



Маријана Ж. Зељић¹
Милана М. Дабић Боричић
Светлана М. Илић

Универзитет у Београду, Учитељски факултет,
Београд, Србија

Оригинални
научни рад

Разумевање задатака поређења код ученика другој разреда основне школе²

Резиме: У раду се истражује разумевање релационе терминологије и постојећих ученика при решавању задатака поређења, а који су у постојећој литератури идентификовани као најтежи међу задацима са једном рачунском операцијом. Преходна изражавања проширујемо, давајући се истраживањем постојећих на сложенијим задацима, у којима су проблеми поређења и проблемати у оквиру проблема комбиновања; истраживањем постојећих на задацима са два поређења и истраживањем ефекта конзистентности на задацима различите семантичке структуре. Резултати изражавања показују да је ефекат конзистентности, који се оледа у коришћењу операције услед неразумевња релационе терминологије, био доминантан проблем ученицима при решавању задатака поређења. Број поређења у задатку и семантичка структура проблема нису се показали као значајни фактори који утичу на успешност ученика. Даље, постојање умерене повезаности између конзистентних и неконзистентних формулација постоји само на задацима сложеније структуре. Ови резултати упућују да се тек на задацима сложеније структуре може истраживати да ли ученици испољавају дубље разумевање задатака поређења. Концептуално разумевање проблема поређења израђује се кроз разумевање релација веће – мање и коришћење задатака различитих семантичких структура и сложености.

Кључне речи: текстуални задаци, задаци поређења, релације поређења, конзистентност језика

¹ marijana.zeljic@uf.bg.ac.rs

² Овај рад финансирао је Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије према Уговору 451-03-1/2022-14/4, који је склопљен са Учитељским факултетом Универзитета у Београду.

Copyright © 2023 by the authors, licensee Teacher Education Faculty University of Belgrade, SERBIA.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original paper is accurately cited.

Увод

Савремено математичко образовање ставља велики нагласак на истраживање стратегија решавања текстуалних задатака (Voopen et al., 2016). Идеја да задаци који се користе у учионици чине основу учења довела је до тога да карактеристике задатака, њихова категоризација и утицај на резонување ученика буду предмет бројних истраживања. Једноставни текстуални задаци, који се решавају помоћу једне математичке операције, кључне су компоненте наставног плана и програма математике у почетним разредима основне школе. Стога су и истраживања у осамдесетим и деведесетим годинама 20. века била концентрисана на питање како ученици решавају ове задатке. Почетком осамдесетих година појавила се основна категоризација задатака (са једним сабирањем или одузимањем), која је усмеравала већи број будућих истраживања.

Категоризација задатака са једном рачунском операцијом

Две групе истраживача (Riley et al., 1983; Carpenter et al., 1983) објавиле су свеобухватну верзију својих типологија задатака, али су кас-

није у својим истраживањима користили три категорије задатака: задатке комбиновања, промене и поређења. Рајли и Грино (Riley & Greeno, 1988) истраживали су успешност деце различитог узраста на овим задацима. Ученици су били најуспешнији на задацима комбиновања, затим промене и на крају поређења. Многобројне емпиријске студије спроведене у овом периоду са децом између пет и осам година показале су психолошки значај ове класификације, тј. да се текстуални проблеми могу решити применом исте аритметичке операције, али да припадају различитој семантичкој врсти проблема, имају различите начине представљања и решавања, а при њиховом решавању јављају се различите врсте грешака. У многим студијама потврђена је чињеница да су проблеми поређења најтежи за ученике (Nesher et al., 1982; Riley et al., 1983; Briars & Larkin, 1984; Carpenter & Moser, 1984; Morales et al. 1985; Cummins et al., 1988; Riley & Greeno, 1988; Stern, 1993; Okamoto, 1996).

На основу непознатих елемената у задацима могу се у оквиру сваке категорије детерминисати поткатегорије задатака (Табела 1). Издвајају се две поткатегорије задатака комбиновања – задаци са непознатим укупним бројем и са непознатим подскупом; задаци промене класификују се према томе да су непознати резултат, промена

Табела 1. Типови задатака (Riley et al., 1983; Riley & Greeno, 1988).

задаци комбиновања	задаци промене	задаци поређења
непознат укупан број: Џо има 3 кликера. Том има 5 кликера. Колико кликера имају заједно?	непознат резултат: Џо има 8 кликера. Дао је 5 кликера Тому. Колико кликера Џо има сада?	непознат скуп разлике: Џо има 8 кликера. Том има 3 кликера. Колико кликера Џо има више од Тома?
непознат подскуп: Џо и Том имају 8 кликера укупно. Џо има 3 кликера. Колико кликера има Том?	непозната промена: Џо има 8 кликера. Дао је неколико кликера Тому. Сада Џо има 3 кликера. Колико кликера је дао Тому?	непознат упоређени скуп: Џо има 8 кликера. Том има за 5 мање од Тома. Колико кликера има Том?
	непозната почетна вредност: Џо је имао неколико кликера. Дао је Тому 5 кликера и сада Џо има 3 кликера. Колико кликера је Џо имао на почетку?	непознат референтни скуп: Џо има 8 кликера. Он има за 5 кликера више од Тома? Колико кликера има Том?

или почетна вредност, док се задаци поређења категоришу у зависности да ли су непознати скуп разлике, упоређени скуп или референтни скуп (Табела 1).

Потешкоће ученика при решавању задатака поређења

Како се у овом истраживању бавимо задацима поређења, упутићемо на неке од студија које су истраживале ове задатке. Иако све три подврсте проблема поређења (непознати скуп разлике, упоређени или референтни скуп) описују упоредни однос, за ученике највећи проблем представљају задаци са непознатим референтним скуповима, следе задаци са непознатим упоређеним скуповима, док су задаци са непознатом разликом између скупова за ученике најлакши (Schumacher & Fuchs, 2012). Проблеми са непознатим референтним скуповима, који се истичу као најтежи међу задацима поређења, захтевају разумевање везе између релација више од – мање од (Stern, 1993).

