DOI: 10.5937/eroz52-72603 ОРИГИНАЛНИ НАУЧНИ РАД

# ИНВЕРЗНИ ХИДРАУЛИЧКИ ПРОРАЧУН СРЕДЊЕГ ПАДА И ПРЕДЛОГ РЕГУЛАЦИОНОГ РЕШЕЊА ВОДОТОКА

# INVERSE HYDRAULIC CALCULATION OF THE MEAN ENERGY SLOPE AND A REGULATION DESIGN PROPOSAL FOR A TORRENTIAL STREAM

**Анђелковић Александар[1], Николић Јокановић Весна[1], Јокановић Душан[1], Парезановић Софија[1*1]**

[1]Универзитет у Београду, Шумарски факултет

***Примљен:*** 17.07.2026. / ***Рецензиран:*** 25.08.2026. / ***Прихваћен:*** 02.09.2026.

**Апстракт:** У раду је извршена хидрауличка анализа природног корита водотока у сливу Барајевске реке на основу теренских мерења протицаја и површинске брзине течења. Применом инверзног прорачуна на основу Маннингове једначине одређен је енергетски пад тока, при чему је усвојена корекција за прелазак са површинске на средњу брзину. Добијена вредност средњег пада од приближно 1,16% указује на изражено бујични карактер тока и присуство критичног режима течења при меродавном протицају од 15 m³/s. На основу утврђеног хидрауличког стања извршена је анализа могућности регулације деонице дужине 1 km са циљем обезбеђења мирног режима течења и смањења ерозионе моћи тока. Предложено је трапезно регулисано корито са уздужним падом од 3‰ и системом каскада за дисипацију вишка енергије. Усвајањем броја и висине каскада (H ≤ 2 m) дефинисано је технички и хидраулички најрационалније решење које обезбеђује стабилан подкритични режим течења и прихват меродавног протицаја без изливања. Резултати рада представљају методолошки оквир за хидрауличку реконструкцију постојећег стања и концептуално пројектовање уздужне регулације мањих бујичних водотока.

**Кључне речи:** хидрауличка анализа; Манингова једначина; енергетски пад; бујични ток; регулација водотока; каскадна стабилизација; дисипација енергије; трапезно речно корито.

**Abstract:** This paper presents a hydraulic analysis of a natural stream reach within the Barajevska River basin based on field measurements of discharge and surface flow velocity. An inverse hydraulic calculation using Manning's equation was applied to determine the energy slope, including a correction factor for converting surface velocity to mean flow velocity. The obtained average slope of approximately 1.16% indicates a torrential flow character and near-critical flow conditions at the design discharge of 15 m³/s. Based on the identified hydraulic conditions, a regulation concept for a 1 km reach was developed in order to ensure subcritical flow conditions and reduce erosive capacity. A trapezoidal regulated channel with a longitudinal slope of 3‰ and a cascade system for energy dissipation was proposed. By adopting of the number and height of drop structures (H ≤ 2 m) resulted in a technically and hydraulically efficient solution ensuring stable subcritical flow and safe

[1] Парезановић Софија: sofija.parezanovic@sfb.bg.ac.rs; ORCID 0009-0006-7416-9273; Анђелковић Александар ORCID 0000-0001-8986-315X; Николић Јокановић Весна ORCID 0000-0003-3393-9981; Јокановић Душан ORCID 0000-0002-8143-4219

conveyance of the design discharge without overtopping. The presented methodology provides a practical framework for hydraulic reconstruction of existing conditions and conceptual design of longitudinal regulation measures for small torrential streams.

**Keywords:** hydraulic analysis; Manning equation; energy slope; torrential flow; river regulation; cascade stabilization; energy dissipation; trapezoidal river channel.

## УВОД

Бујични водотоци представљају динамичне и често непредвидиве елементе хидрографске мреже, карактеристичне за брдско-планинска подручја. Током интензивних падавинских догађаја долази до наглог пораста протока и великих количина наноса из сливних подручја, што значајно утиче како на хидрауличке карактеристике тока, тако и на геоморфолошки развој корита. Овакав развој догађаја може узроковати брзо таложење наноса у нижим деловима сливова и у акумулационим објектима, због наглог смањења транспортног капацитета услед смањења пада и брзине течења, што доводи до повећања нивоа воде и изливања и поплава. Транспорт седимента такође утиче на обликовање профила корита, стабилност обала и ефикасност водних објеката за заштиту од поплава и ерозије (Vázquez Tarrío et al., 2024, Harada & Egashira, 2024).

У контексту Републике Србије, поплаве из маја 2014. године представљају пример екстремног хидрометеоролошког догађаја који је довео до историјских максимума водостаја и протицаја на многим притокама великих река, што је изазвало масовне поплаве, ерозију земљишта и деструктивне процесе у сливовима мањих бујичних токова (Jovanović, 2021, Đeković i sar., 2015). Стручњаци истичу да су управо транспорт наноса и нагли порасти протока кључни фактори ризика код бујичних поплава, јер седимент значајно утиче на хидрауличку стабилност тока и склоност корита наглим променама геометрије (Harada & Egashira, 2024).

