

Biblid: 0350-2953 (2013) 39(2): 103-112
UDK: 681.121

Originalni nau ni rad
Original scientific paper

**MATEMATI KO MODELOVANJE KINETIKE KONVEKTIVNOG SUŠENJA
POLUTKI NEKTARINA (Pyrus persica L.)
MATHEMATICAL MODELLING OF CONVECTIVE DRYING NECTARINE
HALVES (Pyrus Persica L.)**

Pavkov I, Babi Ljiljana, Babi M, Radoj in M, Stamenkovi Z

Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, Trg Dositeja Obradovi a 8
e-mail: ivan.pavkov@polj.uns.ac.rs

REZIME

U radu je izveden empirijski model kinetike konvektivnog sušenja mezokarpa nektarina koje su prethodno osmotski sušene. Kao materijal za modelovanje korišteni su rezultati merenja promene vlažnosti mezokarpa nektarine sorte „Fantasia“ u obliku jedne polovine ploda. Nektarine su prethodno osmotski sušene u rastvoru saharoze tokom tri sata, na razli itim koncentracijama osmotskog rastvora (50 i 65%) i temperaturama osmotskog rastvora (50 i 60°C) – predtretman 1 i 2. Zatim su dosušivane u konvektivnoj sušari sa lesama na temperaturama vazduha za sušenje 40°C i 60°C i brzini kretanja vazduha ispred sloja materijala 1 m/s i 1,5 m/s. Vreme trajanja konvektivnog sušenja bilo je 23 h. Regresionom analizom rezultata merenja promene vlažnosti u odnosu na suhu bazu obavljeno je matemati ko. Na osnovu pregleda literature izabrano je tri empirijska modela sušenja u tankom sloju: Handerson & Pabis, Logaritmik i Wang & Singh. Modeli su prošireni sa faktorima konvektivnog sušenja u bezdimenzionom obliku. Na osnovu statisti kih pokazatelja koeficijent korelacije (R), hi-kvadrat test (χ^2), srednja greška pristrasnosti (MBE), srednja greška kvadrata (RMSE) ocenjeni su modeli i izabran je najprecizniji. Usvojen je kona ni empirijski model, prošireni Handerson & Pabis model koji ima visok koeficijent korelacije (R = 0,995). Obavljena je grafi ka provera fitovanja usvojenog modela sa rezultatima merenja promene vlažnosti polutki nektarina tokom konvektivnog sušenja.

Ključne reči: konvektivno sušenje, osmotsko sušenje, kinetika sušenja, nektarina, matemati ko modelovanje.

1. UVOD

Poslednjih godina sušeno vo e je atraktivno kako u primeni u pojedinim oblicima hrane tako i u nau nim istraživanjima. Pove ano interesovanje nau nika i prehrambene industrije usmereno je ka vo nim vrstama osetljivim na proces sušenja. Klasi na tehnologija sušenja, samo konvektivno sušenje zagrejanim vazduhom, je jedan od najrasprostranjenijih postupaka ija je primena ograni ena na manje osetljive vo ne vrste. Savremene tendencije u nau nim istraživanjima, usmerile su napore istraživa a da za svaku vo nu vrstu koja se podvrgava procesu sušenja utvrdi odgovaraju i tehnološki postupak (Pavkov, I., 2012a). Istraživanjem sušenja vo a kombinacijom dva ili više razli itih postupaka, pojavila se ideja za kombinovanje osmotskog i konvektivnog sušenja. Ova

Pavkov I, et al. (2013): Matemati ko modelovanje kinetike konvektivnog sušenja polutki nektarina (*Pyrus persica* L.). *Savremena poljoprivredna tehnika* 39 (2):103-112.

kombinacija se izdvojila iz ostalih po kriterijumu minimalnih promena prirodnih osobina svežeg vo a i po razumnoj ceni koštanja krajnje94 7W n100 841.92n

Tab. 1. Izabrani empirijski modeli za modelovanje kinetike konvektivnog sušenja vo a

Tab. 1. Empirical models used for modeling the kinetics of convective of fruit drying

R.br. No.	Empirijski modeli Empirical models	Naziv modela The name of model
1.	$\check{S}_k^s a \exp(-k t)$	<i>Handerson & Pabis</i>
2.	$\check{S}_k^s a \exp(-k t) c$	<i>Logarithmic</i>
3.	$\check{S}_k^s a b t c t^2$	<i>Wang & Singh</i>

