

ANALITIČKE I NUMERIČKE METODE ANALIZE ČVRSTOĆE REZERVOARA VELIKIH ZAPREMINA ZA SKLADIŠTENJE FLUIDA

Nenad Todić, dipl. maš. inž.¹⁾ prof. dr Miloš Kojić, dipl. maš. inž.²⁾,
prof. dr Radovan Petrović, dipl. maš. inž.³⁾

Kategorija rada: ORIGINALNI NAUČNI RAD

Adresa:

Recenzent: Prof. dr Mile Savković

¹⁾ Mašinski fakultet Kraljevo

Rad primljen: 20.08.2009. godine

²⁾ Mašinski fakultet Kragujevac

³⁾ Mašinski fakultet Kraljevo

Rezime: U radu je pokazan analitički postupak proračuna čvrstoće rezervoara, koji je omogućio primenu metoda konačnih elemenata na ljuske za linearnu i geometrijski nelinearnu analizu. Pritom je razvijen postupak za automatsko generisanje potrebnih podataka za MKE (metoda konačnih elemenata), kao što su geometrija, numerisanje elemenata i čvorova i određivanje sila. Na početku su formirane opšte jednačine ravnoteže elementa ljuske, a potom se prešlo na proračune membranskog naponskog stanja. Diferencijalne jednačine ravnoteže su izvedene uz neophodni komentar i sa odgovarajućim slikama. Integracija diferencijalnih jednačina, odnosno nalaženje membranskih sila, izvedena je za rotaciono-simetrične slučajeve ljuski. Ovim su formirane osnove za analitičke i numeričke metode proračuna rezervoara za skladištenje fluida.

Ključne reči: analitičke i numeričke metode, čvrstoća rezervoara, metoda konačnih elemenata MKE, rezervoar, numerisanje elemenata, membranske sile

1. UVODNA RAZMATRANJA

Upoređivanjem rezultata matematičkog modeliranja u okviru ovog rada i eksperimentalnom verifikacijom rezultata, daje se mogućnost za optimizaciju čitave familije rezervoara koji se danas koriste u industriji nafte i gasa. Rezultati optimizacije mogu biti od koristi tehnolozima, koji se bave tehnološkom razradom montaže rezervoara velikih zapremina. Budući da je mreža konačnih elemenata veoma pogodna da se sagleda naponsko stanje rezervoara, rad može korisno poslužiti prilikom definisanja opterećenja temelja rezervoara.

2. MEMBRANSKO STANJE NAPONA CILINDRIČNIH LJUSKI

Na sl. 1. prikazan je element cilindrične ljuske opterećen komponentama spoljnog opterećenja X, Y i Z . Ovaj element je primenjen pri analizi vertikalnih atmosferskih rezervoara velikih zapremina u slučaju membranskog stanja napona. Membransko stanje napona podrazumeva ravnomerno raspodeljene napone po debljini ljuske bez napona savijanja. Za membransko stanje napona, urađeno je takvo oslanjanje ljuske, da reakcije budu usmerene tangencijalno na srednju površinu. Pri analizi membranskog stanja napona cilindrične ljuske, uzete su u obzir konstantne ili promenljive debljine zida, po bilo kojoj presečnoj krivoj, opterećenju kontinualno raspodeljenim opterećenjem (sopstvenom težinom, snegom, pritiskom vetra spolja i pritiska fluida iznutra).

Oznake prema sl. 1 su:

- x i θ su koordinate tačaka srednje površine ljuske (sl. 1). Sa R se označava poluprečnik krivine na mestu θ presečne krive.

- komponente napona u preseccima:

a) u preseku $x = \text{const}$ σ_x i $\tau_{x\theta}$

b) u preseku $\theta = \text{const}$ σ_θ i $\tau_{\theta x} = \tau_{x\theta}$

Ove komponente uzete u odnosu na debljinu ljuske i jedinicu dužine preseka označavaju se kao:

