

СНЕЖАНА ГОРДИЋ¹

БОЈАН ЛАЗИЋ²

МАРИНА МИЛОШЕВИЋ³

Универзитет у Новом Саду
Педагошки факултет у Сомбору

СТРУЧНИ ЧЛАНАК

UDK: 511.11:37.091.3(091)

BIBLID: 0353-7129, 27(2022)1, p.85-98

ИСТОРИЈСКА ГЕНЕЗА ПОЈМА БРОЈА И БРОЈЕВНИХ СИСТЕМА - МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ (I)⁴

Резиме: Појам природног броја, као основа читавог даљег развоја математике, јавља као резултат постепеног апстраховања. Сам појам броја није прецизно дефинисан и посматрано кроз историју се мењао, као и начин бележења. Циљ рада је да се представи порекло природних бројева и њихов развој до данашњег облика. Разматрани су и приказани суштински најзначајнији бројевни системи који су еволуирали паралелно са развојем човекове свести, а који су вођени потребом да човек забележи важне догађаје и чињенице. Истакнут је значај позиционих бројевних система, какав је индијско-арапски бројевни систем којим се данас служимо. Бројна истраживања показују да употреба историје математике у настави математике може да повећа мотивацију ученика и интересовање ученика за предмет. У раду су на темељу кратак прегледа постојећих истраживања о употреби историје математике у настави математике, приказани примери задатака за разредну наставу, који укључују елементе историје природних бројева и бројевних система.

Кључне речи: историја математике, бројевни системи, природан број, разредна настава математике

Увод

Почетак математике првенствено се везује за бројеве и операције са њима. Појам броја, као један од најелементарнијих апстрактних математичких појмова, пропедевтички се формира у најранијим епохама цивилизације, првобитно уско

1 snezana.gordic@pef.uns.ac.rs

2 bojan.lazic@pef.uns.ac.rs

3 marina.milosevic@pef.uns.ac.rs

4 Рад је финансиран од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, Педагошки факултет у Сомбору

повезан са практичним потребама, и развијао се упоредо с општим напретком људске свести (Лазих и Липковски, 2013). Код примитивних народа појам броја се заснива на схватању неколико почетних природних бројева, да би се код старих Грка схватио дубоко смисао природних бројева и позитивних разломака. Затим је требало проћи скоро 2000 година да би негативни бројеви „добили“ своје место у математици, док је придев *реални* увео Рене Декарт [René Descartes, 1596 – 1650] у XVII веку. Тај историјски процес усавршавања и подубљивања појма броја, снажно је утицао на наставне садржаје и методичко обликовање самог процеса математичког образовања на свим нивоима.

Улогу математике као науке потпуније увиђамо тек након историјског сагледавања њеног места и улоге у процесу развоја друштва. Математика, стога можемо рећи, почиње од појма природног броја насталог апстракцијом процеса бројања (1, 2, 3, ...). Мишљења смо да је већ овде, на првом кораку учења у почетном математичком образовању, потребно додатно расветлити и поклонити дужну пажњу историјско-генетском приступу појму броја (Липковски, 2010).

О значају бројева најбоље говоре познати математичари. Руски математичар Дородницин (Анатолий Алексеевич Дородницын, 1910–1994) каже:

Бројеви управљају светом говорили су Питагорејци. То је, разуме се, мистика. Али бројеви пружају човеку могућност да управља светом и у то нас убеђује цели ток и развитак науке и технике нашег доба.

Француски математичар Борел (Felix Edouard Justin Emile Borel, 1871–1956) сматра да: „Знање људи заслужује да се зове науком у зависности од тога какву улогу у њему игра број“, док немачки математичар Кронекер (Leopold Kronecker, 1823–1891) о значају бројева говори: „Господ Бог је начинио целе бројеве. Све остало је дело човечијих руку“. Индијски писац Деви (Shakuntala Devi, 1929 – 2013), која се бавила и менталним рачунањем, наводи: „Без математике не можете ништа. Све око нас је математика. Све око нас су бројеви.“ Даље, она каже: „Бројеви имају живот; они нису само симболи на папиру“.

Човек је једино живо биће које се рађа са осећајем за бројност. Дејих истиче:

Појам броја један је од основних појмова којим се човек служио током читаве историје свога постојања. Свакодневне потребе живота нагониле су га да још у прастара времена запажа квантитативне односе међу предметима из своје околине. Научио је да прebroјава и упоређује (Дејих, 2013, стр. 67).