U skladu sa ciljem istraživanja, polazni modeli su prošireni u funkciji od uticajnih faktora eksperimenta u bezdimenzionalnom obliku, i to kao odnos izabranog nivoa faktora i njegove referentne vrednosti (*Babi , Ljiljana et al., 2004; Panagiotou, N., M. et al., 1998; Pavkov, I., 212a*). Prošireni modeli dati su jedna inama 1, 2 i 3. Kao referentne vrednosti faktora konvektivnog sušenja usvojene su slede e vrednosti:

- temperatura vazduha ispred sloja materijala od $t_{k1(ref)} = 60^\circ C$;
- brzina kretanja vazduha ispred sloja materijala od $v_{v(ref)} = 1,5 \text{ m/s}$;
- koncentracija osmotskog rastvora od $C_{r(ref)} = 65^\circ Bx$ i
- temperatura osmotskog rastvora od $t_{r(ref)} = 60^\circ C$.

$$\check{S}_k^s a \exp(-k t) \left(\frac{t_{k1}}{t_{k1(ref)}} \right)^{n_1} \left(\frac{v_v}{v_{v(ref)}} \right)^{n_2} \left(\frac{t_r}{t_{r(ref)}} \right)^{n_3} \left(\frac{C_r}{C_{r(ref)}} \right)^{n_4} \quad (1)$$

$$\check{S}_k^s a \exp(-k t) \left(\frac{t_{k1}}{t_{k1(ref)}} \right)^{n_1} \left(\frac{v_v}{v_{v(ref)}} \right)^{n_2} \left(\frac{t_r}{t_{r(ref)}} \right)^{n_3} \left(\frac{C_r}{C_{r(ref)}} \right)^{n_4} c \quad (2)$$

$$\check{S}_k^s a \left(\frac{t_{k1}}{t_{k1(ref)}} \right)^{n_1} \left(\frac{v_v}{v_{v(ref)}} \right)^{n_2} \left(\frac{t_r}{t_{r(ref)}} \right)^{n_3} \left(\frac{C_r}{C_{r(ref)}} \right)^{n_4} b t^2 \quad (3)$$

gde je: \check{S}_k^s –vlažnost nektarina u odnosu na suhu bazu tokom konvektivnog sušenja ($\text{kg}_w/\text{kg}_{sm}$); k – vreme konvektivnog sušenja (h); t_{k1} – temperatura vazduha ($^\circ C$); $t_{k1(ref)}$ – referentna temperatura vazduha ($^\circ C$); v_v – brzina kretanja vazduha ispred sloja materijala (m/s); $v_{v(ref)}$ – referentna brzina kretanja vazduha ispred materijala (m/s); t_r – temperatura rastvora ($^\circ C$); $t_{r(ref)}$ – referentna temperatura rastvora ($^\circ C$); C_r – koncentracija rastvora ($^\circ C$); $C_{r(ref)}$ – referentna koncentracija rastvora ($^\circ C$); a, b, c – konstante funkcije (-); k – konstanta sušenja (min^{-1}); n_1, n_2, n_3, n_4 – eksponenti funkcije (-).

Modelovanje je obavljeno regresionom analizom koja je ura ena u programskom paketu Statistica 10 (*StatSoft, Inc., 2010*). Procena preciznosti slaganja testiranih modela sa rezultatima eksperimenta i izbor najpogodnijeg modela obavljena je preko koeficijenta korelacije (R) kao osnovnog kriterijuma. Primenjeni su i statisti ki parametri: hi - kvadrat (χ^2), srednja greška pristrasnosti (mean bias error; MBE) i srednja greška

kvadrata (root mean square error; *RMSE*). Ve e vrednosti *R* precizniji model i manje vrednosti t^2 , *MBE* i *RMSE* ukazuju na ve u preciznost modela.

3. REZULTATI I DISKUSIJA

3.1 Rezultati

Rezultati regresione analize promene vlažnosti mezokarpa nektarina, *R*, t^2 , *MBE*, *RMSE*, (tabela 2), upu uju na najbolje slaganje eksperimentalnih vrednosti promene vlažnosti u odnosu na suhu bazu tokom vremena sušenja sa modelom 2.