Акумулациони објекти лоцирани низводно од предметне деонице испитиваног водотока, попут акумулације Дубоки поток, нарочито су осетљиви на високе концентрације наноса донешене из горњих делова слива, што смањује њихов корисни простор и ефикасност при задржавању поплавних таласа. У недостатку одговарајућих регулационих и седиментних контролних мера, такви процеси могу довести до брзог таложења и смањења капацитета акумулација, повећаног ризика од изливања и већих економских штета (Институт за водопривреду „Јарослав Черни“, 2001). Предметни водоток представља десну притоку Барајевске реке, а у његовом горњем делу слива спроведене супарцијалне биолошке и техничке мере рекултивације са циљем смањења ерозионог потенцијала и стабилизације падина.

Један од приступа решењу ових проблема јесте примена хидрауличког моделовања и прорачуна, који омогућавају квантитативну процену енергетског пада тока и идентификацију регулаторних мера за стабилизацију корита и контролу транспорта наноса. У том смислу, инверзни прорачун пада тока на основу познатих хидрометријских мерења представља основу за дефинисање пројектних параметара регулације тока и систематско пројектовање уздужних стабилизационих објеката попут каскада, чиме се обезбеђује мирни режим течења и смањује ерозивна моћ бујичних вода (Jovanović, 2021). У раду је приказана метода емпиријске допуне недостајућих мерених података и предлог идејног решења за регулацију притоке која је у периоду великих вода

маја 2014. године изазвала велике деструктивне промене у кориту допремајући одгомне количине наноса у низводну хидрографску мрежу. Највећи део наноса али и опасних материја које се у периоду поплава транспортују дуж хидрографске мреже слива, на крају се исталожи у акумулацији, ако је има низводно (Anđelković, 2020), што је у овом приказаном раду случај.

Засипање акумулација ерозионим наносом из притока представља озбиљан проблем због губљења корисне запремине (Wolfgang & Walling, 2002). У областима брдско-планинског карактера водотоци поседују велику кинетичку енергију тока за покретање и стварање нових количина наноса, као и за транспорт постојећег наноса из речног корита и слива до профила акумулације који се транспортује делом у свим хидрауличким режимима а највише у периоду великих вода (Anđelković, 2020).

Да би се заштитиле акумулације од ерозионог материјала и полутаната, могуће је користити заштитне биотехничке мере у сливу, као што су: орање по изохипсама; израда тераса; контурне терасе формиране риперима и плуговима; градони; рустикалне преграде; постављање фашина; пошумљавање, мелиорације шума и пашњака; спречавање стварања јаруга и вододерина у сливу; изградња попречних објеката за заустављање ерозионог материјала; изградња илофилтера по ободу акумулације.

Ефикасне мере за контролу кретања наноса кроз хидрографску мрежу сливова су хидротехнички попречни објекти: каскаде и преграде (Kostadinov i sar., 2022).

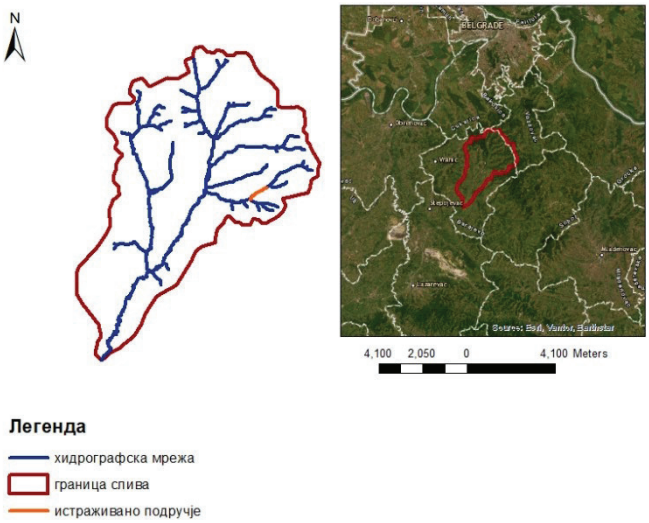
Попречним објектима се врши редукција пада дна корита водотокова до зоне пада изједначења. У тим условима речни ток није у могућности да ствара и покреће нове количине ерозионог материјала, а такође ни да одлаже нанос који вода покреће и носи дуж слива и корита водотока (Kostadinov i sar., 2022). Подизањем депонијских преграда у систему стварају се услови за трајно депоновање и заустављање наноса из речног тока. Применом попречних објеката у притокама трајно се заустављa вучени нанос пре уласка у профил акумулације (Kostadinov i sar., 2022; Hamidifar et al., 2024). Спречавањем појаве ерозионих процеса, поправља се квалитет воде у погледу боје, мириса, укуса, мутноће, као и осталих физичко-хемијских и микробиолошких параметара воде (Letić et al., 2014). У сливу Барајевске реке на једној од притока налази се акумулација Дубоки поток.