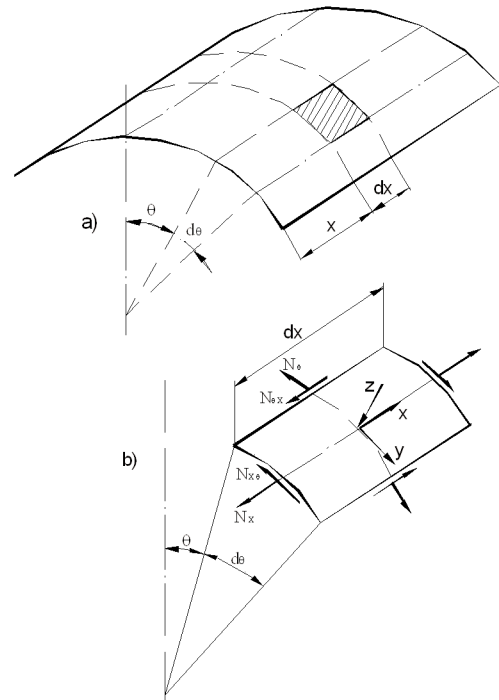
$N_x, N_{x\theta}, N_\theta$ i $N_{\theta x}$ pri čemu važe relacije

$N_x = \sigma_x \delta, N_\theta = \sigma_\theta \delta,$

$N_{x\theta} = N_{\theta x} = \tau_{x\theta} \delta = \tau_{\theta x} \delta$

Komponente opterećenja koje deluju na element ljuske u odnosu na jedinicu srednje površine označavaju se sa

X, Y i Z (sl. 1b).



Sl. 1. Element cilindrične ljuske.

2.1. Jednačine ravnoteže elementa cilindrične ljuske

Naponsko stanje je funkcija koordinata x i θ . Ako se koordinate x i θ promene za diferencijalne veličine dx i $d\theta$, promeniće se i sile u preseccima. Ove promene za element prikazan na sl. 1. mogu se izraziti Tajlorovim redom zanemarujući pri tom članove višeg reda.

Za element prikazan na sl. 1b uslovi ravnoteže su:

-u pravcu izvodnice:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} dx(Rd\theta) + \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} d\theta dx + X(dxRd\theta) = 0 \quad (1)$$

-u pravcu tangente na presek:

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} dx(Rd\theta) + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} d\theta dx + Y(dxRd\theta) = 0 \quad (2)$$

-u pravcu normale:

$$N_{\varphi} d\Theta dx + Z(dxRd\Theta) = 0 \quad (3)$$

čijim uređenjem se dobija sistem jednačina:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\Theta x}}{\partial \Theta} &= -X \\ \frac{\partial N_{x\Theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\Theta}}{\partial \Theta} &= -Y \\ N_{\Theta} &= -ZR \end{aligned} \quad (4)$$

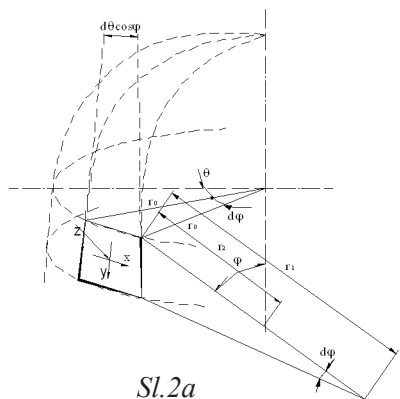
Iz prethodnog se može zaključiti da sila u preseku $\Theta = \text{const}$, N_{Θ} zavisi samo od komponente opterećenja Z , koja deluje na tom mestu. Integracijom sistema jednačina (4) dobijamo komponente u odnosu na debljinu ljuske i jedinicu dužine preseka:

$$\begin{aligned} N_x &= -\int \left(X + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\Theta x}}{\partial \Theta} \right) dx + C_2(\Theta) \\ N_{x\Theta} &= -\int \left(Y + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\Theta}}{\partial \Theta} \right) dx + C_1(\Theta) \\ N_{\Theta} &= -ZR \end{aligned} \quad (5)$$

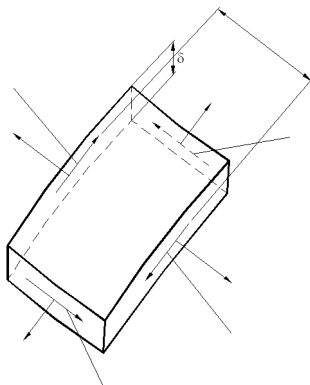
Gde se pri integraciji po x , pojavljuju "integracione konstante" koje su funkcije ugla Θ a nalaze se iz graničnih uslova.

