{2y_T R - y_T^2} \quad (17)$$

$$\tan \alpha = \frac{-R\omega \cos \omega t_T}{V_m + R\omega \sin \omega t_T} = \frac{\omega \sqrt{2y_T R - y_T^2}}{V_m + \omega(R - y_T)} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{V_m + \omega(R - y_T)}{\sqrt{(V_m + R\omega)^2 - 2V_m \omega y_T}}$$

Slično prethodnom, za određivanje x_K , uvodi se parametar α_4 , tako da važi:

$$\omega t_K = \frac{\pi}{2} + \alpha_4 \Rightarrow t_K = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_4}{\omega}, \quad \cos \omega t_K = -\sin \alpha_4 \quad (18)$$

Prema jednačinama (1) i (18), imamo:

$$\sin \omega t_K = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_4\right) = \cos \alpha_4 = \frac{R-a}{R}, \quad \sin \alpha_4 = \frac{\sqrt{2aR-a^2}}{R}, \quad \alpha_4 = \arccos \frac{R-a}{R},$$

$$x_K = V_m \left(\frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha_4}{\omega} \right) + R \sin \alpha_4 = \frac{V_m}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{R-a}{R} \right) + \sqrt{2aR-a^2}. \quad (19)$$

Jednakost tangensa ugla α , prema izrazima (3), (15), (17) i (19), daje sledeću transcendentnu jednačinu po y_T :

$$\frac{\omega \sqrt{2y_T R - y_T^2}}{V_m + \omega(R - y_T)} = \frac{2\pi R}{\lambda z} + \frac{V_m}{\omega} \left(\arccos \frac{R - y_T}{R} - \arccos \frac{R - a}{R} \right) + \frac{\sqrt{2y_T R - y_T^2} - \sqrt{2aR - a^2}}{a - y_T} \quad (20)$$

Nakon numeričkog rešavanja jednačine (20), izrazi (14) i (17) daju sledeću formulu za određivanje maksimalne debljine plastice:

$$\delta_{\max} = \frac{a - y_T}{\cos \alpha} = \frac{(a - y_T) \sqrt{(V_m + R\omega)^2 - 2V_m\omega y_T}}{V_m + \omega(R - y_T)}. \quad (21)$$

Uvođenjem bezdimenzijskih veličina $m = a/R$ i $m_2 = y_T/R$, izrazi (20) i (21) mogu biti zamenjeni narednim izrazima:

$$\frac{\lambda \sqrt{2m_2 - m_2^2}}{1 + \lambda(1 - m_2)} = \frac{2\pi}{\lambda z} + \frac{1}{\lambda} [\arccos(1 - m_2) - \arccos(1 - m)] + \frac{\sqrt{2m_2 - m_2^2} - \sqrt{2m - m^2}}{m - m_2}, \quad (22)$$

$$\delta_{\max} = \frac{(m - m_2) \sqrt{(1 + \lambda)^2 - 2m_2\lambda}}{1 + \lambda(1 - m_2)} R, \quad (23)$$

koji su prikladniji za analizu međusobnih zavisnosti parametara.

Prikaz rezultata

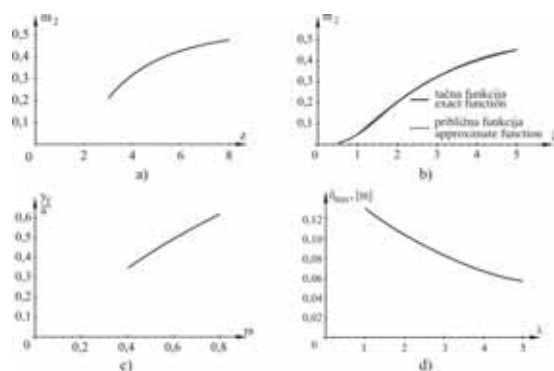
Za iste ulazne podatke kao i u citiranom radu (Radomirović et al, 2005): $V_m = 0,3$ m/s, $R = 0,225$ m, $\omega = 3,9$ s⁻¹, $z = 4$ i $a = 0,14$ m, $\lambda = 2,925$ i $x_z = 0,12083$ m u slučaju suprotnosmernog obrtanja radnih organa visina grebena, na osnovu transcendentne jednačine (9) i prve od formula (11), iznosi $h_g = 4,5348$ mm. Nakon numeričkog rešavanja transcendentne jednačine (20) dobija se, korišćenjem formule (21), da maksimalna debljina plastice za iste podatke iznosi $\delta_{\max} = 84,254$ mm.