Девлин [Devlin] наводи „...ми препознајемо разлику између једног предмета, групе од два предмета или групе од три предмета. ...Само су људи способни да наставе бројање у бесконачност и изброје произвољно велике групе предмета“ (Devlin, 2001, стр. 22). Развој броја и бројевних система је условљен људском потребом да рачуна помоћу прстију за шта је и доказ постојање декадног

система. Још је и Аристотел изрекао да је „децимални бројевни систем резултат анатомске случајности да је већина нас рођена са по десет прстију на рукама и ногама” јер су управо прсти прва машина за бројање и рачунање којом се човек служио. Бројевни систем састоји се од скупа цифара и правила за писање цифара. Бројевни системи деле се на непозиционе и позиционе. Непозициони бројевни системи (називају се још и адитивни бројевни систем) су они код којих значење поједине цифре не зависи од њеног положаја у записаном броју. Најпознатији непозициони бројевни систем, који се и данас користи, је римски бројевни систем. Поред Римљана непозициони бројевни систем користили су и Египћани. За записивање већих бројева у непозиционим бројевним системима треба уводити нове цифре. Такође, недостатак непозиционих бројевних система је и компликовано извођење аритметичких операција (нарочито множења и дељења). Зато се створила потреба да се пређе на позиционе бројевне системе. У позиционим бројевним системима (називају се још и тежински бројевни систем) употребљава се ограничен број цифара и њихова вредност зависи од позиције у записаном броју. Што је већа позиција цифре (гледајући с лева на десно), то је већи и удео у вредности броја. Позициони бројевни систем има своју базу (основу) и цифре. База је број различитих цифара у одређеном бројевном систему. Цифре бројевног система са основом b узимају вредност из скупа $\{0, 1, \dots, b-1\}$. Основа позиционог бројевног система може бити било који број. У свакодневном животу, позициони бројевни систем који се највише користи је декадни систем. Поред декадног система, најпознатији позициони системи су бинарни, октални и хексадекадни и они се примењују у информатици.

Полазећи од сажетог приказа историје бројевних система циљ рада је да се представи порекло природних бројева и њихов развој до данашњег облика, те да се укаже на значај и могућности примене ових садржаја у почетном математичком образовању.

РАЗВОЈ БРОЈЕВНИХ СИСТЕМА КРОЗ ИСТОРИЈУ

Са историјом бројевних система упознаћемо се кроз њихову сажету генезу под утицајем древних цивилизација: Египта, Месопотамије, Кине, старе Грчке, Рима, Индије и арапских земаља, индијанских племена Маја, Инка, Астека и неких аустралијских племена, са посебним освртом на бројевни систем старих Словена.

Кац [Katz] наводи да су стари Египћани имали развијена два писма: хијероглифско писмо за монументалне натписе и хијератско писмо које су користили за писање мастилом по папирусу, па су зато развили и два различита бројевна система (Katz, 2009). У хијероглифском писму Египћани су имали непозициони систем нумерације са основом 10. Користили су следеће симболе за запис бројева: штапић за 1, потковица или симбол ватре за 10, свитак за 100, лотосов цвет за 1000, прст или криви штап за 10000, крокодил за 100000, човек са

подигнутим рукама, тј. божанство за 1000000, знак за цели свемир за 10000000. На Слици I (лево) приказани су основни нумерички хијероглифи које су Египћани користили. Произвољан природан број су онда представљали навођењем одговарајућег броја симбола. На пример, како би написали број 376 било је потребно 16 симбола: 3 симбола за сто, 7 симбола за 10 и 6 симбола за један. Клајн [Kline] наводи да је смер писања код Египћана био са десна на лево (Kline, 1972). Познат је траг о запису из 3300. године п. н. е. на којем је записан број 1422000 у египатском хијероглифском декадном систему.

x	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1							∪		∩	∩
10	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩	∩	∩	∩	∩
100	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩	∩	∩	∩	∩
1000	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩	∩	∩	∩	∩
	10000	100000	1000000			10000	100000			
	∩	∩	∩			∩	∩			