2.2. Membransko stanje napona elementa rotacione ljuske

Na sl.2.a,b prikazana je raspodela sila na element rotacione ljuske. Element je ograničen sa dva paralelna kruga poluprečnika r_0 i $r_0 + dr_0$ i dve meridijanske površine određene uglovima θ i $\theta + d\theta$. Na sl.2a. prikazano je dejstvo komponentenata spoljnog opterećenja X, Y, Z a na sl.2b. unutrašnje sile po jedinici dužine preseka.



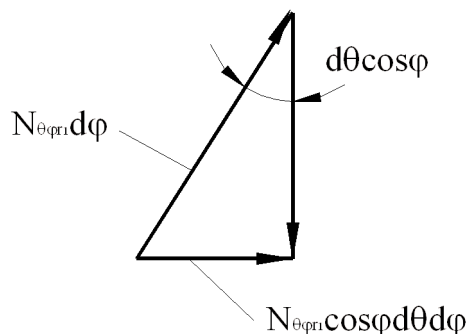
Sl.2a



Sl. 2-a/b. Element rotacione ljuske

2.3. Jednačine ravnoteže elementa rotacione ljuske

a) Jednačina ravnoteže u pravcu tangente na krug paralele



Sl.3. Sile u pravcu tangente na krug paralele

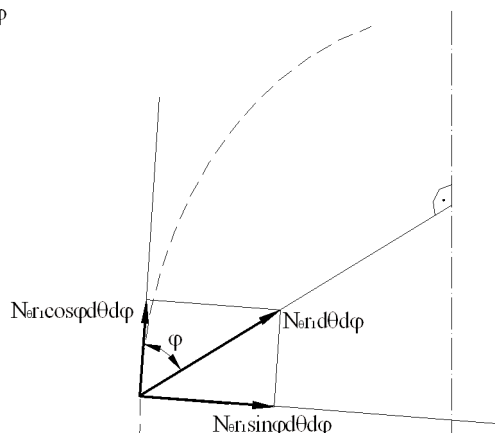
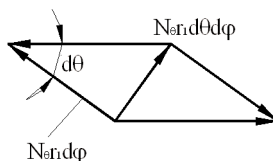
$$\begin{aligned} (N_{\Theta} + \frac{\partial N_{\Theta}}{\partial \Theta} d\Theta) r_1 d\varphi - N_{\Theta} r_1 d\varphi + \\ + N_{\Theta\varphi} r_1 \cos \varphi d\Theta d\varphi + \left[N_{\varphi\Theta} r_0 + \frac{\partial(N_{\varphi\Theta} r_0)}{\partial \varphi} d\varphi \right] d\Theta - \\ - N_{\varphi\Theta} r_0 d\Theta + X r_0 r_1 d\Theta d\varphi = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial N_{\Theta}}{\partial \Theta} r_1 + N_{\Theta\varphi} r_1 \cos \varphi + \frac{\partial(N_{\varphi\Theta} r_0)}{\partial \varphi} + X r_0 r_1 = 0$$

b) Jednačina ravnoteže u pravcu tangente na meridijansku krivu

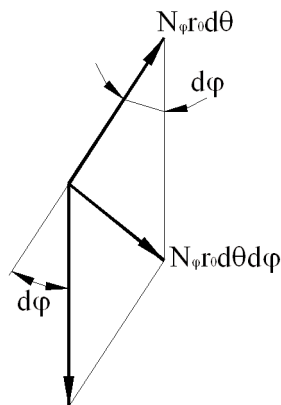
$$\begin{aligned} (N_{\Theta\varphi} + \frac{\partial N_{\Theta\varphi}}{\partial \Theta} d\Theta) r_1 d\varphi - N_{\Theta\varphi} r_1 d\varphi - N_{\Theta} r_1 \cos \varphi d\Theta d\varphi + \\ + \left[N_{\varphi\Theta} r_0 + \frac{\partial(N_{\varphi\Theta} r_0)}{\partial \varphi} d\varphi \right] d\Theta - N_{\varphi\Theta} r_0 d\Theta + Y r_0 r_1 d\Theta d\varphi = 0 \\ \frac{\partial N_{\Theta\varphi}}{\partial \Theta} r_1 - N_{\Theta} r_1 \cos \varphi + \frac{\partial(N_{\varphi\Theta} r_0)}{\partial \varphi} + Y r_0 r_1 = 0 \end{aligned}$$

