Bibliid: 0350-2953 (2014) 40 (1): 37-44
UDK: 631.3.51

Originalni naučni rad
Original scientific paper

MATEMATIČKI MODEL STABILNOSTI TRAKTORA U ZAVISNOSTI OD TIPA TRAKTORA, NAGIBA TERENA I DUBINE BRAZDE
MATHEMATICAL MODEL OF TRACTOR STABILITY DEPENDING ON THE TYPE OF TRACTOR, SLOPE AND DEPTH OF FURROW APPLICATION

Matić-Kekić Snežana¹, Kostić M¹, Dedović N¹

¹Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Trg Dositeja Obradovića 8, Novi Sad
E-mail: snmk@polj.uns.ac.rs

SAŽETAK

U radu je predstavljen matematički model koji nam daje granice stabilnosti traktora. Cilj je da se odredi do koje dubine se sme vršiti rigolovanje ili oranje za razne vrste nagnutosti terena, za dva tipa traktora II kategorije, a da ne dođe do bočnog prevrtanja traktora. U modelu se od matematičkog aparata koriste vektori, matrični račun i transformacije podudarnosti. Ovim alatom se brže i jednostavnije dolazi do modela, tj postavljenog cilja, u odnosu na trigonometrijski račun.

Ključne reči: bezbednost u poljoprivredi, težište objekta, rotacija

1. UVOD

Ispitivanjima u cilju povećanja stabilnosti traktora pri kretanju na neravnom terenu i smanjenju povreda nastalih usled prevrtanja bavili su se mnogi autori (Purschwitz 1992; Goldenhar and Schulte 1996; Yoder and Murphy 2000). Prema podacima Abubakar i sar. (2010), svake godine oko 400 ljudi izgubi život, a preko 16000 se povredi usled prevrtanja traktora.

Sl. 1. Rotacije traktora oko 3D osa
Fig. 1. Tractor's rotations about 3D axis

Poznato je da se, pri kretanju na neravnom terenu, traktor najčešće prevrće tako što dolazi do njegove rotacije oko težišta u x - z ravni (bočno prevrtanje) ili u x - y ravni (prevrtanje u pravcu kretanja unapred ili unazad). Centar ovih rotacija je težište traktora (T) koji ćemo označiti kao koordinatni početak O .. Bočno prevrtanje je takođe i rotacija oko y -ose, dok je prevrtanje u pravcu kretanja traktora rotacija oko x -ose (sl. 1). Prema američkoj službi za bezbednost (National safety council 2001), od ove dve rotacije, najčešći uzrok (preko 70%) prevrtanja traktora je rotacija oko y -ose, tj. bočno prevrtanje. Ono je prisutno tokom kretanja traktora na nagnutom terenu kao i tokom operacije oranja ili rigolovanja.

Ispitivanje stabilnosti traktora može biti eksperimentalno, kompjuterskom simulacijom, ili kombinovano primenom obe pomenute metode. Eksperimentalni metod ima ograničenja jer zahteva skupu laboratorijsku opremu, dugotrajno je i, u nekim slučajevima, može doći do ozbiljnijih oštećenja opreme i opasnosti po život za ljude koji rade takva istraživanja. Takođe, veoma je kompleksno izvoditi veliki broj ponavljanja za različite uslove kako bi se dobila validna količina podataka. Iz pomenutih razloga, mnogo je konformnije koristiti matematičke modele i kompjuterske simulacije u svrhu predviđanja stabilnosti traktora za različite položaje. Mashadi i Nasrollahi (2009) razvili su uređaj (Automatic Control System) za povećanje stabilnosti pri kretanju traktora na strmim bočnim nagibima, a koncipiran je na hidrauličnoj nivelaciji šasije traktora. Silleli et al. (2007) su koncipirali sistem na principu „sidra“ kojim se povećava bočna stabilnost specijalnih voćarsko-vinogradarskih traktora. Abu-Hamdeh i Al-Jalil (2004) su takođe teoretski simulirali dinamičko ponašanje traktorsko-transportnog agregata pri kretanju uz i niz nagib. Ahmadi (2011) navodi dve nestabilne situacije traktora pri kretanju na nagibu: klizanje i prevrtanje. Myers et al. (2008) navodi da nagib terena ne mora biti veoma strm da bi došlo do prevrtanja traktora, već to može biti posledica velikih neravnina i brzine kretanja traktora.

