Biblid: 0350-2953 (2014) 40(4): 247-254
UDK: 519.87

Originalni naučni rad
Original scientific paper

MATEMATIČKI MODEL STABILNOSTI TRAKTORA ZA RAZLIČITE KARAKTERISTIKE TRAKTORA

MATHEMATICAL MODEL OF TRACTOR STABILITY DEPENDING ON THE TECHICAL CHARACTERISTICS OF TRACTOR

Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Kostić M

Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Trg Dositeja Obradovića 8, Novi Sad

e-pošta: snmk@polj.uns.ac.rs

SAŽETAK

U radu je predstavljen matematički model koji nam daje granice stabilnosti traktora. Cilj je da se odredi do koje dubine se sme vršiti rigolovanje ili oranje uz variranje onih karakteristika traktora koje direktno utiču na stabilnost. Te karakteristike su razmak između vertikalnih simetrala zadnjih točkova (B), vertikalna udaljenost težišta T od ravni oslonca točkova (d), za razne vrste nagnutosti terena, a da ne dođe do bočnog prevrtanja traktora. Odstupanje težišta po x -osi od simetrale ravni traktora, ekscentritet (e) uglavnom ne utiče na bočno prevrtanje. Ipak u situacijama kada ima uticaja, to je evidentirano. U modelu se od matematičkog aparata koriste vektori, matrični račun i transformacije podudarnosti kojima se brže i jednostavnije dolazi do modela.

Ključne reči: bezbednost u poljoprivredi, težište, rotacija

1. UVOD

Mnogi autori (Purschwitz 1992; Goldenhar and Schulte 1996; Yoder and Murphy 2000) bavili su se ispitivanjima smanjenja povreda nastalih usled prevrtanja u cilju povećanja stabilnosti traktora pri kretanju na neravnom terenu. Tako, po Abubakar i sar. (2010), oko 400 ljudi izgubi život svake godine, a preko 16000 se povredi usled prevrtanja traktora.

Sl. 1. Rotacije traktora oko 3D osa
Fig. 1. Tractor's rotations about 3D axis

Poznato je da se, pri kretanju na neravnom terenu, traktor najčešće bočno prevrće tako što dolazi do njegove rotacije oko težišta T oko y -ose (sl. 1), to je istovremeno i rotacija u x - z ravni. Prevrtnje u pravcu kretanja unapred ili unazad je rotacija u x - y ravni. Koordinatni početak O je pozicioniran u težište traktora T . Prema američkoj službi za bezbednost (National Safety Council 2001), preko 70% prevrtanja traktora je rotacija oko y -ose, tj. bočno prevrtanje. Bočno prevrtanje nastaje pri operacijama oranja ili rigolovanja i/ili kretanja traktora na nagnutom terenu.

Eksperimentalni metod ispitivanja stabilnosti traktora ima ograničenja jer zahteva skupu laboratorijsku opremu i može doći do ozbiljnih oštećenja opreme i opasnosti po život za ljude koji rade takva istraživanja. Dodatno, veoma je složeno izvoditi veliki broj ponavljanja. Stoga je bolje koristiti kompjuterske simulacije i matematičke modele u svrhu predviđanja stabilnosti traktora za različite položaje. Mashadi i Nasrollahi (2009) razvili su uređaj (Automatic Control System) za povećanje stabilnosti pri kretanju traktora na strmim bočnim nagibima, a koncipiran je na hidrauličnoj nivelaciji šasijske traktora. Silleli et al. (2007) su koncipirali sistem na principu „sidra“ kojim se povećava bočna stabilnost specijalnih voćarsko-vinogradarskih traktora. Abu-Hamdeh i Al-Jalil (2004) su teoretski simulirali dinamičko ponašanje traktorsko-transportnog agregata pri kretanju uz i niz nagib. Ahmadi (2011) navodi dve nestabilne situacije traktora pri kretanju na nagibu: klizanje i prevrtanje. Myers et al. (2008) navodi da nagib terena ne mora biti veoma strm da bi došlo do prevrtanja traktora, već to može biti posledica velikih neravnina i brzine kretanja traktora.