(7)



Sl. 4. Sile u pravcu tangente na meridijansku krivu

c) jednačina ravnoteže u pravcu normale na površinu



Sl. 6. Sile u pravcu normale na površinu

$$N_{\theta} r_1 \sin \varphi d\theta d\varphi + N_{\varphi} r_0 d\theta d\varphi + Z r_0 r_1 d\theta d\varphi = 0$$

Pošto je $r_0 = r_2 \sin \varphi$

$$\frac{N_{\theta}}{r_2} + \frac{N_{\varphi}}{r_1} = -Z \quad (8)$$

Na osnovu prethodno izvedenih jednačina ravnoteže jednačina ravnoteže elementa ljuske biće:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 + N_{\theta} r_1 \cos \varphi + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} + X r_0 r_1 &= 0 \\ \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 - N_{\theta} r_1 \cos \varphi + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} + Y r_0 r_1 &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{N_{\theta}}{r_2} + \frac{N_{\varphi}}{r_1} = -Z$$

Pri tome je $N_{\theta\varphi} = N_{\varphi\theta}$, jer se kod membranskog stanja napona može pretpostaviti da su naponi koji deluju paralelno srednjoj površini ravnomerno raspoređeni po debljini ljuske. Integracijom jednačina ravnoteže uz odgovarajuća ograničenja i uslove [1], moguće je odrediti unutrašnje sile elementa rotacione ljuske po jedinici dužine preseka u sledećim slučajevima:

- kada je ljuska izložena rotaciono simetričnom opterećenju,
- iz uslova ravnoteže dela kupole iznad poluprečnika r
- iz uslova opterećenja sferne ljuske sopstvenom težinom

3. METODA KONAČNIH ELEMENATA (MKE)

Priprema ulaznih podataka za proračun neke konstrukcije metodom konačnih elemenata je često vrlo zamorna, dugotrajna i može imati greške. Ova konstatacija se odnosi i na pripremu ulaznih podataka za proračun rezervoara pomoću MKE, jer iako je geometrija relativno jednostavna, određivanje sila u opštem slučaju može zahtevati dugotrajno računanje. Da bi se proračun rezervoara pomoću MKE koja pruža ogromne mogućnosti, učinio sigurnim i za projektovanje pogodnim, razvijena je metodologija automatskog određivanja svih potrebnih ulaznih veličina koje obuhvataju geometriju i opterećenja [1]

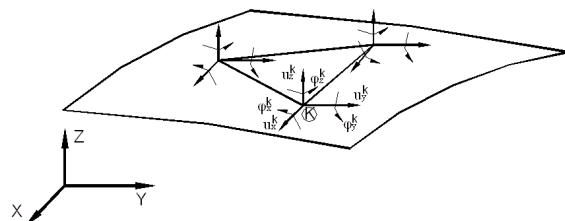
3.1. Trougaoni konačni element ljuske za linearnu i geometrijski nelinearnu analizu

Za analizu čvrstoće i stabilnosti nosećih zidova rezervoara

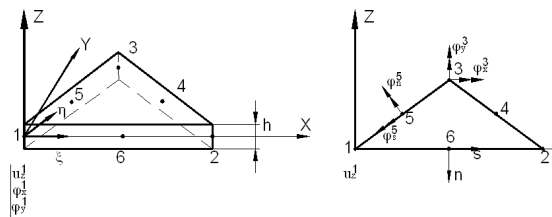
voara odabran je konačni element prikazan na sl. 7, prema [1] koji se pokazao veoma efikasnim i pogodnim za rešavanje problema iz opšte teorije ljuski. Ovde će biti izložene samo neke osnovne postavke ovog elementa [1].

$$\{\bar{u}_B\}^T = \{u_z^1, \varphi_z^1, \varphi_y^1, u_z^2, \varphi_x^2, \varphi_y^2, u_z^3, \varphi_x^3, \varphi_y^3\}^T$$

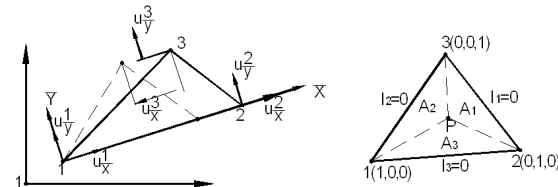
a)



b)



c)



Sl. 7 Trougaoni konačni element ljuske

Trougaoni konačni element ljuske, kako se vidi na sl. 7a, ima 6 stepeni slobode po čvoru – 3 translacije i 3 rotacije. Osnovna ideja kod ovog elementa sastoji se u tome da se posmatra posebno savijanje a posebno membranska opterećenja i deformacije. Element obezbeđuje pouzdana i tačna rešenja za bilo koju geometriju ljuske uzimajući u obzir različita opterećenja i granične uslove. U nelinearnoj analizi element je pogodan za izračunavanje velikih pomeranja, velikih rotacija i materijalne nelinearnosti.