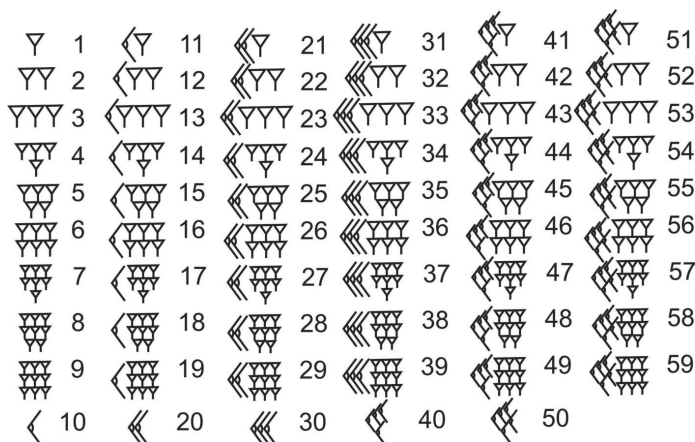
Слика I Египатски хијероглифски (лево) и хијератски (десно) бројевни систем (Извор: <https://www.starmagichealing.com/what-are-egyptian-hieroglyphics/>)

Египатски хијератски бројевни систем приказан је на Слици I (десно). У хијератском бројевном систему постоје посебни симболи за јединице, десетице, стотине и хиљаде, док за десет хиљада и сто хиљада постоји по један симбол. На пример, број 37 се пише тако што се симбол за 7 напише поред симбола за 30.

Вавилонски систем нумерације, који се користио у Месопотамији, представља адитивно-тежински систем, јер је писање бројева до 59 адитивно, а изнад позиционо. У овом систему постоје два основна симбола: један симбол је представљао јединицу, а други симбол је представљао 10. Веће вредности су приказиване комбинацијом та два симбола. На Слици II приказан је вавилонски бројевни систем. Записивање бројева већих од 59 захтева коришћење позиционог бројевног система, па се цифра са већом „тежином“ пише лево од цифре са мањом „тежином“, као што данас пишемо у декадном бројевном систему. Вавилонци нису познавали цифру нула, па су место где би требала бити нула означавали великом празнином.

Један од главних хендикепа вавилонске нумеричке математике било је дуго-трајно одсуство нуле, ..., све до III века п. н. е. Тако је, на пример, ознака за 1 била двосмислена. Да ли је она означавала 1 или 10, што у систему са основом 60 значи 60, или чак 100, што у систему са основом 60 значи $60^2=3600$, било је нејасно и могло се одгонетнути само из контекста, ако га је било (Божић, 2002, стр. 17).

Подела сата као временске јединице на 60 минута или 3600 секунди и круга на 360° је наслеђе Вавилонца које и данас користимо.



Слика II Вавилонски бројевни систем

(Извор: <https://breedlove22.medium.com/the-number-zero-and-bitcoin-4c193336db5b>)

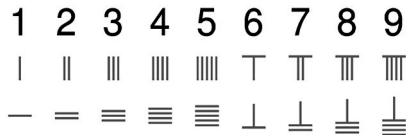
Кац наводи да су Кинези користили одувек бројевни систем са основом 10, али да су се начини представљања бројева мењали током година (Katz, 2009). Династија Сунг је користила мултипликативни систем писања бројева заснован на степенима од 10, тј. имали су симболе за бројеве од 1 до 10 и за степене броја 10. На Слици III приказан је њихов начин записивања бројева. На пример, са слике уочавамо да су број 200 представљали симболом за 2 и симболом за 100, број 2000 су представљали симболом за 2 и симболом за 1000 и тако даље.

一	二	三	四	五
1	2	3	4	5
六	七	八	九	十
6	7	8	9	10
二十	三十	四十	五十	六十
100	200	300	400	500
一千	二千	三千	四千	五千
1000	2000	3000	4000	5000

Слика III Кинески бројевни систем у време династије Сунг

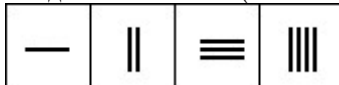
(Извор: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>)

Постоје записи који датирају из IV века п. н. е. о систему представљања бројева помоћу штапова за бројање. Штапови су били од бамбуса и дужина им је била око 10 cm. На Слици IV су приказане цифре у овом позиционом декадном систему. Свака цифра има два симбола: хоризонтални и вертикални.