Луис и Мејер (Lewis & Mayer, 1987) у анализи проблема поређења су користили конзистентност језика, тј. издвојили су два облика проблема поређења: конзистентне и неконзистентне текстуалне проблеме. У такозваним неконзистентним проблемима поређења кључна математичка операција не може бити једноставно изведена из релационе кључне речи („више од“). Пример таквог задатка јесте задатак поређења са непознатим референтним скупом представљен у Табели 1. Овај задатак се решава помоћу математичке операције одузимања, иако у тексту задатака постоји релација „више од“. Аутори истичу да ученици у овом задатку греше зато што се интуитивно ослањају на аутоматски активирано правило „додај ако је релација више, одузми ако је релација мање“.

Мишљења о извору потешкоћа које ученици имају са проблемима поређења се разликују.

Већи број аутора (Riley et al., 1983; Resnick, 1983; Riley & Greeno, 1988; Okamoto 1996; Okamoto & Case, 1996; Schumacher & Fuchs, 2012) истиче да млађи ученици не схватају да се квантитативна разлика између истих скупова може изразити на паралелне начине, користећи се појмовима више и мање. У том смислу ученици треба да науче да се бројеви могу користити за квантификацију разлике између две количине и да треба да разумеју „двосмерност“ поређења (Okamoto 1996; Okamoto & Case, 1996). То значи да ученици треба да разумеју да се реченице као што су „Моника има 11 коза мање од Мартина“ и „Мартин има 11 коза више од Монике“ могу користити за описивање исте ситуације.

Друго могуће објашњење за потешкоће са проблемима поређења многи истраживачи налазе у одговору на питање колико су семантичке релације између датих и непознатих величина проблема експлицитно изражене (Verschaffel et al., 1992). Бројне емпиријске студије су показале како мале промене у формулацији текстова проблема могу имати утицај на постигнућа ученика у решавању проблема (Cummins, 1991; Cummins et al., 1988; Vicente et al., 2007). Уопштено говорећи, у овим студијама проблеми су преформулисани у један од следећа два начина. Прво, на ситуациони начин, обогаћивањем проблема неким додатним информацијама (као што су мотиви, време, намера) како би се деци омогућило да генеришу ситуациони модел који садржи функционалну и/или временску структуру проблема. У концептуалном преобликовању текстуалне модификације чине семантичке односе међу кључним елементима проблема експлицитнијим и транспарентнијим (Vicente et al., 2007). Кореспонденција између редоследа у коме су бројчани подаци представљени у тексту и редоследа корака у решавању проблема показала се као главни предиктивни ефекат. Проблеми усклађени са редоследом решавања резултирају бољим перформансама (Daroczy et al., 2015).

Трећа и најчешће истраживана хипотеза, која би могла објаснити потешкоће при решавању проблема поређења, односи се на приступ решавању проблема који се у литератури различито именује: „прво рачунај, а касније размишљај” (Stigler et al., 1990: 15), метод кључне речи (Briars & Larkin, 1984) и „хватање бројева” (Littlefield & Rieser, 1993). У том смислу разматрају се два приступа решавању задатака поређења (Hegarty et al., 1995). У приступу који се назива директним преводом ученик покушава при решавању проблема да изабере бројеве у задатку и кључну релацију (као што су више – мање) и развија план решавања који укључује неку врсту „комбиновања” бројева у задатку, користећи аритметичке операције које су одређене кључним речима. Дакле, ученик покушава да директно преведе кључне појмове у тексту проблема на прорачуне којим ће добити одговор. У том случају ученик не конструише адекватну репрезентацију ситуације описане у проблему. У текстуалним задацима у којима су односи очигледни довољно је бројеве и услове из текста задатка директно превести у математичке изразе. Решавајући задатке на овај начин, ученици само вежбају своје вештине рачунања имитирајући поступак решавања илустрован у уџбеницима и не употребљавајући концептуално разумевање и правилно математичко резонување (Lithner, 2008; Boesen et al., 2014; Obradović, Zelić, 2015).

Испитујући значај конзистентности језика, Луис и Мејер (Lewis & Mayer, 1987) формулисали су хипотезу да ученици на задацима са неконзистентном језичком формулацијом генерално праве више грешака него на конзистентно формулисаним задацима, а посебно праве више грешака у одабиру операције. Импликације ове хипотезе конзистентности биле су предмет већег броја истраживања. Налаз да ученици праве више грешака на неконзистентним него на конзистентним проблемима назива се „ефекат конзистентности” и потврђен је у многим истраживањима (Lewis & Mayer, 1987; Lewis, 1989;

Hegarty et al., 1992; Hegarty et al., 1992; Verschaffel et al., 1992; Stern, 1993; Verschaffel, 1994; Hegarty et al., 1995; Pape, 2003; Van der Schoot et al., 2009).

Да би истражио хипотезу конзистентности, Стерн (Stern, 1993) спроводи две студије које су процениле разумевање ученика о односу термина више – мање у решавању проблема поређења са непознатим референтним скуповима (неконзистентни проблеми). Ученицима првог разреда су презентоване слике са две величине и затражено им је да упаре релационе исказе са сваком сликом. На пример, ученици су морали да одлуче да ли је тачна једна изјава, обе изјаве или ниједна изјава: „На слици је за 2 краве више него што је свиња”; „На слици су 2 свиње мање него што је крава”. Иако су ученици разумели значења реченица, нису успели да схвате да се обе релације (мање и више) могу користити да би се описао исти однос, а слаб учинак на овом задатку био је повезан са способношћу решавања задатака са непознатим референтним скуповима. Ученици нижих разреда још не поседују концептуално знање потребно за потпуно разумевање проблема поређења, и то би могло објаснити њихове потешкоће у решавању ове посебне врсте проблема (Riley et al., 1983; Cummins et al., 1988). Они немају знање да схвате и обраде значење проблема поређења и да се присете одговарајуће структуре проблема (Koedinger & Nathan, 2004).