Zadatak ovog rada je teoretsko-praktično razmatranje položaja težišta u zavisnosti od njegovih geometrijskih parametara kada agregat ore ili rigoluje, odnosno kada se desni točkovi traktora nalaze u brazdi. Slični zaključci važe i u slučaju kada se traktor kreće levim točkovima u brazdi. Kada je traktor jednom stranom u otvorenoj brazdi, a drugom na neobrađenoj površini, odnosno kada je traktor bočno nagnut, položaj težišta se menja kako po horizontalama tako i po vertikalima. Ako se na osnovu poznate geometrije traktora u brazdi može odrediti tačan položaj težišta, značajno se pojednostavljuje postupak podešavanja agregata. Uz podatke koji su karakteristike traktora, podatak o dubini brazde i podatak o nagibu terena omogućuje pouzdane informacije o granicama zone bočnog prevrtanja za pojedini traktor. Cilj je da utvrdimo granice zone prevrtanja pri oranju i rigolovanju na terenu sa nagibom za dva tipa traktora II kategorije (Belarus 820 (**B**) i NewHolland TL5040 (**H**)).

2. MATERIJAL I METOD

2.1. Matematička osnova

Označimo redom rotacije oko z -, y - i x -ose za ugao α , β i γ sa R_z^α , R_y^β i R_x^γ . One su ujedno, redom, i rotacije u x - y -, x - z - i z - y ravni (sl. 1), a njihovi matrični zapisi su dati u formulama (1-3).

$$R_z^\alpha = R_{xy}^\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1) \quad R_y^\beta = R_{xz}^\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_x^\gamma = R_{yz}^\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3)$$

Neka je sa $R_{z,y,x}^{\alpha,\beta,\gamma}$ označena složena rotacija koja je redom kompozicija (4) rotacija R_z^α, R_y^β i R_x^γ . Njen matricni zapis (4) se dobija kao proizvod matrica (1), (2) i (3).

$$R_{z,y,x}^{\alpha,\beta,\gamma} = R_x^\gamma \circ R_y^\beta \circ R_z^\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

Primitimo da, kako ne važi komutativnost već samo asocijativnost za množenje matrica, složene rotacije koje su takođe kompozicija rotacija R_z^α, R_y^β i R_x^γ , ali nekim drugim redom, nisu iste (5), pa time nemaju niti isti matricni zapis.

$$R_{z,y,x}^{\alpha,\beta,\gamma} \neq R_{z,x,y}^{\alpha,\gamma,\beta} \neq R_{y,z,x}^{\beta,\alpha,\gamma} \neq \dots \neq R_{x,y,z}^{\gamma,\beta,\alpha} \quad (5)$$

Međutim, složene rotacije koje su kompozicije rotacija istog tipa, ne zavise od redosleda primene. Na primer, ako telo zarotiramo oko z-ose za 60° , a zatim ga zarotiramo oko iste ose za -20° , ili obrnuto, rezultat će biti telo zarotirano oko z-ose za 40° . Odnosno, u opštem slučaju važi

$$R_o^{\alpha_1} \circ \dots \circ R_o^{\alpha_{n-1}} \circ R_o^{\alpha_n} = R_o^{\alpha_1} \circ \dots \circ R_o^{\alpha_n} \circ R_o^{\alpha_{n-1}} = \dots = R_o^{\alpha_n} \circ \dots \circ R_o^{\alpha_{n-1}} \circ R_o^{\alpha_1} = R_o^{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n} \quad (6)$$

Neka su koordinate težišta traktora $T(t_x, t_y, t_z)$ i neka je R rotacija traktora u prostoru nastala usled nagiba terena i upadanja neke bočne strane traktora u brazdu. Tada, novi položaj težišta $T^*(t_x^*, t_y^*, t_z^*)$ pri toj rotaciji dobijamo množenjem matrica

$$T^* = R \cdot T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x^* \\ t_y^* \\ t_z^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2. Tehnička osnova

Ako se posmatra slučaj kada traktor ide po ravnoj podlozi, položaj težišta T vrlo malo odstupa od simetrane ravni traktora ($x=0$, sl. 1), kao i pravca linije vuče. To odstupanje, ekscentritet, po x -osi označimo sa e (m). Ono je karakteristika tipa traktora. Ostali ulazni parametri koji su karakteristike traktora su:

- B = razmak između vertikalnih simetrala zadnjih točkova,
- r = dinamički poluprečnik zadnjeg točka traktora,
- d = vertikalna udaljenost težišta T od ravni oslonca točkova,
- h = horizontalna udaljenost težišta T od centra C zadnjeg mosta traktora

po y -osi.