Слика IV Кинески бројевни систем помоћу штапова
(Извор: <https://alxmjo.com/ancient-chinese-math>)

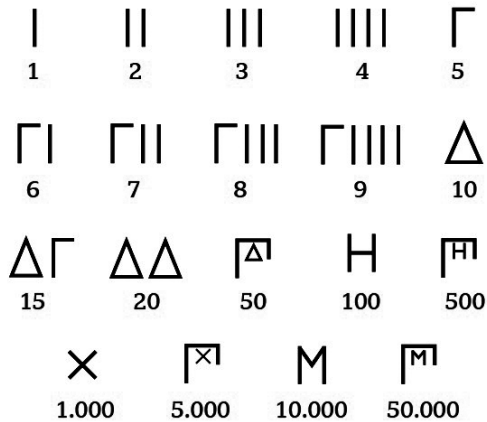
Да би се приказао број већи од 10 штапићи су стављани у колоне јединица, десетица, стотина, и тако даље и то с десна на лево. Вертикални симболи су се користили за колону јединица, стотина, десет хиљада и тако даље; док су се хоризонтални симболи стављали у остале колоне. На пример, на Слици V је приказан број 1234 и уочавамо да су 4 јединице и 2 стотине записане вертикалним симболима, а 3 десетице и 1 хиљада су записане хоризонталним симболима. Међутим, три усправне црте III могле су да означавају број 3, 300, 30000 и тако даље. Да би отклонили тај недостатак Кинези су увели и празно место за нулу. Марцлоф [Martzloff] наводи да су кинески математичари почели да користе нулу (у облику малог круга) у периоду од XII до XIII века и од тада су могли да означавају бројеве без и најмање двосмислености (Martzloff, 2007).



Слика V Кинески бројевни систем помоћу штапова
(Извор: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>)

Код старих Грка постоје трагови квинарног рачуна (бројање по пет). Хит [Heath] наводи „бројање на петице је вероватно било нешто више од помоћног бројања на десетице; пет је било природно место за заустављање између јединице и десетке“ (Heath, 2013, p. 26). Ипак, стари Грци су користили бројевне системе са основом 10. Најстарији бројевни систем код Грка био је херодијански или атички. Био је у употреби од VII века п. н. е. па до IV века п. н. е. Користили су симбол и почетна слова почетних назива за бројеве. Симбол I је означавао јединицу и могао се понавити четири пута; Г је пет, Δ је десет, H је сто, X је 1000 и M је 10000. Бројеви 50, 500, 5000, 50000 су представљани комбиновањем ознаке за пет и ознака за 10, 100, 1000 и 10000, респективно. Дакле, атички бројевни систем је имао шест простих и четири сложена симбола. Сви остали бројеви представљани помоћу ових симбола при чему су се прости симболи могли поновити највише четири пута и већи бројеви се стављају испред мањих.

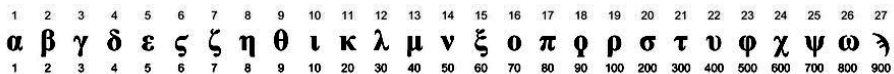
Атички бројевни систем систем је приказан на Слици VI. У Грчкој се и данас атички бројевни систем користи за писање редних бројева, као што се и у свету у ту сврху користи римски бројевни систем, који је настао корекцијом атичког.



Слика VI Атички бројевни систем

(Извор: <https://digismak.com/what-numbers-did-the-ancient-greeks-use-when-making-their-amazing-discoveries/>)

Други бројевни систем код Грка био је алфабетски бројевни систем (користе се још и називи милетски, јонски или александријски бројевни систем). Алфабетски бројевни систем је настао најкасније у V веку п. н. е., али је интензивно почео да се користи у III веку п. н. е. Свакој јединици, десетици и стотини додељено је по једно слово грчког алфабета. То је захтевало 27 слова, па је грчки алфабет (који има 24 слова) проширен са три застарела слова. На Слици VII је приказан алфабетски бројевни систем који су користили Грци. За бројеве од 1000 до 9000 ставља се слово јота (ι) у индексу испред симбола за бројеве од 1 до 9. За писање великих бројева коришћен је симбол M за 10000 из атичког бројевног система. На пример, ако би изнад M писало γ то би био број $3 \cdot 10000 = 30000$; ако би изнад M писало $\gamma\lambda$ то би био број $33 \cdot 10000 = 330000$ ако би изнад M писало τ то би био број $300 \cdot 10000 = 3000000$.