Matić-Kekić i sar. (2014) su utvrdili granice zone bočnog prevrtanja pri oranju i rigolovanju na terenu sa nagibom za dva tipa traktora II kategorije (Belarus 820 i NewHolland TL5040). Kako je izuzetno teško naći podatke o tehničkim karakteristikama za druge traktore, cilj ovog rada je da se variraju tehničke karakteristike traktora koje imaju uticaja na granice zone bočnog prevrtanja u prihvatljivim okvirima, čime bi obuhvatili bilo koji traktor, a da se zatim daju granice zone bočnog prevrtanja. Uz ulazne podatke o udaljenosti težišta od ravni oslonca - B , i o razmaku točkova između vertikalnih simetrala zadnjih točkova - d , koji su karakteristike traktora, podatak o dubini brazde - a i podatak o nagibu terena - μ_x omogućuje pouzdane izlazne informacije o granicama zone bočnog prevrtanja za proizvoljni traktor.

2. MATERIJAL I METOD

2.1. Matematička osnova

Kako analiziramo mogućnost bočnog prevrtanja traktora pri rigolovanju ili oranju na terenu sa nagibom, a po oznakama na sl. 1. bočno prevrtanje je rotacija oko y -ose, odnosno rotacija u x - z -ravni. Označimo sa R_y^β - rotaciju za ugao β oko y -ose. Njen matrični zapis je dat formulom (1).

$$R_y^\beta = R_{xz}^\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

Neka su koordinate težišta traktora $T(t_x, t_y, t_z)$ i neka je R rotacija traktora u prostoru nastala oko prave oslonca usled nagiba terena i upadanja neke bočne strane traktora u brazdu. Tada, novi položaj težišta $T^*(t_{x*}, t_{y*}, t_{z*})$ pri toj rotaciji dobijamo množenjem matrica

$$T^* = R \cdot T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{x*} \\ t_{y*} \\ t_{z*} \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2. Tehnička osnova

Parametri koji direktno utiču na stabilnost traktora su dati u Tab. 1. Neki od njih su karakteristike traktora, a neki su karakteristike agrotehničke operacije i površine koja se obrađuje. Precizirajmo oznake:

- B = razmak između vertikalnih simetrala zadnjih točkova,
- d = vertikalna udaljenost težišta T od ravni oslonca točkova,
- e = odstupanje težišta T od simetrale ravni traktora,
- a = dubina brazde oranja ili rigolovanja,
- μ_x = nagib terena po x -osi.

Tab. 1. Ulazni podaci o traktoru, operaciji i terenu potrebni u analizi stabilnosti

Tab. 1. Input data for tractor, operation and ground required for stability analysis

Parametri Parameters	Granice ulaznih parametara Limits of the input parameters		
	donja-lower	gornja-upper	korak-step
B (m)	1,3	1,8	0,1
d (m)	0,5	1,2	0,15
e (m)	0,0	0,02	0,005
a (m)	0,1	0,7	0,15
μ_x (°)	0	30	10

Kako ćemo razmatrati samo mogućnost bočnog prevrtanja, fiksiraćemo da nema nagiba terena po y -osi ($\mu_y = 0^\circ$). Parametar h koji je horizontalna udaljenost težišta T od centra zadnjeg mosta traktora po y -osi ne utiče na bočno prevrtanje, te neće biti variran.

Za formiranje matematičkih modela i njihov grafički prikaz, korišćen je programski paket *Mathematica 6* (Wolfram, 1991), kao i u radovima (Blagojević i Matić-Kekić 2012, Blagojević *et al*, 2012, Janić *et al*, 2008, Janić *et al*, 2009, Kostić *et al*, 2012, Matić-Kekić, 2008, Matić-Kekić *et al*, 2011a, Matić-Kekić *et al*, 2011b, Dedović *et al*, 2008, Dedović *et al*, 2010, Dedović *et al*, 2011a, Dedović *et al*, 2011b).

3. REZULTATI I DISKUSIJA

U ovom teoretsko-praktičnom razmatranju odredićemo promenu položaja težišta, proizvoljnog traktora pri rigolovanju (0,5 – 0,7 m) ili oranju (0,1 – 0,4 m) na terenu sa nagibom μ_x po x -osi u intervalu od 0-30°.