3.2. Automatsko generisanje geometrije

Koncept automatskog generisanja geometrije može se videti sa sl.7. Mreža trougaonih konačnih elemenata ljuske se automatski određuje počevši od dna rezervoara. Pritom su osnovni ulazni podaci: poluprečnik rezervoara R , centralni ugao α u kome se vrši analiza, broj slojeva u radijalnom pravcu sa brojem podela u svakom sloju, broj osnovnih podela u cirkularnom pravcu, radijusi i dubine koje definišu dno u radijalnoj ravni; zatim, unosi se podatak o uvećanju broja podela kod pojedinih krugova. Mreža konačnih elemenata za omotač se određuje na osnovu podataka o broju slojeva u aksijalnom pravcu i broju podela u svakom od njih, kao i o veličini visina i debljina u svakom sloju. Broj podela u cirkularnom pravcu definisan je podacima za dno, a ukoliko se radi samo omotač ovaj podatak se posebno unosi. Podaci za poklopac su potpuno analogni onima za dno, s tim što se, u slučaju da je podela ista kao za dno (i da je ista geometrija), zadaju samo podaci o ograničenjima pomeranja. Da bi matrice konstrukcije bile što kompaktnije, numerisanje čvorova počinje, od centralnog čvora dna pa se nas-

tavlja po krugovima i kod omotača i poklopca, s tim što kod poklopca povećanje brojeva čvorova ide od periferije prema centralnom čvoru.

Programom se automatski mogu generisati podaci za sledeće slučajeve:

- samo dno
- samo omotač
- dno i omotač
- dno i poklopac
- dno, omotač i poklopac

tako da se obuhvataju praktično svi najčešće primenjivani oblici rezervoara. Na primer - u slučaju (d) kada je $R_M = 0$, $H_M = 0$ imamo loptasti rezervoar itd.

Što se tiče ograničenja pomeranja pojedinih tačaka rezervoara podaci se unose preko:

- ograničenja pomeranja na krugovima,
- ograničenja pomeranja na glavnim radijalnim pravcima,
- ograničenja zajedničkih za sve tačke,
- ograničenja posebnih tačaka.

Moguće je uzeti u obzir i netačnost izrade omotača rezervoara unošenjem podataka o veličini i netačnosti radijusa, tako da se automatski određuje kriva koja prolazi kroz zadate tačke.

Na ovaj način se ceo problem definiše sa vrlo malo ulaznih podataka, koji uglavnom sadrže konstruktivne karakteristike konstrukcije koja se analizira.

3.3. Određivanje sile u pojedinim čvorovima

Određivanje sile u pojedinim čvorovima generisane mreže konačnih elemenata na osnovu osnovnih podataka o opterećenjima, predstavlja bitan zadatak u postupku automatskog proračuna koji se ovde razmatra.

Opterećenja koja se uzimaju u obzir su:

- pritisak vetra, p_v ,
- hidrostatički pritisak, p_h ,
- pritisak gasa (nadpritisak), p_g ,
- sopstvena težina konstrukcije.

Sile u čvorovima se određuju tako što se odrede projekcije sile na elementu na koordinatne ose:

$$F_{pi} = pA_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

gde su: p – odgovarajući pritisak na konačnom elementu, A_i – projekcija površine trougla na i -tu koordinatnu osu.

4. REZULTATI EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA

U tabeli 1 su date vrednosti momenta M_x , kao i vrednosti napona u aksijalnom pravcu.

x	M_x	$\sigma_x = \frac{6M_x}{\delta^2}$
cm	dNcm/cm	dN/cm ²
0	330,468	2447,911
10	57,338	424,722
20	-63,629	-471,324
40	-76,719	-568,29
60	-24,456	-181,152
80	0,484	3,582
100	8,87	65,704
120	1,614	11,952
140	0,15	1,11
160	-0,171	-1,266
180	-0,0977	-0,726
200	-0,0179	-0,132

Tabela 1.