Слика VII Алфабетски бројевни систем

(Извор: <https://menorah-bible.jimdofree.com/english/structure-of-the-bible/alphabets-and-numerical-values/>)

Римљани нису имали развијену математику и бројеве су користили за писање година, новочаних износа и слично. За разлику од грчке цивилизације, римска цивилизација није дала ниједног великог математичара. Ипак, захваљујући утицају латинског језика римски бројеви су остали и данас у употреби за означавање редних бројева, година и бројева на часовницима. Римљани су имали непозициони бројевни систем. Такав бројевни систем је био компликован за одузимање са прелазом, а за множење и дељење готово неупотребљив. Римљани су користили седам симбола у свом бројевном систему: I је 1, V је 5, X је 10, L је 50, C је 100, D је 500 и M је 1000. Велики бројеви су се писали тако што се изнад постојећих симбола писала хоризонтална црта и она је увећавала вредност броја 1000 пута. Дакле, је 5000, је 10000, је 50000, је 100000, је 500000 и је 1000000. Код писања римских бројева важи правило да се ниједан знак не сме појавити четири или више пута узастопно, док се сабирање и одузимање врши по редоследу писања цифара који утиче на коначну вредност броја. Међутим, изузетак се јавља када се цифра мање вредности налази на већој бројевној позицији од цифре веће вредности, па се мања цифра одузима од веће. На пример, IX је број $10-1=9$ или XI је број $10+1=11$. Римски бројевни систем се користи све до појаве арапског система. Римљани су преузели бројевни систем и латинично писмо од Етрураца. Оно што су изменили Римљани, био је смер записивања бројева који је као онај који ми данас користимо: с лева на десно. Такође, су и променили распоред бројева. Римски бројевни систем користио се и након пада римског царства све док у XIV веку није замењен индијско-арапским бројевним системом. Кац наводи

Наш модерни декадни систем се обично назива индијско-арапски бројевни систем због његовог наводног настанка у Индија и преношења на Запад преко Арапа. Међутим, стварно порекло важних компоненти овог система, цифара од 1 до 9, појам месне вредности и употреба нуле, су у извесној мери изгубљени у историјским записима (Katz, 2009, p. 233).

У Индији су постојала три главна бројевна система: Брахми, Гупта и Нагари. Индијски Брахми бројевни систем није позицијски и није имао нулу. У овом бројевном систему су постојали посебни знаци за сваки од бројева 1, 2, 3, ..., 9, 10, 20, 30, ..., 100, 200, 300, ..., 1000, 2000, ... На Слици VIII приказан је Брахми бројевни систем. Стројк наводи да неки од ових симбола потичу из епохе краља Ашока око 300. година п. н. е. (Стројк, 1987).

—	=	≡	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘
1	2	3	4	5	6	7	8	9
𑀠	𑀡	𑀢	𑀣	𑀤	𑀥	𑀦	𑀧	𑀨
10	20	30	40	50	60	70	80	90
𑀩	𑀪	𑀫	𑀬	𑀭	𑀮	𑀯	𑀰	𑀱
100	200	500	1000	4000	70000			

Слика VIII Брахми бројевни систем

(Извор: <https://www.pinterest.com/pin/376121006365006000/>)

Из бројевног система Брахми развио се бројевни систем Гупта, који се користио од почетка IV века па до краја VI века. На Слици IX приказан је бројевни систем Гупта.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	५	६	७	८	९	०

Слика IX Гупта бројевни систем

(Извор: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>)

Из Гупта бројевног система развио се Нагари бројевни систем почетком VII века. Назив овог бројевног система значи *писање богова*, а арапски математичар Абу Раихан ал-Бируни (973 – после 1050) је записао о овом систему следеће: “Оно што користимо за писање бројева је избор најлепших и најраширенијих симбола у Индији”. Нагари бројевни систем је децимални позицијски бројевни систем са нулом. У овом бројевном систему нема ограничења у величини бројева који се могу записати и аритметичке операције се лагано изводе (Слика X).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
१	२	३	४	५	६	७	८	९	०

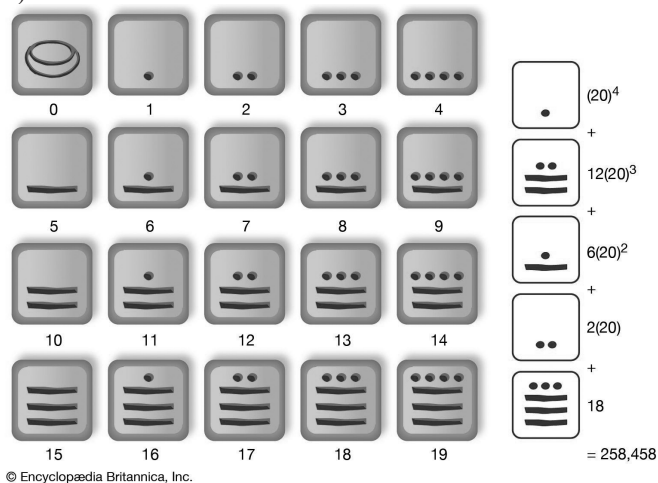
Слика X Нагари бројевни систем

(Извор: <http://ps.net/courses/54919/assignments/173099>)