Са друге стране, студија (Boonen & Jolles, 2015) није потврдила ефекат конзистентности на узорку ученика другог разреда. Учесници ове студије су подједнако добро радили и конзистентне и неконзистентне задатке поређења. Генерално, обрада релационих појмова као што су више од – мање од је објашњење које аутори наводе за недостатак ефекта конзистентности.

У каснијим радовима ефекат конзистентности је испитиван код ученика виших разреда основне школе и на универзитету (Pape, 2003; Van der Schoot et al., 2009). Ефекат је примећен

код студената (Hegarty et al., 1995; Lewis & Mayer, 1987; Lewis, 1989), код ученика виших разреда основне школе (Van der Schoot et al., 2009) и код ученика нижих разреда основне школе (Willis & Fuson, 1988; Mwangi & Sweller, 1998; Schumacher & Fuchs, 2012). Стога, поставља се питање да ли су тешкоће које имају млађи ученици (у нижим разредима основне школе) у вези са конзистентношћу језика, као што је то често случај са старијим ученицима, или су у вези са обрадом вербалних информација садржаних у проблемима.

Разумевање текста проблема укључује изградњу кохерентне менталне репрезентације свих релевантних елемената за решење и односа међу њима који се изводе из текста проблема (Hegarty et al., 1995; Pape, 2003; van der Schoot et al., 2009; de Koning et al., 2017). Решавање проблема захтева конструисање почетне менталне представе ситуације у стварном свету (тзв. ситуациони модел), а математизацијом модела стварног света долази се до математичког модела (De Koning et al., 2017). Математички модел представља основу за планирање и извођење потребних математичких операција.

Методолошки оквир истраживања

Истраживање је део веће студије у којој се бавимо постигнућима ученика другог, четвртог и шестог разреда на задацима комбиновања/поређења. У овом раду представљамо само резултате добијене у другом разреду. У публикаваној литератури јасно је истакнуто да ученици имају тешкоћа са решавањем задатака са неконзистентним језиком (Lewis & Mayer, 1987; Lewis, 1989; Hegarty et al., 1992; Verschaffel et al., 1992; Stern, 1993; Verschaffel, 1994; Hegarty et al., 1995; Pape, 2003; Van der Schoot et al., 2009) и са задацима у којима је непознат референтни скуп (Riley & Greeno, 1988; Stern, 1993; Schumacher & Fuchs, 2012). Циљ ове студије је да испита разумевање релационе терминологије ученика другог разре-

да и примену на задацима поређења различите структуре и сложености.

У односу на претходне студије садашња студија коришћене инструменте и истраживачка питања проширује на три аспекта: коришћењем сложенијих задатака у којима су проблеми поређења потпроблеми у оквиру проблема комбиновања; укључивањем задатака са два поређења; варирањем коришћених задатака тако што се конзистентна језичка формулација замени неконзистентном.

Елементи који утичу на структуру и сложеност оваквих проблема су: 1) број поређења у задатку – једно или два поређења; 2) однос употребених и референтних скупова у задацима са два поређења и 3) конзистентност језика у задатку.

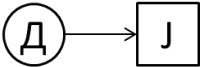
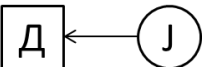
Задаци су подељени у четири семантичке групе. Прва група задатака су задаци са једним поређењем (1К и 1Н, Табела 2). Друга, трећа и четврта група задатака представљају проблеме (са два) поређења између три ентитета (Давид, Јоца и Петар, Табела 3). Број елемената у скуповима (број кликера који сваки ентитет има) не мења се, али су релације између њих описане на различите начине.

У другој групи задатака описан је однос између првог ентитета (Давид) и друга два (Јоца и Петар), у трећој групи описан је однос између првог и другог ентитета (Давид и Јоца), и другог и трећег (Јоца и Петар). Задаци 3К1 и 3К2 су по структури исти, само што су информације у тексту проблема језички даване на различити начин – у задатку 3К2 редослед датих информација одговара корацима при решавању задатка, док у задатку 3К1 редослед информација не одговара корацима у решавању задатка. У четвртој групи задатака се описује однос између првог и трећег (Давид и Петар) и другог и трећег ентитета (Јоца и Петар). Свака група задатака садржи конзистентну и неконзистентну формулацију проблема осим четврте групе задатака у којој од-

нос између другог и трећег ентитета мора бити неконзистентне формулације, јер је број кликера другог ентитета (Јоце) непознати референтни скуп у релационом исказу. Неконзистентна фор-

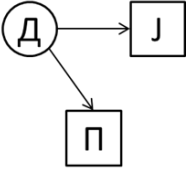
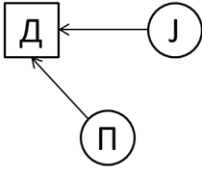
мулација задатака резултира променом улоге референтних и упоређених скупова, што је схематски представљано у табели (Табела 3).

Табела 2. Задаци са једним упоређењем.

Референтни и упоређени скупови	Шематски приказ односа референтних и упоређених скупова	Конзистентност језика	Текстуални задатак
1 референтни – Давид 1 упоређени – Јоца		конзистентан	1К Давид има 32 кликера, а Јоца 20 кликера више од Давида. Колико имају заједно?
1 референтни – Јоца 1 упоређени – Давид		неконзистентан	1Н Давид има 32 кликера, што је за 20 кликера мање од Јоце. Колико кликера имају заједно?