Na slici 2, tačke oslonca zadnjih točkova označene su sa O_r i O_l , a prednjih sa $O_{r'}$ i $O_{l'}$. Neka u O_l bude smešten koordinatni početak. Dakle, tačka oslonca zadnjeg levog točka ima koordinate (0,0,0). Primetimo da je na sl. 1 koordinatni početak bio smešten u tačku težišta modela traktora. Oznake na slici 2a su u skladu sa definisanim vrednostima u odeljku 2.2. Na slici 2b, desni bok traktora je u brazdi dubine a . Sa O_r^* i $O_{r'}^*$ označene su tačke oslonca desnih točkova u brazdi. Trouglovi $O_l O_r O_r^*$ i $O_{l'} O_{r'} O_{r'}^*$ su jednakokraki i podudarni, a ugao α naspram njihovih osnovica je ugao nagiba traktora nastao usled pozicioniranja desnih točkova u brazdi, a levih van brazde. Ugao α na sl. 2b iz osenčenog pravouglog trougla je jednak $\alpha = \arcsin a/B$.

Sl. 2. Geometrijske veličine traktora u brazdi
Fig. 2. Geometric parameters of the tractor in the furrow

Nagnuti položaj traktora desnim bokom u brazdi (sl. 2b) se dobija ukoliko bi se izvršila rotacija traktora koji je van brazde (sl. 2a) oko y -ose za ugao α . Ako je dodatno i teren po x -osi pod nagibom μ_x , traktor bi ukupno bio bočno nagnut (tj. zarotiran oko y -ose) za ugao $\alpha + \mu_x$. Jasno je da ako je pri ovoj rotaciji $R_y^{\alpha + \mu_x}$ pomeranje težišta $T(t_x, t_y, t_z) = T(B/2+e, h, d)$ i pomeranje tačke oslonca $O_r(B, 0, 0)$, takvo da je po x -osi veća udaljenost zarotiranog težišta $T^*(t_x^*, t_y^*, t_z^*)$ od zarotirane tačke oslonca desnog zadnjeg točka $O_r^*(o_x^*, o_y^*, o_z^*)$, dolazi do bočnog prevrtanja traktora (sl. 2a), tj. preciznije ako je novi položaj takav da važi

$$|t_x^*| > |o_x^*|, \quad (3)$$

sledi bočno prevrtanje. Na osnovu (1) i (2), položaj zarotiranog težišta i položaj desnog točka u brazdi dobija se iz $T^* = R_y^{\alpha + \mu_x} \cdot T$ i $O_r^* = R_y^{\alpha + \mu_x} \cdot O_r$, odnosno

$$T^* = R_y^{\alpha+\mu_x} \cdot T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha+\mu_x) & 0 & -\sin(\alpha+\mu_x) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha+\mu_x) & 0 & \cos(\alpha+\mu_x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{B}{2} + e \\ h \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{x^*} \\ t_{y^*} \\ t_{z^*} \end{bmatrix}$$

i

$$O_r^* = R_y^{\alpha+\mu_x} \cdot O_r = R_y^{\alpha+\mu_x} \cdot \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_{x^*} \\ o_{y^*} \\ o_{z^*} \end{bmatrix}$$

što implicira da se uslov (3) svodi na proveru odnosa vrednosti prvih koordinata T^* i O_r^*

$$\left| (B/2+e) \cdot \cos(\alpha+\mu_x) - \sin(\alpha+\mu_x) \cdot d \right| > \left| B \cdot \cos(\alpha+\mu_x) \right| . \quad (4)$$

za $\alpha = \arcsin a/B$.

Za fiksiranu dubinu brazde a i nagib terena μ_x , određeni su parametri traktora koji utiču na bočno prevrtanje: B - razmak između vertikalnih simetrala zadnjih točkova, d - vertikalna udaljenost težišta T od ravni oslonca točkova i ekscentricitet - e . Poznato je da je stabilnost traktora veća ukoliko je težište bliže površini koja se obrađuje, odnosno ukoliko je razmak između točkova B veći, a d manje. Stoga ukoliko za fiksnu dubinu brazde a i nagib terena μ_x dolazi do prevrtanja, na primer za $B=1,4$ m i $d=1$ m, tada će do prevrtanja sigurno doći i za traktore sa razmakom točkova B manjim od 1,4 m i za traktore sa težištem na većoj visini d od 1 m. Zato su u Tab. 2 i Tab. 3 date vrednosti za maksimalno B (max B) i minimalno d (min d) pri kojim dolazi do prevrtanja, za fiksne vrednostim a i μ_x .