Na osnovu jednačina (22) i (23), variranjem po jedne promenljive (broja noževa z , kinematskog parametra λ i relativne dubine obrade m), za vrednost ostalih parametara kako je navedeno, dobijaju se bezdimenzijski parametri m_2 (odnosno y_T/a) na osnovu kojih se može utvrditi uticaj tih veličina na δ_{\max} (sl.5). Na slici 5,b) je isprekidanom linijom prikazana i približna kvadratna funkcija oblika:

$$m_2 = -0,1418 + 0,21001 \lambda - 0,018147 \lambda^2, \quad (24)$$

dobijena iz uslova da sa tačnom ima iste vrednosti za λ jednako 1, 3 i 5.

Uvrščavanjem jednačine (24) u (23), za vrednost ostalih parametara kako je navedeno, dobila se približna zavisnost δ_{\max} od λ (sl. 5,d).



Sl. 5. Prikaz međusobnih zavisnosti parametara

Fig. 5 Parameter relationships

ZAKLJUČAK

Kod suprotnosmernog obrtanja radnih organa kinematski parametar teorijski može imati vrlo široki dijapazon vrednosti tako da može iznositi čak i 1 (što odgovara slučaju kada trohoida postaje cikloida) pa i manje za razliku od istosmernog obrtanja gde taj parametar mora biti značajnije veći od 1.

Upoređenjem transcendentnih jednačina koje će dati visinu grebena, jasno je da za razliku od slučaja istosmernog obrtanja, ovde je linearizacija iste daleko opravdanija. To se naročito vidi sa slike 3, gde se na osnovu grafičkog prikaza rešenja za α_2 jasno vidi da α_2 mora biti mala vrednost.

U radu je analizirana rotaciona sitnilica sa smerom obrtanja radnih organa suprotnim u odnosu na smer obrtanja točkova traktora. Istaknimo razliku dobijenih rezultata za visinu grebena i maksimalnu debljinu plastice u odnosu na citiran rad (Radomirović et al, 2005), gde je istosmerno obrtanje radnih organa. Visina grebena je za iste podatke višestruko manja (tačno 4,47 puta), dok je maksimalna debljina plastice manja za približno 43%. Dakle, s aspekta visine grebena i maksimalne debljine plastice, suprotnosmerno obrtanje je u velikoj prednosti u odnosu na istosmerno.

LITERATURA

1. Radomirović D, Bajkin A, Zoranović M. 2005. Kinematička analiza rotacione sitnilice. Traktori i pogonske mašine, 10, (4), 131-136.
2. Novaković V. 1968. Poljoprivredne mašine I. Mašinski fakultet, Beograd.
3. Scripnic V, Babiciu P. 1979. Masini agricole, Editura Ceres, Bucuresti.
4. Savelov, A. 1979. Ravanske krivulje. Moderna matematika, Školska knjiga, Zagreb.
5. Матяшин Ю. И, Гринчук И. М, Егоров, Г. М. 1988. Расчет и проектирование ротационных почво-обрабатывающих машин, Агропромиздат, Москва.

Napomena: Izradu ovog rada finansijski je pomoglo Ministarstvo za nauku, tehnologiju i razvoj Republike Srbije u okviru projekata br. 1874 i 6918

Primljeno: 06.01.2006.

Prihvaćeno: 09.01.2006.