○ – референтни скуп; □ – упоређени скуп

Табела 3. Задаци са два упоређења

Референтни и упоређени скупови	Шематски приказ односа референтних и упоређених скупова	Конзистентност језика	Текстуални задатак
1 референтни – Давид; 2 упоређена – Јоца и Петар		конзистентан за оба потпроблема	2К Давид има 20 кликера, Јоца има 5 кликера више од Давида, а Петар 15 кликера више од Давида. Колико имају укупно?
2 референтна – Јоца и Петар; 1 упоређени – Давид		неконзистентан за оба потпроблема	2Н Давид има 20 кликера, што је 15 кликера мање од Петра, и 5 кликера мање од Јоце. Колико кликера имају укупно?

<p>2 референтна – Давид и Јоца; 2 упоређена – Јоца и Петар</p>		<p>конзистентан за оба потпроблема</p>	<p>3К1 Давид има 20 кликера. Петар има 10 кликера више од Јоце, а Јоца има 5 више од Давида. Колико имају укупно? 3К2 Давид има 20 кликера. Јоца има 5 више од Давида, а Петар има 10 кликера више од Јоце. Колико имају укупно?</p>
<p>2 референтна – Петар и Јоца; 2 упоређена – Јоца и Давид</p>		<p>неконзистентан за оба потпроблема</p>	<p>3Н Давид има 20 кликера, што је 5 мање од Јоце, док Јоца има 10 кликера мање од Петра. Колико имају укупно?</p>
<p>2 референтна – Давид и Јоца; 1 упоређени – Петар</p>		<p>конзистентан за један потпроблем, неконзистентан за други потпроблем</p>	<p>4Н1 Давид има 20 кликера. Петар има 15 кликера више од Давида, а 10 више од Јоце. Колико имају заједно?</p>
<p>2 референтна – Јоца и Петар; 2 упоређена – Петар и Давид</p>		<p>неконзистентан за оба потпроблема</p>	<p>4Н2 Давид има 20 кликера, што је 15 мање од Петра који има 10 више од Јоце. Колико имају укупно?</p>

○ – референтни скуп; □ – упоређени скуп

Разумевање релационих термина и примену релационих термина у решавању задатака поређења испитивали смо постављањем следећих задатака истраживања:

1. Испитати разлике у успешности ученика, постојање повезаности и јачину везе између конзистентних и неконзистентних формулација задатака у оквиру сваке семантичке групе.
2. Испитати разлике у успешности ученика, постојање повезаности и јачину везе на задацима различите семантичке структуре у оквиру исте језичке конзистентности.

У истраживању су учествовала 44 ученика из два одељења другог разреду једне београдске основне школе која сарађује са институцијом аутора истраживања. Имали су неограничено време за решавање задатака, а завршили су их за 45 минута. Задаци који су дати ученицима варирану су редоследом како би се избегао ефекат замора.

У анализи резултата користили смо егзактну значајност Мекнемаровог теста рачунату помоћу биномне расподеле да бисмо испитали разлике у успешности између група задатака. За испитивање повезаности парова задатака користили смо хи-квадрат тест независности и фи (phi) коефицијент за јачину везе. Ниво зна-

чајности који смо користили за све тестове је 0.05. Осим тога, квалитативно и квантитативно (фреквенцијом појављивања) испитали смо карактеристичне грешке које су ученици правили. За статистичку анализу података користили смо програм SPSS.

Резултати

Успешност ученика на задацима представљена је Табелом 4.

Резултати Мекнемаровог теста, који показују статистичку значајност разлике између конзистентне и неконзистентне формулације задатка у оквиру сваке од семантичких група, представљени су Табелом 5.

Резултати приказани у Табели 5 и успешност ученика на задацима (Табела 4) указују на статистички значајну разлику на свим паровима

Табела 4. Успешности ученика на задацима ($n = 44$).

Задатак	1К	1Н	2К	2Н	3К1	3К2	3Н	4Н1	4Н2
тачно	36	16	28	12	29	32	14	16	17
	81,8%	36,4%	63,6%	27,3%	65,9%	72,7%	31,8%	36,4%	38,6%
нетачно	8	28	16	32	15	12	30	28	27
	18,2%	63,6%	36,4%	72,7%	34,1%	27,3%	68,2%	63,6%	61,4%

Табела 5. Резултати χ^2 теста Мекнемаровог теста (p вредности), број и проценти ученика који су урадили оба задатка тачно ($n = 44$), при поређењу задатка конзистентне и неконзистентне језичке формулације у оквиру истих семантичких група.

Задаци	1К и 1Н	2К и 2Н	3К1 и 3Н	3К2 и 3Н
p	0.000	0.001	0.000	0.000
n (%)	14 (31,8%)	9 (20,5%)	13 (29,5%)	13 (29,5%)

Табела 6. Резултати χ^2 теста за испитивање повезаности и јачине везе између задатка конзистентне и неконзистентне језичке формулације у оквиру исте семантичке групе.

	1К и 1Н	2К и 2Н	3К1 и 3Н	3К2 и 3Н
$\chi^2(1, 44)$	0.546	0.921	6.636	4.195
p	0.46	0.337	0.015	0.041
ϕ			0.388	0.309

задатака – ученици су значајно боље урадили задатке са конзистентном формулацијом него задатке са неконзистентном формулацијом.

Резултати χ^2 теста који указују на повезаност међу овим паровима задатака представљени су Табелом 6.

Резултати приказани Табелом 6 показују да не постоји повезаност у успешности ученика на задацима са конзистентном и неконзистентном формулацијом у групи задатака са једним поређењем (1. група) и са два поређења на другој групи задатака, док постоји повезаност у задацима са конзистентном и неконзистентном формулацијом у задацима на трећој групи задатака.