Вегетација слива Барајевске реке припада вегетацији побрђа централне Србије и одликује се мозаиком шумских, ливадских, аграрних и рипаријалних станишта (Tomić & Rakonjac, 2011). Потенцијалну природну вегетацију чине претежно шуме сладуна и цера, док се на свежијим и влажнијим експозицијама јављају заједнице китњака и граба (Tomić & Rakonjac, 2011). Дуж корита Барајевске реке и њених притока развијена је уска зона рипаријалне вегетације у којој доминирају меки лишћари попут: беле врбе, крте врбе, црне јове и беле тополе, док се у плићим и повремено плављеним деловима јављају асоцијације трске, рогоза и шашева (Vukotić et al., 2024). Велике површине слива данас се налазе под оранicама, воћњацима и секундарним травњацима, због чега је природна вегетација очувана углавном уз водотокове, на стрмијим падинама и мањим шумским комплексима (Jenačković et al., 2010). На састав вегетације у великој мери утиче антропогени фактор, нарочито пољопривредна производња, урбанизација и регулација водотока, што узрокује фрагментацију природних станишта и смањење површина аутохтоних шумских и приобалних заједница (Tomić & Rakonjac, 2011).

## МАТЕРИЈАЛ И МЕТОДЕ РАДА

### Опште карактеристике истраживаног подручја

Барајевска река је водоток у општини Барајево, југозападно од Београда, и део је Колубарског слива, који се даље улива у реку Сава. Настаје спајањем мањих потока, укључујући Крчевицу и Раковицу, а дужина њеног тока износи око 12,7 км, док површина слива обухвата приближно 77 km² . Ток реке карактеришу ниска пловност и мањи хидролошки режим, типичан за регионалне притоке око Београда, што је посебно важно у контексту заштите од поплава и заштите и регулације наноса (Anđelković et al. 2017).




*Слика 1. Гис карта границе општине Барајево и поред карта слива Барајевске реке*
*Figure 1. GIS map of the Barajevo municipality boundary and the Barajevska River basin*

У оквиру слива Барајевске реке налази се акумулација Дубоки поток, земљана брана изграђена на притоци Дубоки поток, која служи за задржавање поплавних таласа и заштиту локалних насеља и пољопривредних површина. Запремина на коти круне прелива износи око 300.000 m³ (Anđelković et al. 2017). Ова мала акумулација је такође значајна у регулацији наноса који се доприма низводно, што је кључно за одржавање стабилности тока и очување еколошке функције реке.

Географске координате Барајевске реке су приближно 44°36′39,74″ N и 20°25′50,88″ E, док надморска висина тока износи око 160 m. Река и њен слив представљају важан елемент локалне хидролошке мреже и имају значај у управљању водама и превенцији поплава, нарочито током високих водостаја, као што су забележене поплаве у мају 2014. године. Мањи притоци попут Барајевске реке утичу на хидродинамику већих акумулација и речних система, што их чини релевантним за пројектовање речних регулација и анализа седиментације у сливу.

Изворишни део слива у коме је вршено мерење има релативно малу површину, у односу на укупну површину слива, односно, 1,62 km². Слив је у доњем делу, делимично

обрастао шумом доброг склопа и покровности, са развијеним земљишним творевинама, добре структуре. Под шумом се налази укупно 43,10% од укупне површине слива. Под утринама, напуштеним њивама (и делом њивама које се још увек активно користе), виноградима и окућницама, се налази око 56,9% површине слива.

У периоду у коме су истраживања спроведена падавине су биле екстремне за ово подручје и након проласка поплавног таласа уочене су многе морфолошке промене у самом кориту притоке. На овако екстреман протицај се по правилу не пројектују регулације и у овом раду биће анализирана мера пројектовања класичног једногубог речног корита у природном материјалу, као пример уређења а не као мера за конкртетну притоку. Димензионисање је урађено на основу података прикупљених на терену у периоду великих вода и непосредно након проласка великих вода. Из мерења је намерно изостављен податак везан за средњи пад тока који у многоме одређује карактеристике самог пројектовања регулације. Да би се до овог податка дошло коришћен је метод инверзног хидрауличког прорачуна како би се емпиријски добио енергетски пад који је касније коришћен у поступку одређивања других елемената за пројектовање регулације.

**Методологија инверзног хидрауличког прорачуна**

У условима када нема директних, континуалних геодетских мерења уздужног енергетског пада тока током великих вода, примењује се метод инверзног хидрауличког прорачуна заснован на Манинговој једначини за стационарно једнолико течење. Прорачун се изводи уназад, полазећи од теренски измереног протицаја ($Q_{max}$) и површинске брзине ($V_p$) на основу регистрованих хидрауличких трагова врха поплавног таласа из маја 2014. године.

Први корак подразумева корекцију површинске брзине у средњу профилну брзину тока према изразу:

$$V_{sr} = k \cdot V_p$$

где је k коефицијент корекције (усвојен као 0,85). Према препорукама Светске метеоролошке организације (WMO) и релевантне хидрометријске литературе (Јовановић, 2021), за природна, хетерогена речна корита са већим дубинама тока (h > 0,5 m), овај коефицијент се стандардно креће у опсегу од 0,80 до 0,90, те вредност 0,85 представља оптималну инжењерску средину.

Површина протицајног профила (A) рачуна се преко једначине континуитета:

$$A = \frac{Q_{max}}{V_{sr}}$$

За приближно трапезни облик природног корита, средња дубина тока ($h_{sr}$) се одређује у односу на ширину огледала воде (B):

$$h_{sr} = \frac{A}{B}$$

Оквашени обим (O) за трапезни попречни пресек рачуна се по формули:

$$O = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

где је b ширина дна корита, h дубина, а m коефицијент нагиба косина.