Na osnovu uslova (4) i razmatranih vrednosti karakteristika za traktore (Tab.1), u programu *Mathematica* određene su granice bočnog prevrtanja pri variranju a i μ_x . Ovi rezultati su sumirani u tab. 2 za rigolovanje i tab. 3 za oranje.

Tab. 2. Granice stabilnosti traktora pri rigolovanju
Tab. 2. Limits of tractor unstability for deep plowing

a (cm)	μ_x (°)	Razmak zadnjih točkova - B i rastojanje T do terena- d Distance between rear wheels - B and the distance T to the ground- d							
70	30	1,5	1,7	1,8					max B (m)
		50	65	80					min d (cm)
	20	1,3	1,4	1,6	1,8				max B (m)
		50	65	80	95	$e=0,02$	1,7	1,8	min d (cm)
	10	1,3	$e=0,02$	1,5	$e=0,02$	1,6	$e=0,02$		max B (m)
		80	$e=0,015$	95		110			min d (cm)
55	30	1,3	1,5	1,8					max B (m)
		50	65	80	$e=0,02$	1,7	$e<0,02$	1,8	min d (cm)
	20	1,3	1,4	1,6	1,7				max B (m)
		65	80	95	110				min d (cm)
	10	1,3	1,4						max B (m)
		95	110						min d (cm)

Tab. 3. Granice nestabilnosti traktora pri oranju

Tab. 3. Limits of unstability for plowing

a (cm)	μ_x ($^{\circ}$)	Udaljenost zadnjih točkova - B i rastojanje T do terena- d Distance rear wheels - B and the distance T to the ground- d									
40	30	1,4	1,6	$e=0,02$	1,3	1,5	$e<0,015$	1,7	1,8	$e<0,02$	max B (m)
		65	80	$e=0,015$	65	80		95	110		min d (cm)
	20	1,4	1,5								max B (m)
		95	110								min d (cm)
25	30	1,3	1,5	1,7							max B (m)
		80	95	110							min d (cm)
10	30	1,3	1,4	$e\leq 0,01$	1,5	$e>0,01$					max B (m)
		95	110				110				

4. ZAKLJUČAK

Na nagibu terena od 10° ne dolazi do bočnog prevrtanja pri oranju. Kada je dubina oranja 10 cm ne dolazi do bočnog prevrtanja ni na terenu sa nagibom od 20° . Međutim, nagib terena od 20° i dubina oranja od 25cm izazivaju bočno prevrtanje za jednu kombinaciju razmaka zadnjih točkova B i udaljenosti T od podloge d koja nije navedena u Tab. 3. To su maksimalno rastojanje B od 1,3 m i minimalna udaljenost d od 1,1 m, a za sve razmatrane vrednosti ekscentriteta e . U tab. 2 i 3, ukoliko do prevrtanja dolazi za sve razmatrane vrednosti ekscentriteta to nismo naznačavali, a ukoliko je uži skup za e te vrednosti su sa desne strane parova max B , min d u tabelama eksplicitno navedene.

5. LITERATURA

- [1] Abubakar M.S, Ahmad D, Akande F.B. (2010). A review of farm tractor overturning accident and safety. *Pertanika Journal Science and Technology* 18(2): 377-385.
- [2] Abu-Hamdeh N.H, Al-Jalil H.F. (2004). Computer simulation of stability and control of tractor-trailed implement combinations under different operating conditions. *Bragantia Camp* 63 (1): 149-162.
- [3] Ahmadi I. (2011). Dynamics of tractor lateral overturn on slopes under the influence of position disturbance (model development). *J Terramechanics* 48: 339-346.
- [4] Blagojević B, Matić-Kekić S (2012). Grupno određivanje težina kriterijuma za evaluaciju ergonomske karakteristika traktora. *Savremena poljoprivredna tehnika* 38(3):255-266.
- [5] Blagojević B, Matić-Kekić Snežana, Ružić D, Dedović N (2012). Application of SAW, TOPSIS and CP methods in the tractors ranking based on the ergonomic characteristics. *Contemporary agricultural engineering* 38(4): 327-337.
- [6] Dedović N, Igić S, Janić T. (2008). Uticaj recirkulacije vazduha na energetske efikasnost kotla za sagorevanje balirane biomase 120 kW i prikaz matematičkih modela. *Savremena poljoprivredna tehnika* 34(3-4): 220-226.
- [7] Dedović N, Igić S, Matić-Kekić Snežana, Janić T. (2010). Koeficijent viška vazduha pri sagorevanju bala slame i prikaz matematičkih modela. *Savremena poljoprivredna tehnika* 36(4): 344-356.