Резултати Мекнемаровог теста који показују статистичку значајност разлике међу задацима конзистентне језичке формулације представљени су у Табели 7, док су резултати који исказују статистичку значајност разлике на задацима неконзистентне формулације приказани у Табели 8.

Табела 7. Резултати еџактнoј Мекнемаровој шестиа (р вредности), број и проценаи ученика који су урадили оба задатка шачно (n = 44), ири поређењу задатка конзистентне језичке формулације.

		2K	3K1	3K2
1K	p	0.021*	0.039*	0.388
	N (%)	27 (61,4%)	28 (63,6%)	28 (63,6%)
2K	p		1.000	0.344
	N (%)		24 (54,5%)	25 (56,8%)
3K1	p			0.453
	N (%)			27 (61,4%)

Табела 8. Резултати еџактнoј Мекнемаровој шестиа (р вредности), број и проценаи ученика који су урадили оба задатка шачно (n = 44), ири поређењу задатка неконзистентне језичке формулације.

		2H	3H	4H1	4H2
1H	p	0.289	0.727	1.000	1.000
	N (%)	10 (22,7)	11 (25,0%)	11 (25,0%)	10 (22,7)
2H	p		0.687	0.344	0.180
	N (%)		10 (22,7)	9 (20,5%)	10 (22,7)
3H	p			0.687	0.453
	N (%)			12 (27,2%)	12 (27,2%)
4H1	p				1.000
	N (%)				11 (25,0%)

Резултати приказани у Табели 7 указују на постајање статистички значајних разлика само између задатака са једним поређењем 1K са конзистентном језичком формулацијом (у којем је успешност 81,8%) и задатака са два поређења 2K (у којем је успешност 63,6%), као и између задатка 1K и задатка са два поређења 3K1 (у којем је успешност 65,9%).

Резултати Мекнемаровог теста за неконзистентне задатке, приказани Табелом 8, указују да нема значајних разлика у успешности ученика у решавању задатка. Постојање и јачина везе (фи коефицијент) у оквиру групе задатака са истом језичком конзистенцијом приказани су Табелом 9 и Табелом 10. Све р вредности при хи-квадрат тесту за које је приказан фи коефицијент биле су мање од 0.05.

Табела 9. Вредности фи коефицијенџа ири исџиџивању иовезаности и јачине везе међу задацима конзистентне формулације.

	2K	3K1	3K2
1K	0.501	0.531	-
2K		0.553	0.492
3K1			0.636

Табела 10. Вредности фи коефицијенџа ири исџиџивању иовезаности и јачине везе међу задацима неконзистентне формулације.

	2H	3H	4H1	4H2
1H	0.598	0.599	0.509	0.307
2H		0.677	0.492	0.562
3H			0.701	0.468
4H1				0.478

Табела 11. Врста и фреквенција грешака ученика на конзистентно формулисаним задацима.

Врста грешке	1К	2К	3К1	3К2
Кључна реч	5 (11,4%)	7 (15,9%)	8 (18,2%)	6 (13,6%)
Референтни скуп	0 (0%)	5 (11,4%)	5 (11,4%)	3 (6,8%)

Табела 12. Врста и фреквенција грешака ученика на неконзистентно формулисаним задацима.

	Кључна реч	Релациони термин	Референтни скуп	И термин и скуп
1Н	2 (4,5%)	22 (50,0%)		
2Н	9 (20,5%)	4 (9,1%)	5 (11,4%)	5 (11,4%)
3Н	11 (25,0%)	8 (18,2%)	2 (4,5%)	1 (2,3%)
4Н1	9 (20,5%)	4 (9,1%)	2 (4,5%)	4 (9,1%)
4Н2	7 (15,9%)	6 (13,6%)	1 (2,3%)	

Резултати приказани у Табели 9 и Табели 10 показују да постоји повезаност умерене до јаке јачине међу задацима из обе групе (у групи конзистентних и у групи неконзистентних задатка). Изузетак је повезаност између задатка са једним поређењем конзистентне формулације (1К) и задатка са два поређења конзистентне формулације (3К2), у којем не постоји статистичка значајност везе.

При интерпретацији резултата користимо анализу грешака и њихову учесталост, која је представљена Табелом 11 за конзистентно формулисане задатке, односно Табелом 12 за неконзистентно формулисане задатке.

Дискусија

У теоријском делу рада указали смо да су претходна истраживања проблема поређења била усмерена на разумевање релационе терминологије (Riley et al., 1983; Resnick, 1983; Cummins et al., 1988; Riley & Greeno, 1988; Okamoto 1996; Okamoto & Case, 1996; Stern, 1993; Schumacher & Fuchs, 2012) са акцентом на конзистентност језика у формулацијама задатака поређења (Lewis & Mayer, 1987; Lewis, 1989; Verschaffel et al., 1992; Hegarty et al., 1992; Stern, 1993; Verschaffel, 1994; Hegarty, et al., 1995; Pape, 2003; Van der Schoot et