	χ^2	<i>MBE</i>	<i>RMSE</i>
71	0.004345	0.00047	0.064878
72	0.004355	3.98E-08	0.064755
	0.01016	8.8551E-08	0.09891

Tab. 2. Rezultati regresione analize konvektivnog sušenja nektarina
Tab. 2. Results of regression analysis of the nectarine convective drying

Grafi kom proverom rezultata dobijenih upotrebom modela 1 i 2 sa eksperimentalnim vrednostima, ocenjeno je da bolje aproksimiranje rezultata eksperimenta posle prve tre ine vremena sušenja ($t_k > 8$ h) pokazuje model 1, dok u prvoj tre ini je to model 2. S obzirom na manji broj koeficijenata kod proširenog *Handeson & Pabis* modela (1) i njegovo bolje slaganje u kasnijem periodu sušenja ovaj model se usvaja kao najpogodniji za matemati ko opisivanje promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu tokom konvektivnog sušenja prethodno sušene sa osmotskim predtretmanom.

Kona ni matemati ki model kinetike konvektivnog sušenja polutki nektarina, kada se uvrste izra unati koeficijenti i eksponenti je:

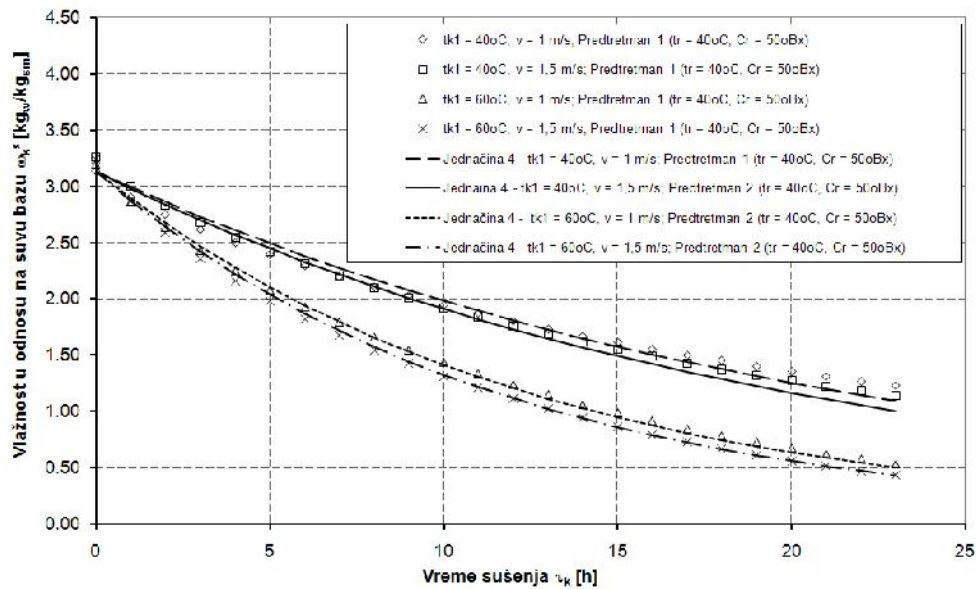
$$\check{S}_k^s = 2,107 \exp \left(0,086 \cdot t_k \right)^{1,365} \cdot \frac{v_v}{1,5}^{0,191} \cdot \frac{t_r}{60}^{538,046} \cdot \frac{C_r}{65}^{833,025} \quad (4)$$

gde je: \check{S}_k^s –vlažnost mezokarpa nektarina u odnosu na suhu bazu tokom konvektivnog sušenja ($\text{kg}_w/\text{kg}_{sm}$); t_k – vreme konvektivnog sušenja (h); t_{kl} – temperatura vazduha ($^{\circ}\text{C}$); v_v – brzina kretanja vazduha ispred sloja materijala (m/s); t_r – temperatura rastvora ($^{\circ}\text{C}$); C_r – koncentracija rastvora ($^{\circ}\text{C}$).