Neke vrednosti ulaznih parametara e , B , r , h i d zavise od tipa traktora i preuzete su iz rada Kostić et al. (2012) za traktore Belarus 820 i NewHolland TL5040 (Tab. 1.). Dubina oranja (0,1 m – 0,4 m) ili rigolovanja (0,5 m – 0,7 m) označena je sa a (sl. 2b). Dakle, a je ujedno i dubina brazde u kojoj su desni točkovi (točak). Razmatraćemo nagib terena $\mu=(\mu_x, \mu_y)$, pri kome je ugao nagiba μ_x po x -osi i ugao nagiba μ_y po y -osi u intervalu od 0° – 40° . Kako ćemo razmatrati samo mogućnost bočnog prevrtanja, fiksiraćemo da nema nagiba terena po y -osi ($\mu_y=0^\circ$). Parametri a i μ su takođe ulazni parametri potrebni za određivanje promene pozicije težišta po osama.

Tab. 1. Tehnički podaci traktora korišćenih u analizi

Tab. 1. Technical data of analysed tractors		
Parametri Parameters	Traktor tip/Type of tractor	
	Belarus 820 (B)	NewHolland TL5040 (H)
B (m)	1,62	1,632
r (m)	0,72	0,745
d (m)	1,031	0,938
h (m)	0,892	1,020
e (m)	0,008	0,010

Za formiranje matematičkih modela i grafički prikaz istih, korišćen je programski paket *Mathematica 6* (Wolfram, 1991), kao i u radovima (Blagojević i Matić-Kekić 2012, Blagojević et al, 2012, Janić et al, 2008, Janić et al, 2009, Kostić et al, 2012, Matić-Kekić, 2008, Matić-Kekić et al, 2011a, Matić-Kekić et al, 2011b, Dedović et al, 2008, Dedović et al, 2010, Dedović et al, 2011a, Dedović et al, 2011b).

3. REZULTATI I DISKUSIJA

U ovom teoretsko-praktičnom razmatranju odredićemo promenu položaja težišta, traktora tipa **B** i **H** pri oranju ili rigolovanju na terenu sa nagibom μ_x po x -osi.

Na slici 2, tačke oslonca zadnjih točkova označene su sa O_r i O_b , a prednjih sa $O_{r'}$ i $O_{b'}$. Neka u O_r bude smešten koordinatni početak. Dakle, tačka oslonca zadnjeg desnog točka ima koordinate (0,0,0). Primetimo da je na slici 1 koordinatni početak bio smešten u tačku težišta modela traktora. Oznake na slici 2a su u skladu sa definisanim vrednostima u odeljku 2.2. Na slici 2b, desni bok traktora je u brazdi dubine a . Sa O_r^* i $O_{r'}^*$ su označene

tačke oslonca desnih točkova u brazdi. Trouglovi $O_l O_r O_r^*$ i $O_l' O_r' O_r'^*$ su jednakokraki i podudarni, a ugao $\alpha = \arcsin a/B$, naspram njihovih osnovica je ugao nagiba traktora.

Sl. 2. Geometrijske veličine traktora u brazdi
Fig. 2. Geometric parameters of the tractor in the wake

Premestimo koordinatni početak u tačku $O_l(B,0,0)$, odnosno translirajmo sliku 2b za vektor $(-B,0,0)$. Tada se y -osa smešta na pravu p , a nagnuti položaj traktora desnim bokom u brazdi se dobija ukoliko bi se izvršila rotacija oko y -ose za ugao α . Ako je dodatno i teren po x -osi pod nagibom μ_x , traktor bi ukupno bio bočno nagnut (tj. zarotiran oko y -ose) za ugao $\alpha + \mu_x$. Jasno je da ako je pri ovoj rotaciji $R_y^{\alpha + \mu_x}$ pomeranje težišta $T(t_x, t_y, t_z) = T(-B/2 - e, 0, 0)$ i pomeranje tačke oslonca $O_r(-B, 0, 0)$, takvo da je po x -osi veća udaljenost zarotiranog težišta $T^*(t_x^*, t_y^*, t_z^*)$ od zarotirane tačke oslonca desnog zadnjeg točka $O_r^*(o_x^*, o_y^*, o_z^*)$, dolazi do bočnog prevrtanja traktora (sl. 2a), tj. preciznije ako je novi položaj takav da važi

$$|t_x^*| > |o_x^*|, \quad (8)$$

sledi bočno prevrtanje. Na osnovu (6), (7) i (2) je

$$T^* = R_y^{\alpha + \mu_x} \cdot T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \mu_x) & 0 & -\sin(\alpha + \mu_x) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha + \mu_x) & 0 & \cos(\alpha + \mu_x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{B}{2} - e \\ h \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x^* \\ t_y^* \\ t_z^* \end{bmatrix}.$$