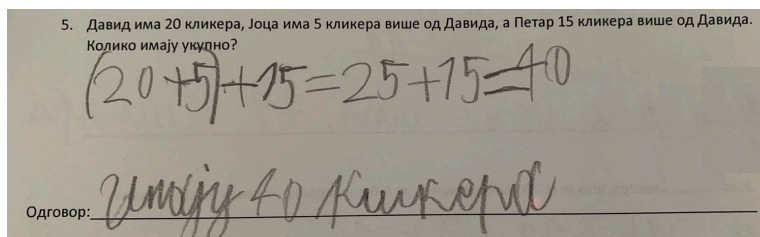
al., 2009). Стога се наш први истраживачки задатак односи на разлике у успешности ученика у решавању проблема са конзистентном, односно неконзистентном језичком формулацијом. Ученици другог разреда који су чинили наш узорак су статистички значајно боље урадили задатке са конзистентном језичком (КЈ) формулацијом него задатке са неконзистентном језичком (НЈ) формулацијом у свакој од семантичких група (табеле 4 и 5). У задацима са једним поређењем задатак са КЈ формулацијом (1К) је тачно урадило 81,8% ученика, док је задатак са НЈ формулацијом тачно урадило 36,4% ученика. У групама задатака са два поређења (2, 3. и 4. група) око две трећине ученика урадило је тачно задатке КЈ формулације (2К, 3К1, 3К2), док је око једне трећине ученика тачно урадила задатке исте семантичке структуре са НЈ формулацијом (2Н, 3Н, 4Н1 и 4Н2). Ови резултати упућују на закључак да ученици не поседују концептуално разумевање релације више од – мање од потребне за разумевање проблема поређења, на шта упућују и истраживања других аутора (Riley et al., 1983; Cummins et al., 1988; Verschaffel et al., 1992; Pape, 2003; Van der Schoot et al., 2009). Постојање умерене повезаности између КЈ и НЈ формулација добили смо тек на задацима сложеније структуре – задацима са два поређења (између 3К1 и 3Н, где је јачина везе .388, и између

3K2 и 3H, где је јачина везе 0.309, Табела 6), док на задацима са једним поређењем (1K и 1H) и са два поређења и (2K и 2H) не постоји повезаност у успешности ученика на KJ и HJ формулацијама. Ови резултати упућују да се тек на задацима сложеније структуре може испитивати да ли ученици испољавају дубље разумевање задатака поређења. Да млађи ученици могу концептуално да разумеју релације, показују резултати студије (Boonen & Jolles, 2015) у којој су ученици другог разреда подједнако успешно решавали конзистентне и неконзистентне проблеме поређења. Резултати наведене студије говоре у прилог томе да инструкције фокусиране на развијање значења релација и језика млађих ученика елиминишу ефекат конзистентности.

Други истраживачки задатак односио се на испитивање разлике у успешности ученика, постојање повезаности и јачину везе на задацима различите семантичке структуре задатака у оквиру исте језичке конзистентности. Преформулисање задатака (Vicente et al., 2007), у смислу преформулисања односа у задацима поређења које су креирале различите семантичке групе проблема, није значајно утицало на постигнућа ученика. Овај закључак је заснован на резултату који показује да не постоји статистички значајна разлика између успешности на KJ задацима са два поређења (Табела 7), а постоји јака повезаност међу њима (Табела 9). На задацима у оквиру KJ формулације постоји статистички значајна разлика између задатка са једним поређењем и задатака са два поређења, и то: 1K и 2K, и 1K и 3K1 (Табела 7). О разлозима овог изузетка биће речи касније у тексту. На задацима са HJ формулацијом не постоји статистички значајна разлика у успешности ученика на различитим семантичким групама задатака и постоји јака веза међу њима (Табела 8 и Табела 10). Дакле, можемо рећи да су сви задаци са два поређења KJ формулације (2K, 3K1, 3K2) уређени подједнако успешно, где је око две трећине ученика умело да реши ове задатке, и да су сви задаци са HJ фор-

мулацијом урађени подједнако успешно (са нижим процентом успешности) (1H, 2H, 3H, 4H1, 4H2), тј. да је отприлике једна трећина ученика ове задатке урадила успешно (Табела 4). Наведени резултати показују да је конзистентност језика доминантни проблем који ученици имају при решавању сложенијих задатака са два поређења, а не семантичка структура задатака.

Уколико погледамо постојање и јачину везе између задатака исте конзистентности у нашем истраживању (Табела 9 и Табела 10), уочићемо свуда постојање средње до јаке повезаности, осим између задатака 1K и 3K2, где је 3K2 задатак у ком редослед информација датих у задатку одговара корацима при његовом решавању. Разлог непостојања везе видимо у томе што се наведени задатак може решити применом површинских стратегија (приступом кључне речи). Будући да редослед датих информација одговара корацима при решавању задатака (Daroczy et al., 2015), могли су га успешно решити и ученици који не поседују разумевање релационе терминологије, што се види и у успешности, која је 72,7%. Наиме, задатке поређења са KJ формулацијом могуће је решити простим превођењем речи „више од” у операцију сабирања. То значи да су ученици издвојили термин „више” и сабрали два нумеричка податка без враћања у ситуациони контекст (Verschaffel et al., 2000; Lithner, 2008; Voesen et al., 2014). На задацима у којима се редослед података не може директно превести у математички израз применом приступа кључне речи, иако је коришћена KJ формулација, ученици су направили грешке које показују неразумевanje структуре задатка, а парадигматски пример је приказан на Слици 1.



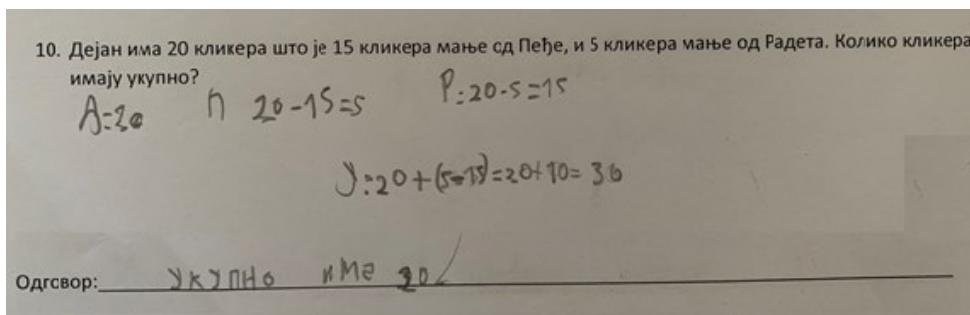
Слика 1. Коришћење *присвоја* кључне речи на конзистентном задатку (2К).