Хидраулички радијус (R) представља однос површине и оквашеног обима:

$$R = \frac{A}{O}$$

Коначно, средњи (енергетски) пад тока ($I_{sr}$) израчунава се инверзијом Манингове формуле:

$$I_{sr} = \left(\frac{V_{sr} \cdot n}{R^{2/3}}\right)^2$$

где је n Манингов коефицијент храпавости корита.

## РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

### Анализа хидролошко-хидрауличких параметара

Основни подаци о релевантним кишомерним станицама представњени су у табелама 1 и 2 и подаци о забележеним дневним вредностима падавина, у мају 2014. године. Током маја 2014. године (13. и 14. маја) пало је више од 200 mm кише, што је изазвало појаву разорних бујичних поплава. Слабљење и престанак падавина започели су током 16. маја.

У једној од притока језера Дубоки поток забележени су трагови великих вода на основу којих је реконструисан протицај (слика 2.).




*Слика 2. Изглед протицајног профила са максималним нивоом воде и после проласка поплавног таласа (фото: А. Анђелковић)*

*Figure 2. Appearance of the flow cross section at maximum water level and after the passage of the flood wave (photo: A. Anđelković)*

Анализом хидрауличких трагова великих вода утврђено је да је дубина воде на појединим профилима била већа од 2 m, а ширина протицајног профила преко 4,5 m. Током трајања поплавног таласа бележени су трагови велике воде, а обављено је мерење површинске брзине тока, помоћу пловка (float method). Након проласка поплавног таласа вршена су накнадна геодетска снимања попречних протицајних профила, у циљу детерминисања геометријских и хидрауличких параметара тока, и каснијег одређивања укупног протицаја воде (Đeković et al., 2015).

За прорачун максималног протицаја коришћене су максималне дневне кише вероватноће појаве Hg(p), одређене на основу теоријске расподеле вероватноћа Log Pearson Type III (Табела 3). У Табелама 1 и 2 приказан је преглед разматраних падавинских станица са бројем осмотрених максималних падавина које су коришћене за одређивање вероватноће појаве екстремних падавина (Табела 3). За истраживање услова појаве флувијалне ерозије, узети су узорци наноса из дна и обала протицајног профила, ради утврђивања гранулометријских карактеристика.

*Табела 1. Основни параметри релевантних кишомерних станица (извор: РХМЗ)*

*Table 1. Basic parameters of the relevant rain-gauge stations (source: RHMZ)*

| N⁰ | Метеоролошка станица | Географске координате мерних станица | | Надморска висина | Број обрађених података | Година почетка мерења |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Ширина | Дужина | | | |
| 1 | Авала – Шумска управа | 44,42 | 20,31 | 290 | 42 | 1953 |
| 2 | Барајево | 44,36 | 20,27 | 270 | 32 | 1963 |
| 3 | Врчин | 44,39 | 20,25 | 250 | 38 | 1958 |
| 4 | Јајинци | 44,44 | 20,29 | 175 | 43 | 1952 |
| 5 | Раља | 44,34 | 20,34 | 230 | 45 | 1945 |
| 6 | Вождовац | 44,34 | 20,24 | 150 | 36 | 1954 |
| 7 | Вранић | 44,36 | 20,22 | 230 | 35 | 1955 |

*Табела 2. Подаци о падавинама у непосредној близини слива Дубоки поток (извор: РХМЗ)*

*Table 2. Precipitation data recorded in the vicinity of the Duboki potok catchment (source: RHMZ)*

| N⁰ | Подручје ГМЦ | Назив станице | Подаци о падавинама у току 3 дана *(mm)* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 14.5.2014. | 15.5.2014. | 16.5.2014. | Укупно за 3 дана |
| 1 | Београд | Пиносава | 16,20 | 129,00 | 72,20 | 217,20 |
| 2 | Београд | Макиш | 31,10 | 100,80 | 46,20 | 178,10 |
| 3 | Београд | Јајинци | 21,20 | 148,20 | 48,20 | 217,60 |
| 4 | Београд | Церак | 25,20 | 104,00 | 47,20 | 176,40 |
| 5 | Ваљево | Степојевац | 23,60 | 185,10 | 84,80 | 293,50 |
| 6 | Ваљево | Уб | 61,20 | 114,80 | 51,20 | 227,20 |
| 7 | Ваљево | Љиг | 31,00 | 125,00 | 73,50 | 229,50 |

*Табела 3. Рачунске кише за прорачун великих вода за анализирани профил водотока (извор: РХМЗ)*

*Table 3. Design rainfall values used for flood discharge calculation at the analyzed stream cross-section (source: RHMZ)*

| **Меродавне рачунске кише за прорачун великих вода** | | | |
|---|---|---|---|
| **N⁰** | Вероватноћа % | Повратни период (god) | $H_g$ (p) (*mm*) |
| **1** | 0,01 | 10.000 | 194,00 |
| **2** | 0,10 | 1.000 | 137,00 |
| **3** | 1 | 100 | 93,80 |
| **4** | 2 | 50 | 82,00 |