Odnosno,

$$O_r^* = R_y^{\alpha + \mu_x} \cdot O_r = R_y^{\alpha + \mu_x} \cdot \begin{bmatrix} -B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_x^* \\ o_y^* \\ o_z^* \end{bmatrix}$$

što implicira da se uslov (8) svodi na proveru uslova

$$\left| -(B/2+e) \cdot \cos(\alpha + \mu_x) - \sin(\alpha + \mu_x) \cdot d \right| > \left| -B \cdot \cos(\alpha + \mu_x) \right| . \quad (9)$$

za $\alpha = \arcsin a/B$. Na osnovu uslova (9) i vrednosti karakteristika za traktore tipa **B** i **H** (Tab.1) u programu *Mathematica* određene su granice bočnog prevrtanja pri variranju a i μ_x . Ovi rezultati su sumirani u tabeli 2.

Tab. 2. Granice nestabilnosti razmatranih traktora
Tab. 2. Limits unstability of analysed tractors

Traktor Type of tractor	Dubina brazde a i ugao nagib terena μ_x Depth of furrow a and angle of slope area μ_x									
Belarus 820 (B)	a (cm)	24	28	32	34	38	40	42	48	oranje
	μ_x (°)	30	28	27	26	25	24	23	21	
	a (cm)	50	54	56	58	62	64	66	70	rigolovanje
	μ_x (°)	20	19	18	17	16	15	14	13	
NewHolland TL5040 (H)	a (cm)	32	34	36	40	42	46	48		oranje
	μ_x (°)	30	29	28	27	26	25	24		
	a (cm)	50	54	56	58	62	64	66	70	rigolovanje
	μ_x (°)	23	22	21	20	19	18	17	16	

4. ZAKLJUČAK

Za fiksirani tip traktora varijabilni parametri koji utiču na bočno prevrtanje su dubina brazde a i nagib terena μ_x . Granične vrednosti ova dva parametra za koje dolazi do bočnog prevrtanja traktora tipa **B** (Belarus 820) i **H** (NewHolland TL5040) su određene pri agrotehničkoj operaciji oranja i rigolovanja. Pri nagibu terena manjem od 30°, i pri oranju pličem od 24 cm nema uslova za bočno prevrtanje traktora **B**. Takođe, za isti nagib, traktor **H** ne može da se bočno prevrne kad je dubina oranja manja od 32cm. Pri rigolovanju dubine 50 cm, dovoljan nagib terena koji dovodi do bočnog prevrtanja kod traktora tipa **H** je 20°, a kod traktora **B** 23°.

Za dubinu oranja od 34 cm traktor **B** nagnut je za 12,12° dok je traktor **H** nagnut za 12°. Ova mala razlika je posledica male razlike u razmaku zadnjih točkova kod razmatranih traktora. Ipak za istu dubinu oranja od 34 cm traktor **B** će se prevrnuti na manjem nagibu terena (26°) nego **H** jer se težište T kod **B** nalazi na 9,3cm većoj visini od podloge. Preciznije, uočimo da pri istoj dubini oranja ili rigolovanja, za 3° je manji potreban nagib za bočno prevrtanje **B** traktora u odnosu na bočno prevrtanje **H** traktora.