Непостојање грешке у релационом термину на конзистентним задацима не можемо тумачити као потпуно разумевање релације и задатака поређења, а основу за такво тврђење налазимо у анализи грешака које су ученици правили, а које се огледају у коришћењу приступа кључне речи (Stigler et al., 1990; Briars & Larkin, 1984; Littlefield & Rieser, 1993; Zeljić & Obradović, 2015). С друге стране, на задацима неконзистентне формулације грешка настала услед неразумевања релационог термина – ефекат конзистентности (Lewis & Mayer, 1987; Hegarty et al., 1992; Stern, 1993; Hegarty et al., 1995) јесте доминантна грешка коју су ученици правили (Табела 12). Пример који одсликава овај тип грешке приказан је на Слици 2.

Наведени примери говоре у прилог закључку да ученици нису развили концептуално разумевање релација које подразумевају сагледавање структуре задатка поређења (Koedinger & Nathan, 2004) и разумевање КЈ и НЈ формулација (Lewis & Mayer, 1987; Lewis, 1989; Hegarty et al., 1992; Verschaffel et al., 1992; Hegar-

ty et al., 1995; Stern, 1993; Verschaffel, 1994; Pape, 2003; Van der Schoot et al., 2009).

Питање да ли постоји разлика у постигнућу између задатка са једним поређењем и задатака са два поређења зависи од групе конзистентности задатака (Табела 7 и Табела 8). Статистички значајна разлика у постигнућима постоји само у КЈ формулацијама, и то између успешности на задатку са једним поређењем (1К – 81,8%) и на задатку са два поређења, у коме је описан однос првог ентитета (Давид) у односу на друга два (Јоца и Петар) (2К – 63,6%), као и на задатку са једним поређењем (1К) и са два поређења, у коме је описан однос између првог и другог ентитета (Давид и Јоца), као и другог и трећег (Јоца и Петар) (3К1 – 65,9 %). Анализом врсте и фреквенције грешака (Табела 11) можемо увидети да су на задатку са једним поређењем (1К) ученици правили грешку условљену коришћењем кључне речи (11,4%), док је на задацима са два поређења (2К и 3К1) осим ове грешке (у 15,9% на 2К, односно 18,2% случајева 3К1) била присутна и грешка у референтном скупу (у



Слика 2. Грешка у релационом термину на неконзистентним формулацијама задатка.

11,4% случаја на оба задатка), која је условila и већи број погрешних одговора на задацима са два поређења.

Са друге стране, када је реч о задацима са неконзистентном формулацијом, не постоји статистички значајна разлика у постигнућима на задатку са једним поређењем (1Н) и задацима са два поређења (2Н, 3Н, 4Н1 и 4Н2) (Табела 8). Овај резултат као и постојање средњих до јаких веза (Табела 10) упућују на став да ће побољшање успешности на једној групи задатака, па чак и на оној са једним поређењем, највероватније резултирати и побољшањем успешности на другим задацима исте језичке конзистентности. Сматрамо да овоме у прилог говори и резултат добијен у оквиру 4. групе задатака, где оба задатка имају бар једну неконзистентну формулацију. Постигнућа на тим задацима се не разликују (Табела 8), и повезана су јаком везом (Табела 10). То значи да су ученици са једнаком успешношћу радили задатке који имају само једну неконзистентну формулацију (нпр. као у задацима са једним поређењем) и више неконзистентних формулација (нпр. као у задатку 4Н2). Преформулисање задатака у смислу промене конзистентности језика представља концептуалну промену у формулацији текста (Cummins, 1991; Cummins et al., 1988; Vicente et al., 2007), која се показала се као доминантан фактор који утиче на успешност ученика на задацима поређења. Преформулација конзистентности задатака подразумева и промену улоге референтног и упоређеног скупа, па је у неконзистентним задацима референтни скуп увек непознат, што утиче на комплексност проблема и постигнућа ученика.

Закључак

Разумевање процеса решавања задатака је врло комплексно питање. Ако смо свесни различитих аспеката за разумевање и решавање текс-

туалних проблема, то нам може помоћи да разумемо тешкоће на које ученици наилазе када покушавају да их реше. Када знамо више о томе каква је природа грешака које ученици праве и како се разумевање повећава током процеса решавања, можемо припремити ефикасније образовне програме за подстицање способности решавања проблема.

Ефекат конзистентности, који се огледа у коришћењу погрешне операције услед неразумевача релационе терминологије, био је доминантан проблем ученицима при решавању задатака поређења. Број поређења у задатку и различита семантичка структура проблема нису се показали као значајни фактори који утичу на успешност ученика. Ипак, потешкоће које се јављају у решавању текстуалних задатака поређења не настају само због погрешно изабране операције, већ и због немогућности да се темељно разуме и представи текст проблема (Lewis & Mayer, 1987; Van der Schoot et al., 2009; De Koning et al., 2017). За решавање текстуалних задатака многи ученици користили су „скраћени” модел, при чему су текст проблема одмах преводили на математички модел – избор аритметичке операције заснован на брзој и површној анализи задатка (ослањајући се на кључне речи у тексту). Директно изазвана математичка операција доводи до вредности израза која се сматра одговором, обично без враћања назад у текст проблема и провере да ли је одговор одговарајући имајући у виду оригиналну проблемску ситуацију.

Како у литератури постоје примери где су ученици другог разреда радили подједнако успешно конзистентне и неконзистентне формулације проблема, сматрамо да узраст ученика није доминантан разлог мале успешности на неконзистентним задацима, а можемо рећи и на задацима поређења уопште. Наши резултати показују да је важно у настави третирати релације веће – мање као релације строгог поретка. Први корак ка концептуалном разумевању проблема

поређења је двосмерно читање ових релација. Наредни кораци треба да укључе употребу задатака различитих семантичких структура и сложености, који доприносе разумевању самих

релација, разумевању различитих начина на које се може исказати однос међу величинама и развијању стратегија решавања проблема.