Izvedeni matemati ki model je primenljiv u opsegu faktora za koje je izveden a to su:

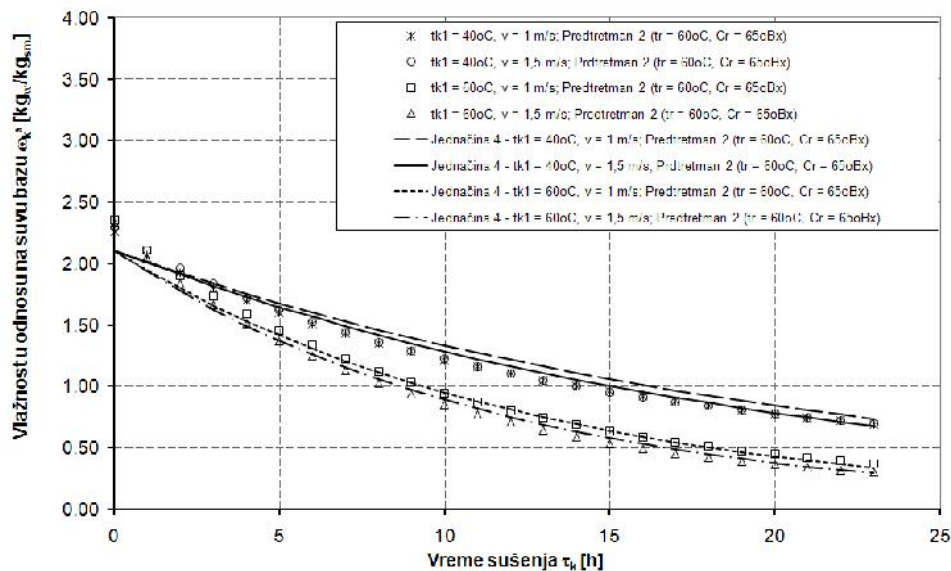
- sorta nektarine „*Fantasia*“;
- oblik: jedna polovina celog ploda;
- predtretmani: *predtretman 1* (vreme sumporisanja 8 h, vreme osmotskog sušenja: 3 h; maseni odnos rastvora i polutki nektarina 10:1; $t_r = 40^{\circ}\text{C}$ i $C_r = 50^{\circ}\text{Bx}$);
- predtretman 2* (vreme sumporisanja 8 h, vreme osmotskog sušenja: 3 h, maseni odnos rastvora i polutki nektarina 10:1, $t_r = 60^{\circ}\text{C}$ i $C_r = 65^{\circ}\text{Bx}$);
- srednja vrednost vlažnosti tkiva nektarina pre konvektivnog sušenja: $2,75 \pm 0,483 \text{ kg}_w/\text{kg}_{sm}$;
- srednja vrednost dužine polutki nektarina pre konvektivnog sušenja: $53,36 \pm 2,387 \text{ mm}$;
- srednja vrednost širine polutki nektarina pre konvektivnog sušenja: $50,44 \pm 2,719 \text{ mm}$;
- srednja vrednost debljine polutki nektarina pre konvektivnog sušenja: $23,092 \pm 4,142 \text{ mm}$;
- srednja vrednost zapremine polutki nektarina pre konvektivnog sušenja: $33,14 \pm 4,142 \text{ cm}^3$;
- vreme konvektivnog sušenja: 23 h;
- temperatura vazduha za sušenje od 40°C do 60°C ;
- brzina kretanja vazduha ispred sloja materijala od 1 m/s do 1,5 m/s i
- optere enje površine lese sa polutkama nektarina: $4 \text{ kg}/\text{m}^2$.

Na slikama 1 i 2 prikazano je grafi ko upore enje izmerenih vrednosti promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu tokom vremena sušenja sa vrednostima dobijenim pomo u jedna ine 4.



Sl. 1. Upore enje izmerenih vrednosti promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu- w_k tokom vremena sušenja- t_k sa jedna inom 4 za temperature vazduha - $t_{ki}=40^{\circ}\text{C}$ i 60°C , brzine kretanja vazduha ispred sloja materijala - $v_v = 1 \text{ m/s}$ i $1,5 \text{ m/s}$ i Predtretman 1 ($t_r = 40^{\circ}\text{C}$, $C_r=50^{\circ}\text{Bx}$)

Fig. 1. Comparison of measured values with modeling values (equation 4) of change in moisture content on dry basis of nectarine halves - w_k during time of convective drying - t_k for air temperature - $t_{ki}=40^{\circ}\text{C}$ i 60°C ; air velocity - $v_v = 1 \text{ m/s}$ i $1,5 \text{ m/s}$ and osmotic pretreatment 1 ($t_r = 40^{\circ}\text{C}$, $C_r=50^{\circ}\text{Bx}$)