Арапи су имали три бројевна система до X века. Међу трговцима је било популарно рачунање на прсте, па је сваки прст имао име по неком броју и бројеве су записивали речима. Арапи су имали и бројевни систем са основом 60 у коме су бројеви били представљени арапским алфабетом. Арапи си користили и индијски позициони бројевни систем са основом 10 и са нулом. Претпоставља се, да су Арапи сазнали за индијске бројеве тек после једног посланства у Багдаду око 772. године и које је донело са собом неке астрономске књиге на језику и писму санскрипту. Преводом тих књига Арапи су упознали индијске бројке и децимални систем са нулом. Арапски математичри су споро прихватили индијски бројевни систем, па је у X веку Абу л-Вафа (940 – 998) написао књигу из аритметике у којој је бројеве писао речима. Прва арапска књига о индијским бројевима (*Chisab hindu*) је настала половином IX века. Њен творац је Мухамед ибн Муса ал-Хорезми (око 780 – 850). Управо су Европљани научили индијско-арапске бројке на основу те књиге. Арапски оригинал те књиге је изгубљен, али су делови латинског превода из XII века сачувани. Назив превода је *Algorithmi de numero Indorum* (О индијском броју – дело Алгорита) и од речи *algorithmi* је настала реч алгоритам, којој је првобитно значење било рачунање са десетичним цифрама,

а касније означава било какав механички поступак за рачунање. Италијански математичар Фибоначи (Leonardo Fibonacci, 1175 – 1250) је најзначајнији за увођење индијско-арапског система у Европу. Он је заправо 1202. године у књизи *Liber abbaci* (Књига о абаку) детаљно приказао нови бројевни систем и објаснио како се врши израчунавање у децималном систему.

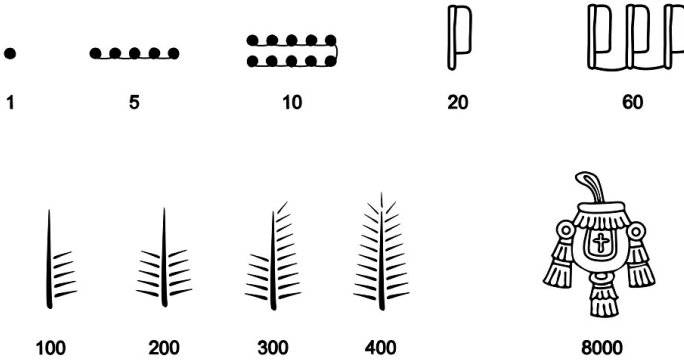
Индијански народ Маје, који потиче из централне Америке и Јужног Мексика, имао је развијен бројевни систем са основом 20 почетком нове ере. Салиерс [Salyers] наводи да је бројевни систем Маја био најбољи који је развијен у Америци и да је био заснован на календару (Salyers, 1954). Сматра се да су Маје користиле основу 20 јер је толико прстију на рукама и ногама. Иако је основа била 20, како на руци или нози има пет прстију, број пет је имао значајну улогу у запису бројева. Маје су имале симбол за нулу који је личио на шкољку или на прецртано око. Бројеве од један до четири су записивали одговарајућим бројем тачкица, а за број пет су користили хоризонталну линију. Комбиновањем хоризонталне линије и тачке Маје су записивали бројеве до 19. Број 20 су писали као сунчев зрак. За бројеве изнад 20 су користили позициони бројевни систем са основом 20. На Слици XI је приказан бројевни систем Маја. Са слике уочавамо да је начин писања бројева већих од 20 био једноставан. На пример, број 29 који би ми данас приказали као $2 \cdot 10 + 9$ Маје су записивале као $1 \cdot 20 + 9$, јер им је база била 20, па су у првом реду стављали број 1, јер је једна двадесетица и испод њега број 9. Дакле, сваки број до 399 је заправо пар две цифре (пише се на два нивоа), горња цифра се множи са 20, а доња се множи са јединицом. Овакав начин записивања бројева био је неподесан за рачунање, а посебно за множење и дељење. Највећи број пронађен у записима Маја је 12489781 (Петковић и Петковић, 2006).