Литература

- Boesen, J., Helenius, O., Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Palm, T. & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *Journal of Mathematical Behavior*. 33 (1), 72–87.
- Boonen, A. J. H. & Jolles, J. (2015). Second Grade Elementary School Students' Differing Performance on Combine, Change and Compare Word Problems. *International Journal School and Cognitive Psychology*. 2 (122), Article 2.
- Boonen, A. J. H., de Koning, B. B., Jolles, J. and Van der Schoot, M. (2016). Word problem solving in contemporary math education: A plea for reading comprehension skills training. *Frontiers in Psychology*. 7, Article 191.
- Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*. 1 (3), 245–296.
- Carpenter, T. P & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grade one through three. *Journal of Research in Mathematics Education*. 15 (3), 179–202.
- Carpenter, T. P., Hiebert, J. & Moser, J. M. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*. 14 (1), 55–72.
- Cummins, D. (1991). Children's interpretation of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction*. 8 (3), 261–289.
- Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*. 20 (4), 405–438.
- De Corte, E., Verschaffel, L. & Pauwels, A. (1990). Influence of the semantic structure of word problems on second graders' eye movements. *Journal of Educational Psychology*. 82 (2), 359–365.
- De Koning, B. B., Boonen, A. J. H. & Van der Schoot, M. (2017). The consistency effect in word problem solving is effectively reduced through verbal instruction. *Contemporary Educational Psychology*. 49, 121–129.
- Daroczy, G., Wolska, M., Meurers, W. D. & Nuerk, H. C. (2015). Word problems: A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, 6, Article 348.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Green, C. E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*. 84 (1), 76–84.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of Educational Psychology*. 87 (1), 18–32.
- Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *Journal of the Learning Sciences*. 13 (2), 129–164.
- Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*. 81 (4), 521–531.

- Lewis, A. and Mayer, R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*. 79 (4), 199–216.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*. 67 (3), 255–276.
- Littlefield, J. & Rieser, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. *Cognition and Instruction*. 11 (2), 133–188.
- Morales, R. V., Shute, V. J. & Pellegrino, J. M. (1985). Developmental differences in understanding and solving simple word problems. *Cognition and Instruction*. 2 (1), 41–57.
- Mwangi, W. & Sweller, J. (1998). Learning to solve compare word problems: The effect of example format and generating self-explanations. *Cognition and Instruction*. 16 (2), 173–199.
- Nesher, P., Greeno, J. G. & Riley, M. S. (1982). The Development of Semantic Categories for Addition and Subtraction. *Educational Studies in Mathematics*. 13 (4), 373–394.
- Obradović, D., Zeljić, M. (2015). Metode i strategije rešavanja tekstualnih zadataka u nastavi matematike. *Inovacije u nastavi*. 28 (1), 69–81.
- Okamoto, Y. (1996). Modelling children's understanding of quantitative relations in texts: A developmental perspectives. *Cognition and Instruction*. 14 (4), 409–440.
- Okamoto, Y., & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for research in Child Development*. 61 (1–2), 27–58.
- Pape, S. J. (2003). Compare word problems: Consistency hypothesis revisited. *Contemporary Educational Psychology*. 28 (3), 396–421.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In: Ginsburg, H. P. (Ed.). *The development of mathematical thinking* (109–151). New York: Academic.
- Riley, M. S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*. 5 (1), 49–101.
- Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. H. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In: Ginsburg, H. P. (Ed.). *The development of mathematical thinking* (109–151). New York: Academic Press.
- Schumacher, R. F. & Fuchs, L. S. (2012). Does understanding relational terminology mediate effects of intervention on compare word problem? *Journal of Experimental Child Psychology*. 111 (4), 607–628.
- Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children. *Journal of Educational Psychology*. 85 (1), 7–23.
- Stigler, J. W., Lee, S.-Y. & Stevenson, H. W. (1990). *Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American elementary school children*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Van der Schoot, M., Bakker Arkema, A. H., Horsley, T. M. & Van Lieshout, E. D. C. M. (2009). The consistency effect depends on markedness in less successful but not successful problem solvers: An eye movement study in primary school children. *Contemporary Educational Psychology*. 34 (1), 58–66.
- Verschaffel, L. (1994). Using retelling data to study elementary school children's representations and solutions of compare problems. *Journal of Research in Mathematics Education*. 25 (2), 141–165.

- Verschaffel, L., De Corte, E. & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*. 84 (1), 85–94.
- Vicente, S., Orrantia, J. & Verschaffel, L. (2007) Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *British Journal of Educational Psychology*. 77 (4), 829–848.
- Willis, G. B. & Fuson, K. C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 80 (2), 192–201.

Summary

The paper examines students' understanding of relational terminology and their achievement in solving comparison tasks identified in the existing literature as the most difficult among the tasks with a single calculation operation. We expand previous research by examining achievement on more complex tasks in which comparison problems are subproblems within the combining problem; by examining students' achievement on tasks with two comparisons, and examining the effect of consistency on the tasks of different semantic structure. The research results indicate that the consistency effect, which is reflected in the use of the wrong operation due to the misunderstanding of the relational terminology, was the dominant problem for students when solving comparison tasks. The number of comparisons in the task, as well as the semantic structure of the problem, did not prove to be significant factors affecting students' success. In addition, the existence of a moderate connection between consistent and inconsistent formulations exists only on tasks with a more complex structure. The results indicate that it is possible only on the tasks with a more complex structure to determine whether students demonstrate a deeper understanding of the comparison tasks. Conceptual understanding of comparison problems is built through understanding more/less relations and the use of the tasks of different semantic structures and complexity.

Keywords: *textual tasks, comparison tasks, comparison relations, language consistency*