- [8] Dedović N, Matić-Kekić Snežana, Ponjican O, Karadzic B. (2011a). New approach to border line evaluations for whole sample of Williams pear (*Pyrus communis*). Computers and Electronics in Agriculture 79(1): 94-101.
- [9] Dedović N, Matić-Kekić Snežana, Janić T, Igić S. (2011b). Određivanje matematičkih modela pri recirkulaciji produkata sagorevanja bala pšenične slame. Savremena poljoprivredna tehnika 37(1): 91-104.
- [10] Goldenhar L.M, Schulte P.A. (1996). Methodological issues for intervention research in occupational health and safety. American Journal of Industrial Medicine 29: 289-294.
- [11] Kostić M, Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Malinović N, Meši M, Savin L. (2012). Pojednostavljeni regresioni model neravnomernog opterećenja točkova traktora na bočnom nagibu i njegova primena. Savremena poljoprivredna tehnika 38(2): 153-164.
- [12] Matić-Kekić Snežana (2008). Određivanje zapremine krošnji piramidalnog, kupastog, elipsoidnog i sfernog oblika u prirodi. Letopis naučnih radova 32: 27-34.
- [13] Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Savin L, Simikić M. (2011a). Primena nelinearne regresione analize. Savremena poljoprivredna tehnika 37(4): 419-426.
- [14] Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Trivunović, Snežana. (2011b). Recursive formula for number of cows in milk production. Savremena poljoprivreda 60 (1-2):7-14.
- [15] Matić-Kekić Snežana, Kostić M, Dedović N. (2014). Matematički model stabilnosti traktora u zavisnosti od tipa traktora, nagiba terena i dubine brazde. Savremena poljoprivredna tehnika 40(4): 37-44.
- [16] National Safety Council. Accident Facts - 2001 Edition. Chicago.
- [17] Purschwitz M.A. (1992). Farm and agricultural injury statistics. In: D. J. Murphy. Saf Health Prod Agric. St. Joseph, MI, Chapter 3, p.253.
- [18] Wismer R.D. (1991). Science, engineering and soil measurement. J Terramech 8(2/3):89-92.
- [19] Wolfram S. (2011). Mathematica: Virtual book. Available from: <http://reference.wolfram.com/mathematica/tutorial/VirtualBook/Overview.html>

MATHEMATICAL MODEL OF TRACTOR STABILITY DEPENDING ON THE TECHICAL CHARACTERISTICS OF TRACTOR

Matić-Kekić Snežana, Dedović N, Kostić M

University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Trg Dositeja Obradovića 8, Novi Sad, Serbia

e-mail: snmk@polj.uns.ac.rs

SUMMARY

This paper presents a mathematical model that gives us the stability limit of the tractor. The objective was to determine to what depth must be performed trenching or plowing with varying characteristics of the tractor which directly affect the stability. These characteristics are the distance between the vertical centerline of the rear wheels (B), the vertical center of gravity of the T level of support wheels (d), for various types of inclination of the field, and to avoid side overturn of the tractor. Deviation of gravity along the x -axis perpendicular bisector plane of the tractor, the eccentricity (e) generally does not affect the lateral tractor overturning. However, in situations where there is interference, it is recorded. In the model of mathematical apparatus used vectors, matrices and transformations which is faster and easier to come up with models.

Key words: safety in agriculture, center of gravity, rotation

Napomena: Rad je nastao kao rezultat istraživanja na projekima TR31046 „Unapređenje kvaliteta traktora i mobilnih sistema u cilju povećanja konkurentnosti, očuvanja zemljišta i životne sredine“ i TR37017 „Modeliranje stanja i strukture padinskih procesa primenom GNSS i tehnologija skeniranja laserom i georadarom“, koje finansira Ministarstvo prosvete i nauke Republike Srbije.

Primljeno: 19. 10. 2014. god.

Prihvaćeno: 3. 11. 2014. god.