Sl. 2. Upore enje izmerenih vrednosti promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu- w_k tokom vremena sušenja- t_k sa jedna inom 7.17 za temperature vazduha - $t_{k1}=40^{\circ}\text{C}$ i 60°C , brzine kretanja vazduha ispred sloja materijala - $v_v = 1 \text{ m/s}$ i $1,5 \text{ m/s}$ i Predtretman 2 ($t_r = 60^{\circ}\text{C}$, $C_r=65^{\circ}\text{Bx}$)

Fig. 2. Comparison of measured values with modeling values (equation 4) of change in moisture content on dry basis of nectarine halves - w_k during time of convective drying - t_k for air temperature - $t_{k1}=40^{\circ}\text{C}$ i 60°C ; air velocity - $v_v = 1 \text{ m/s}$ i $1,5 \text{ m/s}$ and osmotic pretreatment 2 ($t_r = 60^{\circ}\text{C}$, $C_r=65^{\circ}\text{Bx}$)

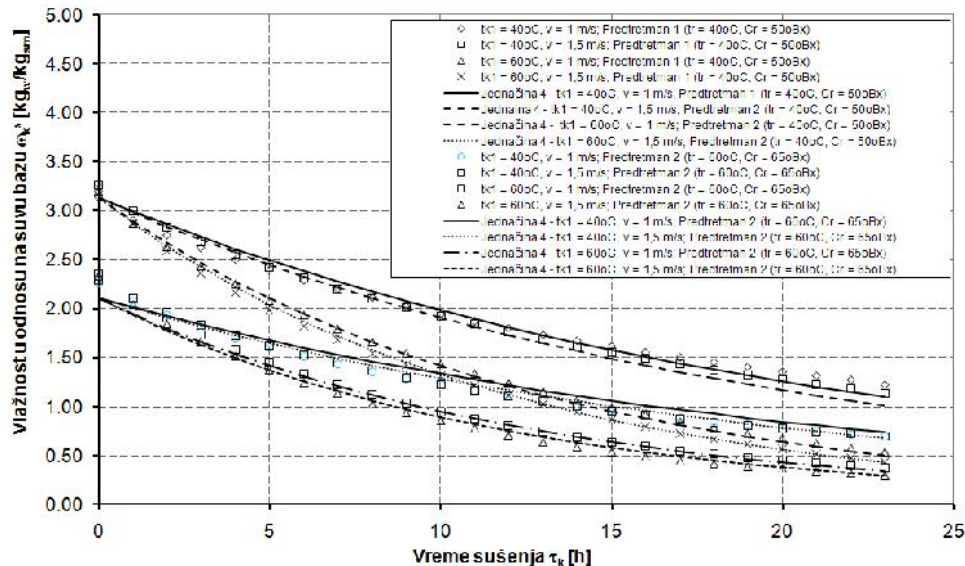
3.2. Diskusija

Analizom slika 1 i 2, evidentno je da izvedeni model sa zadovoljavaju om preciznoš u fituje eksperimentalne rezultate merenja promene vlažnosti nektarina tokom konvektivnog sušenja. Najve a odstupanja prora unskih vrednosti vlažnosti nektarina od eksperimentalnih, je za vremenski trenutak $t_k = 0 \text{ h}$. Kako vreme sušenja raste ($t_k = 23\text{h}$) razlike izme u prora unskih vrednosti eksperimentalnih vrednosti vlažnosti su zanemarljivije. Vrednost koeficijenta korelacije (R) je zadovoljavaju e visok (0,9957) kao i niske vrednosti pomo nih statisti kih parametara $t^2 = 0,00434$; $MBE = 0,00047$ i $RMSE = 0,064878$.

Proširivanjem izabranog modela sa uticajnim faktorima konvektivnog i osmotskog sušenja dobijena je sveobuhvatnost. Pomo u jednog modela omogu uje se izra unavanje promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu tokom vremena konvektivnog sušenja u opsegu nivoa uticajnih faktora za koje je eksperiment konvektivnog sušenja izveden. U literaturi je prikazan najve i broj matemati kih modela koji opisuju kinetiku osmotskog i konvektivnog sušenja vo a pravilnog geometrijskog oblika (*Kingsly, R., P. et al., 2007; Park, K., J. et al., 2002; Perez, N., E. et al., 2007; Togrul, I., T., 2010; Panagiotou, N., M., et al., 1998*). Tako e, izvedeni modeli opisuju bezdimenzione odnose

vlažnosti (MR) u zavisnosti od vremena sušenja. Da bi se došlo do informacije o vlažnosti u ovom nom mezokarpu u posmatranom vremenskom trenutku potrebna je transformacija izvedenog modela - prera unavanje. Matemati ki modeli za nepravilne geometrijske oblike kao što su polovine ili četvrtine ploda su retki u literaturi (*Babi , Ljiljana I sar., 2004; Pavkov, I. i sar., 2009; Pavkov, I., 2012a; Pavkov, I i sa.r, 2013*).