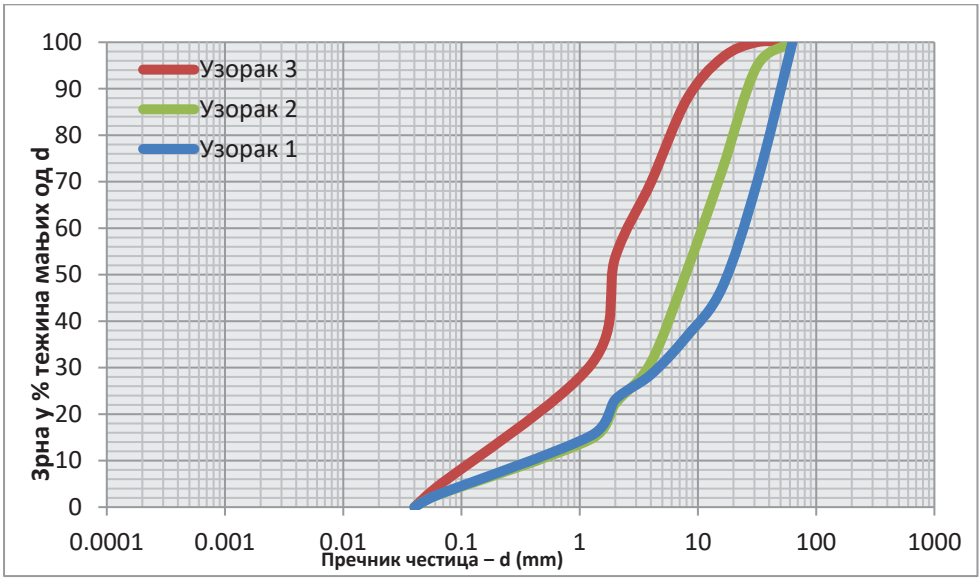
Траг велике воде послужио је само да би се извршило калибрисање пропусне способности корита, а не у сврху осредњавања хидрауличких и морфолошких параметара протицајних профила на деоници водотока. С обзиром на то да су отпори корита и геометрија протицајног профила променљиви, као и пад дна корита, најподеснији прорачуни за ову сврху су на основу диференцијалних једначина неједноликог течења.

**Гранулометријски састав наноса**

На Слици 3 приказан је дијаграм гранулометријског састава материјала узетог из корита притоке. Средња крупноћа наноса на 50% учешћа је од 1,90 до 20 mm. Критична вучна сила тока за покретање и транспорт наноса дуж притока креће се у границама од 0,00077 *kN/m²* до 0,0129 *kN/m²* (добијено преко једначине за критични тангенцијални напон са прилагођеном *Shildsovom константом*).

$$\tau_{cr} = \theta \cdot g \cdot (\rho_s - \rho) \cdot d_{sr},$$

где су: $\tau_{cr}$ – критични тангенцијални напон;
$\theta$ – Shildsova константа (средња вредност 0,0478);
$\rho_s$ – запреминска маса наноса 2,4 *t/m³;*
$\rho$ – запреминска маса воде 1,0 *t/m³;*
$d_{sr}$ – средњи пречник наноса у метрима.




*Слика 1. Дијаграм гранулометријског састава материјала из корита (извор: оригинал)*
*Figure 3. Grain-size distribution diagram of the riverbed material (source: original)*

У Табели 4. приказани су резултати морфолошко-хидрауличке анализе главне притоке са прорачуном критичних тангенцијалних напона за средњи пречник зрна наноса $d_{50\%}$ са криве гранулометријског састава. При максимално забележеном протицају од $Q=15,00\ m^3.s^{-1}$ у сва 3 профила, тангенцијални напони су редовно већи од критичних напона, тако да речно корито није отпорно на флувијалне ерозионе процесе.

*Табела 4. Површинска брзина тока и тангенцијални напони по дну корита (извор: оригинал)*
*Table 4. Surface flow velocity and bed shear stress values (source: original)*

| Профил | Стационажа | Максимална дубина тока $h$ | Средња површинска брзина тока $V_{sr.pov}$ | Средњи пречник наноса $d_{50\%}$ | Тангенцијални напони | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Критични $\tau_{cr}$ | Стварни $\tau_{max}$ |
| $N^0$ | km | m | $m^1.s^{-1}$ | mm | $kN/m^2$ | $kN/m^2$ |
| 1 | 0+000 | 1,50 | 4,90 | 1,20 | 0,00077 | 0,600 |
| 2 | 0+017,60 | 1,84 | 4,55 | / | / | 0,557 |
| 3 | 0+036,60 | 1,49 | 5,00 | 20 | 0,0129 | 0,613 |

**Средњи пад тока**

Мерени пад између три попречна профила показао је да је средњи пад тока на овој деоници $I_0$=1,04%. Док је средњи пад тока $I_t$=5,6% измерен од ушћа у акумулацију до извора. За даљи прорачун средњег пада тока у анализираној притоци користићемо податак добијен теоријски за деоницу у дужини од 1 km, помоћу инверзне Манингове формуле за трапезно корито. Овим прорачуном добијамо средњи (енергетски) пад који не мора у потпуности осликавати и средњи пад тока, али је добра полазна основа, уз ограничења. Познате димензије су нам максимални проток $Q_{max}$ = 15 $m^3/s$, површинска брзина $V_p$ = 3,18 m/s. За прелазак са измерене површинске брзине на процењену средњу брзину течења усвојен је корекциони коефицијент у интервалу 0,80–0,90. У основном прорачуну усвојена је вредност 0,85, као средња вредност наведеног интервала, па је средња брзина износила Vsr = 0,85 · Vp = 2,70 m/s. С обзиром на то да избор корекционог коефицијента директно утиче на резултат инверзног прорачуна енергетског пада, извршена је и анализа осетљивости за крајње вредности интервала (0,80 и 0,90), при чему су остали параметри прорачуна задржани непромењеним, табела 5. Манингов коефицијент рапавости усвојен је у износу од (n = 0,028) на основу емпиријских Chow-ових таблица (Chow, 1959; Јовановић, 2021) за природна корита са стабилним дном од крупног шљунка и ситног камена. Иако је деоница седиментолошки хетерогена, за потребе прорачуна усвојена је јединствена вредност како би се добио репрезентативан, средњи енергетски пад за целу деоницу дужине 1 km, ширина огледала воде T = 8 m, природно корито приближно трапезног облика.