Слика XI: Бројевни систем Маја

(Извор: <https://www.britannica.com/science/positional-numeral-system>)

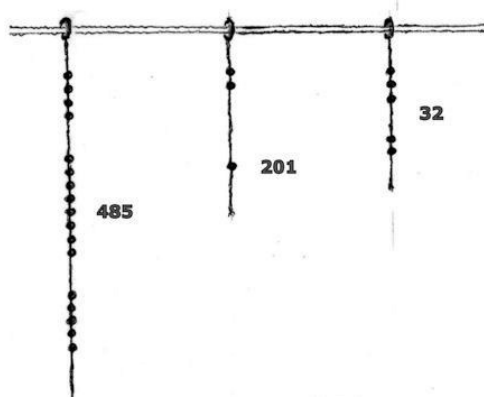
Астеци, који су живели у средњој Америци у XV и XVI веку, имали су бројевни систем са основом 20, и 4 симбола за нумерацију бројева: број 1 је зрно кукуруза, 20 застава, 400 стабљика кукуруза, а 8000 лутка од кукуруза. На Слици XII приказан је бројевни систем Астека.



Слика XII Бројевни систем Астека

(Извор: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>)

Инке нису имале развијено писмо, али су представљали бројеве помоћу чворова на конопцима (quipu). Они су користили позициони декадни систем. Инке су на конопцу везивале одређен број чворова, где је цифра са највећом тежином била представљена као прва група чворова. Недостатак чворова на конопцу представља нулу. На Слици XIII приказани бројеви 485, 201 и 32 у бројевном систему Инка.



Слика XIII Бројевни систем Инка

(Извор: <https://internetlooks.com/onnumbers.html>)

Јурјевић наводи да је аустралијско племе са језиком Гумулгал имало бројевни систем са основом 2. Наиме, у нумерацији бројева користили су само

две речи: урапон (1) и укасар (2). Ово племе није користило бројеве веће од 6. Број три је укасар-урапон, број 4 укасар-укасар, број 5 укасар-укасар-урапони број 6 укасар-укасар-укасар (Jurjević, 2020). Више детаља о бројевним системима осталих аустралијских племена може се пронаћи у раду Хариса [Harris] (Harris, 1987).

Јевреји су такође, као и Грци користили слова као бројке. Помоћу првих девет слова алфавета су означавали јединице, следећих девет десетице, а последња четири слова су служила за означавање прве четири стотине. Веће стотине су бележили сабирањем прва четири знака за стотине, а касније су увели посебне знаке. На Слици XIV је приказан бројевни систем Јевреја. За означавање хиљада су испод стотина стављали две тачке што је значило да се одређени број множи са 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ	ק	ר	ש	ת
א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ	ק	ר	ש	ת
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400

Слика XIV Бројевни систем Јевреја

(Извор: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>)

„Основно је претпоставити да су прва математичка знања Срби стицали као и сви остали народи кроз разноврсне трансакције у свакодневном животу” (Божих, 2002, стр. 277). Пирило и Методије су упознали старословенски народ и са писањем цифара. Као и Грци и Јевреји и стари Словени су имали систем нумерације помоћу азбуке. Овакав начин нумерације се задржао све до XIX века када су почеле да се користе арапске цифре. Прво су писана слова стотина, затим десетица и на крају јединица. Слова су надвлачена знаком „~“ (титло) и тако се знало да се ради о цифри. Са Сликe XV видимо да је јединицама додељено девет слова, десетицама девет слова и стотинама девет слова.

А	В	Г	Д	Є	Ѕ	З	Н	Ѡ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І	К	Л	М	Н	Ѡ	ѡ	П	У
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѳ	С	Т	У	Ѱ	Х	Ѳ	Ѡ	Ц
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Слика XV Словна нумерација код старих Словена

(Извор: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Slavonic_numerals-en.svg)

Дејић наводи да су стари Словени бројеве од 11 до 19 читали и писали сдесна на лево (прво јединице, па десетице), а бројеве од 21 су записивали са лева на десно (прво десетице, па јединице) (Дејић, 1990). Хиљаде су означавали одговарајућим знаком испред слова. Десетине хиљада су биле заокружене јединице без титла. Стотине хиљада су означавали као јединице без титла заокружене тачкицама. Милиони су означавани као јединице без титла заокружене зрацима. На Слици XVI је приказан старословенски запис хиљаде и бројева већих од хиљаде.