Na slici 3 dat je grafi ki primer sveobuhvatnosti izvedenog modela za polutke nektarine, jedna ina 4. Izvedeni model fituje vrednosti promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu tokom konvektivnog sušenja za temperature vazduha 40°C i 60°C , brzine kretanja vazduha ispred sloja materijala 1 m/s i $1,5\text{ m/s}$ i predtretmane 1 i 2.



Sl. 3. Upore enje izmerenih vrednosti promene vlažnosti polutki nektarina u odnosu na suhu bazu - w_k tokom vremena sušenja - τ_k sa jedna inom 4 za temperature vazduha - $t_{kl} = 40^{\circ}\text{C}$ i 60°C , brzine kretanja vazduha ispred sloja materijala - $v_v = 1\text{ m/s}$ i $1,5\text{ m/s}$ i Predtretmane 1 i 2

Fig. 3. Comparison of measured values with modeling values (equation 4) of change in moisture content on dry basis of nectarine halves - w_k during time of convective drying - τ_k for air temperature - $t_{kl}=40^{\circ}\text{C}$ i 60°C ; air velocity - $v_v = 1\text{ m/s}$ i $1,5\text{ m/s}$ and osmotic pretreatment 1 and 2

4. ZAKLJU AK

Regresionom analizom rezultata merenja eksperimenta konvektivnog sušenja mezokarpa nektarina u obliku jedne polovine celog ploda dobijen je empirijski model. Prošireni *Handerson & Pabis* model ocenjen je kao najpogodniji. Proširenjem modela uticanim faktorima u bezdimenzionom obliku dobijena njego va univerzalnost u opsegu faktora eksperimenta za koji je izveden. Izvedeni empirijski model je sa zadovoljavaju im koeficijentom korelacije i kao takav može biti koristan za praksu. Primena modela je jednostavna, uz pomo standardnog ra unara mogu e je brzo izra unavanje modelovane veli ine, ali isto tako mogu a je njego va aplikacija u kontrolnim i upravlja kim ra unarima.