5. LITERATURA

- [1] Abubakar M.S, Ahmad D, Akande F.B. (2010). A review of farm tractor overturning accident and safety. *Pertanika Journal Science and Technology* 18(2): 377-385.
- [2] Abu-Hamdeh N.H, Al-Jalil H.F. (2004). Computer simulation of stability and control of tractor-trailed implement combinations under different operating conditions. *Bragantia Camp* 63 (1): 149-162.
- [3] Ahmadi I. (2011). Dynamics of tractor lateral overturn on slopes under the influence of position disturbance (model development). *J Terramechanics* 48: 339-346.
- [4] Blagojević B, Matić-Kekić S (2012). Grupno određivanje težina kriterijuma za evaluaciju ergonomskih karakteristika traktora. *Savremena poljoprivredna tehnika* 38(3):255-266.
- [5] Blagojević B, Matić-Kekić Snežana, Ružić D, Dedović N (2012). Application of SAW, TOPSIS and CP methods in the tractors ranking based on the ergonomic characteristics. *Contemporary agricultural engineering* 38(4): 327-337.
- [6] Dedović N, Igić S, Janić T. (2008). Uticaj recirkulacije vazduha na energetske efikasnost kotla za sagorevanje balirane biomase 120 kW i prikaz matematičkih modela. *Savremena poljoprivredna tehnika* 34(3-4): 220-226.
- [7] Dedović N, Igić S, Matić-Kekić Snežana, Janić T. (2010). Koeficijent viška vazduha pri sagorevanju bala slame i prikaz matematičkih modela. *Savremena poljoprivredna tehnika* 36(4): 344-356.
- [8] Dedović N, Matić-Kekić Snežana, Ponjican O, Karadzic B. (2011a). New approach to border line evaluations for whole sample of Williams pear (*Pyrus communis*). *Computers and Electronics in Agriculture* 79(1): 94-101.
- [9] Dedović N, Matić-Kekić Snežana, Janić T, Igić S. (2011b). Određivanje matematičkih modela pri recirkulaciji produkata sagorevanja bala pšenične slame. *Savremena poljoprivredna tehnika* 37(1): 91-104.
- [10] Goldenhar L.M, Schulte P.A. (1996). Methodological issues for intervention research in occupational health and safety. *American Journal of Industrial Medicine* 29: 289-294.
- [11] Kostić M, Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Malinović N, Meši M, Savin L. (2012). Pojednostavljeni regresioni model neravnomernog opterećenja točkova traktora na bočnom nagibu i njegova primena. *Savremena poljoprivredna tehnika* 38(2): 153-164.
- [12] Matić-Kekić Snežana (2008). Određivanje zapremine krošnji piramidalnog, kupastog, elipsoidnog i sfernog oblika u prirodi. *Letopis naučnih radova* 32: 27-34.
- [13] Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Savin L, Simikić M. (2011a). Primena nelinearne regresione analize. *Savremena poljoprivredna tehnika* 37(4): 419-426.
- [14] Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Trivunović, Snežana. (2011b). Recursive formula for number of cows in milk production. *Savremena poljoprivreda* 60 (1-2):7-14.
- [15] National Safety Council. Accident Facts - 2001 Edition. Chicago.
- [16] Purschwitz M.A. (1992). Farm and agricultural injury statistics. In: D. J. Murphy. *Saf Health Prod Agric. St. Joseph, MI, Chapter 3*, p.253.

[17] Wismer R.D. (1991). Science, engineering and soil measurement. *J Terramech* 8(2/3):89-92.

[18] Wolfram S. (2011). Mathematica: Virtual book. Available from: <http://reference.wolfram.com/mathematica/tutorial/VirtualBook/Overview.html>

MATHEMATICAL MODEL OF TRACTOR STABILITY DEPENDING ON THE TYPE OF TRACTOR, SLOPE AND DEPTH OF FURROW APPLICATION

Matić-Kekić Snežana, Kostić M, Dedović N¹.

¹University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Trg Dositeja Obradovića 8, Novi Sad

E-mail: snmk@polj.uns.ac.rs

SUMMARY

In this paper, a mathematical model that calculates the stability limits of the tractor is created. The purpose is to determine the depth of trenching or plowing for various types of grounds lopes for two different types of II category tractors, to avoid tractor rollover. In this study, mathematical model is formulated using the following tools: vector calculus, matrix calculus and congruence transformation. These tools make mathematical model simpler than one obtained by trigonometric calculus.

Key words: safety in agriculture, centroid, rotation

Napomena: Rad je nastao kao rezultat istraživanja na projekima TR31046 „Unapređenje kvaliteta traktora i mobilnih sistema u cilju povećanja konkurentnosti, očuvanja zemljišta i životne sredine“ i TR37017 „Modeliranje stanja i strukture padinskih procesa primenom GNSS i tehnologija skeniranja laserom i georadarom“, koje finansira Ministarstvo prosvete i nauke Republike Srbije.

Primljeno: 25.01.2014

Prihvaćeno: 06.03.2014.