*Табела 5. Анализа осетљивости редукционог коефицијента корекције у препорученом опсегу Светске метеоролошке организације (WMO)*

*Table 5. Sensitivity analysis of the velocity reduction coefficient within the range recommended by the World Meteorological Organization (WMO)*

| **Фактор корекције** | | **Средња брзина $V_{sr}$** | **Израчунати пад** |
|---|---|---|---|
| ***N⁰*** | | *$m^1.s^{-1}$* | **%** |
| **1** | 0,80 | 2,54 | 0,83 |
| **2** | **0,85** | **2,70** | **1,16** |
| **3** | 0,90 | 2,86 | 1,22 |

Анализа осетљивости показује да се при промени корекционог коефицијента са 0,80 на 0,90 добијени енергетски пад мења од приближно 0,83 % до 1,22 %, док је за усвојену вредност коефицијента 0,85 добијен пад од 1,16%. Иако избор коефицијента утиче на апсолутну вредност израчунатог пада, промена не доводи до промене основног закључка о израженом паду и хидрауличком карактеру анализиране деонице, у сва три случаја је он силовит (критичан). Стога је вредност 0,85 задржана као референтна вредност за даљи прорачун.

Површина протицајног профила:

$$A = \frac{Q}{V}$$

$$A = 5{,}56\ m^2$$

Средња дубина:

$$h_{sr} = \frac{A}{T}$$

$$h_{sr} = 0{,}695 \text{ m} \approx 0{,}70 \text{ m}$$

Оквашени обим се за трапезно корито рачуна по формули $O = B + 2h\sqrt{1+m^2}$, где употребљене ознаке представљају геометријске параметре корита за усвојени коефицијент k = 0,85; b = 6,22 m израчуната ширина дна корита, $h_{sr}$ = 0,70 m ,пошто је реч о произвољном попречном пресеку који је по опажању на терену близак трапезном усвојићемо облик трапез са усвојеним косинама као за пројектовану деоницу. Оквашени обим је 9,46 m.

Хидраулички радијус:

$$R = A/O$$

$$R = 0{,}588 \text{ m}$$

Инверзијом се може израчунати пад на следећи начин:

$$I_{sr} = \left(\frac{V_n}{R^{2/3}}\right)^2$$

$R^{2/3} = 0{,}70$; $V_n = 0{,}0756$; $I_{sr} = 0{,}108^2 = 0{,}0116 =$ **1,16%.**

Провером Фрудовог броја дошло се до закључка да је ток на граници критичног Fr ≈ 1,03. Оваква појава иницира бујични карактер течења уз велику ширину и малу дубину воде у кориту па је флувијална ерозија врло заступљена.

Пад енергије добијен рачунским путем је приближан морфолошком средњем паду тока добијеном мерењима, па га можемо користити у даљим прорачунима у овом примеру. Овај део прорачуна урађен је као пример коришћења емпиријских и теоријских података у моделима како би се добио недостајући податак неопходан за пројектовање протицајног профила, али се не може користити као валидан податак за пројектовање конкретног решења већ само као оквиран податак. За пројектовање конкретног решења пад мора бити мерен прецизним геодетским инструментима.

**Илустративни пример прорачуна концептуалног регулационог решења**

На самом почетку у раду је наглашено да се овим радом желело показати могући начин решавања проблема појаве флувијалне ерозије у кориту изазване превеликим брзинама течења и заштите од бујичних поплава применом класичног регулисања водотока. Предложени хидраулички прорачун димензионисања новог корита изведен је стриктно за максимални меродавни протицај поплавног таласа из маја 2014. године, који износи Q = 15 m³/s (повратни период 0,01%). Овај екстремни протицај је намерно задржан у прорачуну као најнеповољнији сценарио, како би се хидраулички тестирала ефикасност и стабилност предложеног каскадног система под максималним оптерећењем. У реалној инжењерској пракси, трајне регулације за овакав тип водотока пројектовале би се на знатно чешћи протицај повратног периода од 1% (стогодишња вода).