Слика XVI Старословенски запис хиљаде и већих бројева
(Извор: https://en.wikipedia.org/wiki/Cyrillic_numerals)

Осим у српском језику, постоји и начин нумерације на хрватском говорном подручју, који је по природи ствари веома сличан. Године 1136. православни монах Кирик написао је најстарије словенско математичко дело *Наука знања о бројевима свих година*. Дејић и Ћебић наводе да се Кирик бави разним израчунавањима са великим бројевима и да користи словну нумерацију (Дејић и Ћебић, 2015). У вези са наведеним Дејић наводи следеће:

Зачетак математике у Словена је истовремено и зачетак математике у Срба. Сведоци старословенског записивања бројева јесу многи натписи на сводовима средњовековних манастира, старе повеље и средњовековне српске књиге. Најчешће су то датуми или записиване количине нечега (Дејић, 1990).

Разматрани и сажето приказани најзначајнији бројевни системи, евидентно, еволуирали су паралелно са развитком људске свести, а који су вођени потребом да човек забележи важне догађаје и чињенице. Посебно треба истаћи значај позиционих бројевних система, какав је индијско-арапски бројевни систем којим се данас служимо. Како резултати бројних истраживања показују да употреба историје математике у настави математике може да повећа мотивацију ученика и интересовање ученика за предмет, а тиме и да имплицира повећање њихових постигнућа, у другом делу овог рада (*НОРМА*, XXVII, 2/2022) осврнућемо се на значај и могућности примене историје математике у почетном математичком образовању.

ЛИТЕРАТУРА

- Божих, М. (2002). *Преглед историје и филозофије математике*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Дејић, М. (1990). *Тајни свет математике*. Београд: Нолит.
- Дејић, М. и Ђебић, С. (2015). Најстарији руски (словенски) математички рукопис, дело монаха Кирика. *Иновације у настави*, 28(2), 79-88.
- Лазих, Б. и Липковски, А. (2013). Развој методике наставе аритметике код Срба, I. *Настава математике*, LVIII(3-4), 14-22.
- Липковски, А. (2010). *Развој појма броја: генетски и аксиоматски приступ*. Београд: Републички семинар ДМС.
- Петковић, М. и Петковић, Ј. (2006). *Математички временлов*, прилози за историју математике. Нови Сад: ЗМАЈ.
- Стројк., Д. Ј. (1991). *Кратак преглед историје математике*, треће издање. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Devlin, K. (2001). *Matematički gen*. Beograd: Plato.
- Harris, J. (1987). Australian aboriginal and Islander mathematics. *Australian Aboriginal Studies*, (2), 29-37.
- Heath, J. (2013). *A history of Greek mathematics*. (Vol. 1). Cambridge: Cambridge University Press.
- Jurjević, I. (2020). Aboridžini i brojanje bez brojeva. *Matka: Časopis za mlade matematičare*, 28(111), 156-159.
- Martzloff, J. C. (2007). *A history of Chinese mathematics*. Berlin: Springer doi:10.1007/978-3-540-33783-6
- Katz, V. J. (2009). *A History of Mathematics: An Introduction*. New York: Pearson.
- Kline, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. (Vol. 1). Oxford: Oxford University Press.
- <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/category-number-theory/>

HISTORICAL GENESIS OF THE CONCEPT OF NUMBER AND NUMBER SYSTEMS - POSSIBILITIES OF APPLICATION IN THE INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS (I)

Abstract: The notion of natural number, as the basis of the entire further development of mathematics, appears as a result of gradual abstraction. The very notion of number has not been precisely defined and has changed throughout history, as has the way of recording. This paper aims to present the origin of natural numbers and their development to the present form. The essentially most important number systems that have evolved in parallel with the development of human consciousness, and which are guided by the need for man to record important events and facts, are discussed and presented. The importance of positional number systems, such as the Indo-Arabic number system we use today, was emphasized. Numerous studies show that the use of the history of mathematics in the teaching of mathematics can increase students' 'motivation and students' interest in the subject. Based on a brief overview of existing research on the use of the history of mathematics in mathematics teaching, the paper presents examples of tasks for classroom teaching, which include elements of the history of natural numbers and number systems.

Keywords: history of mathematics, number systems, natural number, class teaching of mathematics