5. LITERATURA

- [1] Babi , M., Babi Ljiljana, Pavkov, I. (2004a): Maseni i energetski bilansi sušenja kajsije, *Savremena poljoprivredna tehnika*, Novi Sad, 30 (3-4), s. 127-133.
- [2] Babi , M., Babi , Ljiljana, Pavkov, I. (2004b): Doma a proizvodnja sušene kajsije, *Vo arstvo i vinogradarstvo*, Novi Sad, 2(4), s. 10-14.
- [3] Babi , Ljiljana, Babi , M., Pavkov, I. (2004): Uticajni faktori na promenu vlažnosti polutki kajsije pri osmotskom sušenju, *Savremena poljoprivredna tehnika*, Novi Sad, 30(3-4), s. 117-126.
- [4] Kingsly, R., P., Goyal, R., K., Manikantan, M., R., Ilyas, S., M. (2007): Effects of Pretreatments and Drying Air Temperature on Drying Behaviour of Peach Slice, *International Journal of Food Science and Technology*, 42, p. 65 -69.
- [5] Mohsenin, N., N., (1980): *Physical Properties of Plant and Animal Materials*, Gordon nad Breach, Science Publishers, Inc, New York, America. s. 742.
- [6] Park, K., J., Bin, Adriana, Brod, F., P., R. (2002a). Drying of Pear dAnjou With and Without Osmotic Dehydration, *Journal of Food Engineering*, 56, p. 97-103.
- [7] Panagiotou, N., M., Karathanos, V., T., Maroulis, Z., B. (1998): Mass Transfer Modeling of the Osmotic Dehydration of Some Fruits, *International Journal of Food Science and Technology*, 33, p. 267-284.
- [8] Pavkov, I., Babi , Ljiljana, Babi , M., Radoj in, M. (2013): Osmotic and Convective Drying of Pear (*Pyrus Communis* l.); *Proceedings of Third International Conference Sustainable Postharvest and Food Technologies INOPTTEP 2013*, 21-26 April, 2013, Vrnja ka Banja, Serbia, 137 – 143.
- [9] Pavkov, I. (2012a): *Kombinovana tehnologija sušenja vo nog tkiva*, Doktorska disertacija, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 221.
- [10] Pavkov, I., Babi , Ljiljana, Babi , M., Radoj in, M. (2012b): Osmotic Drying Kinetics of Nectarine Halves (*Pyrus Persica* L.); *Proceedings of 6th Central European Congress on Food*, 23-26 May, 2012, Novi Sad, Serbia, 888 – 895.
- [11] Pavkov I, Babi Ljiljana, Babi , M (2011): Effects of Osmotic Pre-treatment on Convective drying Kinetics of Nectarines Halves (*Pyrus persica* L.), *Journal on Processing and Energy in Agriculture*, Novi Sad, 15(4), s. 217 – 222.
- [12] Pavkov I., Babi Ljiljana, Babi M., Radoj in M. (2009): Osmotic Drying of Apricot (*Prunus armeniaca*) in Sucrose Solution, *Agriculturae Conspectus Scientificus*, 74 (3), s. 253-257
- [13] Perez, N., E., Schmalko, M., E. (2009): Convective Drying of Pumpkin: Influence of Pretreatment and Drying Temperature, *Journal of Food Process Engineering*, 32, p. 88-103.
- [14] To rul , T. (2010). Modeling of Heat and Moisture Transport During Black Grapes, *International Journal of Food Science and Technology*, 45, p. 1146-1152.
- [15] Vukoje, V., Pavkov, I. (2010). Analysis of Economic Justification of Drying of Apricots by Combined Technology, *Journal on Processing and Energy in Agriculture*, 14 (1), p. 40-43.
- [16] StatSoft, Inc., 2010. *STATISTICA* (data analysis software system), version 10. www.statsoft.com

MATHEMATICAL MODELLING OF CONVECTIVE DRYING NECTARINE HALVES (*Pyrus Persica* L.)

Pavkov I, Babi Ljiljana, Babi M, Radoj in M, Stamenkovi Z

University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Trg D. Obradovi a 8, Novi Sad, Serbia
e-mail: ivan@polj.uns.ac.rs

SUMMARY

In the paper the empirical mathematical model of kinetics convective drying of nectarine mesocarp osmotically pre-treated was developed. The results of measuring of change in moisture content in nectarine mesocarp during convective draying has been used as the research material. Nectarine mesocarp, variety Fantasia, in the shape of one halves of whole fruit are first osmotically pre-treated in sucrose solution. The temperature of osmotic solution was 50°C and 60°C and concentration of sucrose was 50°Bx and 65°Bx. Time of osmotic pre-treatment was 3h. After osmotic pre-treatment the nectarine halves where convective dried. The convective drying has been conducted in experimental convective dryer with trays. The experimental factors of convective drying have been the temperature of drying air, varied at two levels (40oC and 60oC), and the velocity of drying air in front of the layers of material (v_v), varied at two levels (1 m/s and 1,5 m/s). The duration of the convective drying has been 23 hours. Using a regression analysis, a mathematical modelling of moisture change (compared to the dry base) of the nectarine tissue was conducted during the convective drying. Three empirical models, enhanced with factors of non-dimensional convective drying, have been selected. The names of selected mathematical models are: Handerson & Pabis, Logaritmic and Wang & Singh. Based on the statistical indicators such as the correlation coefficient (R), the chi-square test (χ^2), the mean bias error (MBE), and the mean squared error (MSE), models have been assessed and the most precise model have been selected. Ultimately obtained mathematical model is expanded Handerson & Pabis model which has high correlation coefficients (R = 0,995). The graphic test was performed fitting the adopted model with the results of measuring values nectarine halves moisture content changes during convective drying.

Keywords: convective drying, osmotic drying, drying kinetics, nectarines, mathematical modelling.

Napomena: Rad predstavlja deo istraživanja na projektu. TR – 031058, Kombinovana tehnologija sušenja vo a i povr a iz integralne i organske proizvodnje, koji finansira Ministarstvo za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Vlade Republike Srbije.

Primljeno: 16.05.2013.

Prihvataeno: 28.05.2013.