Циљ пројектовања регулације у овој притоци је смањење брзине течења и превођење тока из силовитог у миран режим. Применом класичног типа регулисања водотока то

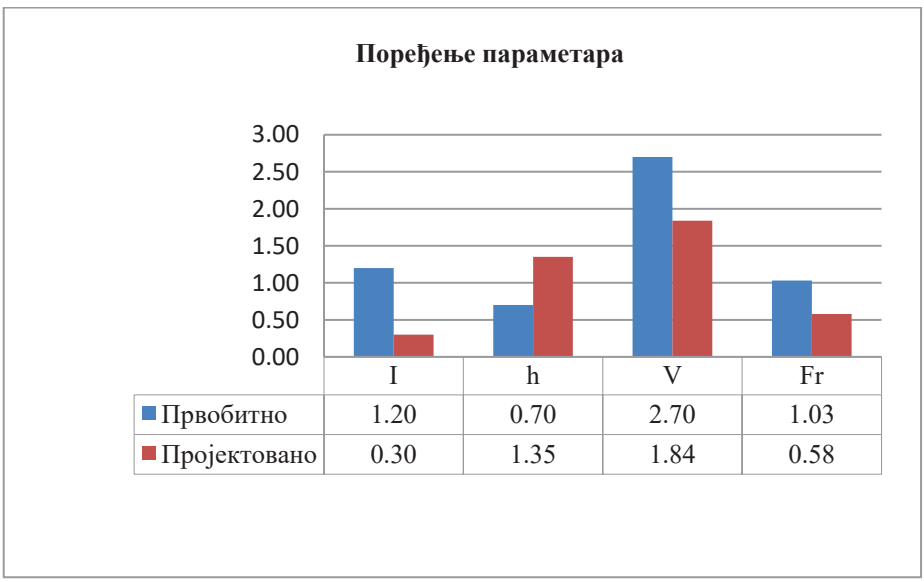
ћемо постићи смањењем пада дна корита. Крајњи циљ је смањење Фрудовог броја испод 1,0 и постизање пада изједначења кад више неће бити заступљена флувијална ерозија у кориту реке. Анализом постојећих података дошли смо до закључка да је неопходно због великог пада деоницу од 1 km изделити каскадама на секторе између којих пад дна корита не сме прелазити више од 3‰ ($I_n$ = 0,003), што је висинска разлика од 3 m на укупној дужини сектора. Користећи раније добијене податке долазимо до потребних параметара за геометрију трапезног корита, па је у овом случају b = 4 m; m = 1,5; $I_n$ = 0,003 (3 ‰); Методом претпоставке дубине рачунамо хидрауличке параметре да би задовољили меродавни протицај у кориту.

Манингова формула за стационарно неједнолико течење:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} \sqrt{J_{sr}}$$

потребна нам је геометрија трапеза, уз претпоставку дубине долазимо до резултата да је потребно h = 1,35 m.

Проверавамо брзину $V = \frac{Q}{A}$ = 1,84 m/s, затим и Фрудов број који износи приближно Fr = 0,58.




| | I | h | V | Fr |
|---|---|---|---|---|
| Првобитно | 1.20 | 0.70 | 2.70 | 1.03 |
| Пројектовано | 0.30 | 1.35 | 1.84 | 0.58 |

*Слика 4. График упоређених параметара пре и након пројектовања регулације (извор: оригинал).*

*Figure 4. Comparative graph of hydraulic parameters before and after the proposed regulation (source: original)*

Поређењем добијених података јасно се види разлика у смањењу брзине течења и Фрудовом броју, што су основни предуслови да се смањи (или потпуно искључи) појава флувијалне ерозије у кориту (Слика 4). На основу графичког приказа упоредних параметара пре и након извођења регулације, уочава се изражена промена у

хидрауличком режиму течења. Експлицитним упоређивањем очитаних вредности утврђено је да је уздужни пад корито ублажен за готово четири пута (са 1,16% ≈1,2 на 0,3%), што је директно утицало на пад средње брзине течења са критичних 2,70 m/s на сигурних 1,84 m/s. Кључни индикатор стабилизације тока је Фрудов број (Fr), који је са почетне границе критичног и силовитог течења (Fr = 1,03) преведен у стабилан подкритични, односно миран режим (Fr = 0,58), чиме се у потпуности спречава појава даље флувијалне ерозије дна и обала.

Да би овакво решење било могуће трасу од 1000 m смо морали поделити каскадама на 6 сразмерно једнаких поља дужине приближно 167 m, висине 1,8 m, тако да су прва и последња каскада искоришћене за уливни односно изливни објекат регулације, па је укупан број потребних каскада 7.

## ЗАКЉУЧАК

У раду је приказан поступак инверзног хидрауличког прорачуна енергетског пада водотока на основу теренских мерења протицаја и површинске брзине течења. Применом Manningove једначине добијена је вредност средњег пада од 1,16%, што указује на бујични карактер тока и појаву граничног критичног режима течења.

На основу утврђених хидрауличких услова дефинисано је концептуално решење регулације у виду трапезног корита са смањеним уздужним падом и системом каскада, чиме је постигнуто превођење тока у подкритични режим (Fr < 1) и значајно смањење брзине течења и ерозионе моћи воде.

Резултати показују да инверзни хидраулички прорачун може представљати користан алат у условима ограничених података, али уз неопходно уважавање ограничења методе и потребу за додатном верификацијом. Предложени приступ има потенцијалну примену у концептуалном пројектовању регулационих мера на мањим бујичним водотоцима.

Поред конкретног техничког решења, научни и практични допринос овог рада огледа се у демонстрацији примене инверзног хидрауличког прорачуна у условима дефицита континуалних хидролошких мерења, што је чест проблем на бујичним водотоцима у Србији. Спроведена анализа осетљивости модела доказала је високу робусност примењене методологије, будући да варијације редукционог коефицијента брзине (у опсегу 0,80–0,90) не мењају крајњи инжењерски закључак о изразито бујичном карактеру тока (пад изнад 0,83%). Тиме је потврђено да приказани методолошки приступ и концепт лонгитудиналне регулације помоћу каскадних система могу послужити као поуздан оквир за прелиминарно димензионисање и планирање антиерозионих мера на сличним неизученим малим притокама и бујичним сливовима

Будућа истраживања треба усмерити ка интеграцији хидрауличког моделовања са анализом транспорта наноса, као и утицаја вегетације и биотехничких мера на стабилност корита.

**Захвалница**

Рад је реализован у оквиру пројекта институционалног финансирања од стране Министарства науке, технолошког развоја и иновација Републике Србије под уговором 451-03-34/2026-03/200169 од 05.02.2026. године.

**ЛИТЕРАТУРА**


1. Andjelkovic, A., Ristic, R., Janic, M., Djekovic, V., Zivanovic, N., & Spalevic, V. (2017). Genesis of sediments and siltation of the accumulation "Duboki potok" of the Barajevska river basin, Serbia, Journal of Environmental Protection and Ecology, Vol. 18, No 4, p.1735-1745, ISSN 1311-5065, Balkan Environmental Association, Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece
2. Anđelković, A. (2020). Erozioni i sedimentacioni procesi na slivnim područjima malih vodnih akumulacija na području grada Beograda i Fruške gore. Doktorska disertacija u rukopisu, Univerzitet u Beogradu – Šumarski fakultet, COBISS-ID: 514085788.
3. Andualem, T. G., Hewa, G. A., Myers, B. R., Peters, S. & Boland, J. (2023). Erosion and sediment transport modeling: A systematic review. Land, 12(7), 1396. DOI:10.3390/land12071396. ISSN: 2073-445X. https://www.mdpi.com/2073-445X/12/7/1396
4. Chow, V. T. (1959). Open-channel hydraulics. New York: McGraw-Hill Book Company.
5. Đeković, V., Anđelković, A., Spalević, V., & Janić, M. (2015). Analiza poplava u Srbiji tokom maja 2014. godine, Šumarstvo, Udruženje šumarskih inženjera i tehničara Srbije, br. 4, p.49-66, 0350-1752, 556.166(497.11), -1043557-, Dec 2015.
6. Hamidifar, H., Nones, M. & Rowinski, P. M. (2024). Flood modeling and fluvial dynamics: A scoping review on the role of sediment transport. Earth-Science Reviews, 253, 104775. DOI:10.1016/j.earscirev.2024.104775. ISSN: 0012-8252. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012825224001028
7. Harada, D. & Egashira, S. (2024). Methods to create hazard maps for flood disasters with sediment and driftwood. Proceedings of IAHS, 386:159-164. DOI:10.5194/piahs-386-159-2024. https://piahs.copernicus.org/articles/386/159/2024/index.html
8. Jenačković, D., Dimitrijević, D., & Ranđelović, V. (2010). Macrophytic flora and vegetation of the rivers Svrljiški and Beli Timok (Eastern Serbia). Biologica Nyssana, 1 (1-2): 23-26.
9. Jovanović, M. (2021). Regulacija reka: Rečna hidraulika i morfologija. Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu.
10. Kostadinov, S., Momirović, N., Lazarević, K., & Stefanović, T. (2022). Erozija i bujične poplave u Srbiji: iskustva i perspektiva odbrane. Vodoprivreda 54 (317-318): 81-96.
11. Letić, Lj., Savić, R., Nikolić, V., Lozjanin, R. (2014): Effects of reclamation works on the state of pedunculate oak forests in Ravni Srem, Šumarstvo 3-4: 117-130.
12. Tomić, Z. & Rakonjac, Lj. (2011): Survey of syntaxa of forest and shrub vegetation of Serbia. Folia Biologica et Geologica, 52 (1-2): 111-140.
13. Vázquez-Tarrío, D., Ruiz-Villanueva, V., Garrote, J., Benito, G., Calle, M., Lucía, A. & Díez-Herrero, A. (2024). Effects of sediment transport on flood hazards: Lessons learned and remaining challenges. Geomorphology, 446, 108976. DOI:10.1016/j.geomorph.2023.108976.ISSN:0169-555X. https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2023.108976
14. Институт за водопривреду „Јарослав Черни“ (2001). Водопривредна основа Републике Србије, Министарство пољопривреде, шумарства и водопривреде, Република Србија, https://www.srbijavode.rs/images/dokumenti/vodoprivredna_osnova_republike_srbije.pdf

15. Vukotić, D., Jenačković Gocić, D., Ilić, D.P., Nikolić, D., & Ranđelović, V. (2024). Aquatic and wetland plant communities of the Pusta River (Southern Serbia): floristic characteristics and syntaxonomic affiliation. Biologica Nyssana, 13 (1): 59-81.
16. Wolfgang S., & Walling D. E. (2002). Modelling erosion, sediment transport and sediment yield, International Hydrological Programme, No. 60 UNESCO, Paris, 2002, p. 243–264.