Vrednosti sile N_Θ i napona σ_Θ date su u tabeli 2.

x	N_Θ	$\sigma_\Theta = \frac{N_\Theta}{\delta}$
cm	dN/cm	dN/cm ²
0	22,823	25,359
66	1615,421	1794,912
265	1323,834	1470,928
464	1100,96	1223,289
647	896	995,555
797	728	808,889
947	560	622,222
1097	392	435,555
1247	224	248,889
1397	56	62,222
1447	0	0

Tabela 2.

Tabela 3. pokazuje vrednosti ugiba za pojedine preseke pod uticajem transverzalne sile.

Pres.	x cm	w cm	Pres.	x cm	w cm
1-1	0	-0,0259	8-8	14	-0,0018
2-2	2	-0,0211	9-9	16	-0,00043
3-3	4	-0,0166	10-10	18	0,00053
4-4	6	-0,0125	10'-10'	19,78	0,00114
5-5	8	-0,0090	11-11	20	0,00117
5'-5'	8,4	0,00835	12-12	22	0,00153
6-6	10	-0,0060	13-13	26	0,00172
7-7	12	-0,0036	14-14	30	0,00146

Tabela 3

ZAKLJUČAK:

Eksperimentalna ispitivanja rezervoara za transport i skladištenje fluida, koja je izvršio Centar za železničko mašinstvo Mašinskog fakulteta Kraljevo sa Obitnim centrom Fabrike vagona Kraljevo, potvrdila su rezultate matematičkog modeliranja, čime su formirane osnove za analitičke i numeričke metode proračuna rezervoara velikih zapremina za skladištenje fluida. Istraživanja u okviru ovog rada povezana su sa korišćenjem paketa programa PAK, Laboratorije za inženjerski softver Mašinskog fakulteta Univerziteta u Kragujevcu.

Dalja istraživanja koja planiraju autori u okviru ove teme odnose se na specifičnosti kojima se odlikuju pojedine grupe rezervoara za transport i skladištenje fluida a tiču se pritiska i vrste fluida. U većini slučajeva transport fluida i njegovo skladištenje zahtevaju od rezervoara strogo kontrolisane faze, projektovanja, izrade, inspekcije, eksploatacije i servisa. Iz tih razloga na državnom nivou, propisana su pravila za svaku od navedenih faza a za njihovo sprovođenje zaduženo je posebno ekspertska telo ili inspektorati.

LITERATURA

- [1] R.Petrović,M.Kojić,D.Djordjević, Projektovanje rezervoara za skladištenje i transport fluida, Mašinski fakultet Kraljevo,2005.god.
- [2]M.Kojić,R.Slavković,M.Živković,N.Grujović, Metod konačnih elemenata I, Mašinski fakultet Kragujevac 1998.
- [3] Slavkovic R., Zivkovic M. and Kojic M., (1994), 'Enhanced 8-node three-dimensional solid and 4-node shell elements with incompatible generalized displacements', Communications in Numerical Methods in Engineering, 10, 699-709.
- [4] Kojic S., Grujovic N. and Zivkovic M., (1994), 'Nonlinear analysis of joint behaviour under thermal and hydrostatic loads for an arch dam', Third benchmark workshop on Numerical analysis of dams, Paris, France.

- [5] Trajanović M., Pantović A., 'Modeliranje procesa istosmernog istiskivanja u hladnom stanju za analizu metodom konačnih elemenata', Časopis IMK-14 Istraživanje i razvoj, br.(16-17)1-2/03 str 61
- [6]Vukićević M.,Đurić S., Đorđević S., projekat tehnologije zavarivanja važan faktor kvaliteta zavarenih konstrukcija, Časopis IMK-14 Istraživanje i razvoj, br.(18-19) 1-2/04 str 85
- [7] Trajanović M., Đorđević Lj., EXI - ekspertni sistemi za idealizaciju modela za mke analizu, Časopis IMK-14 Istraživanje i razvoj, br.2/97 str. 17-23
- [8] Kojic M., Grujovic N., Slavkovic R. and Zivkovic M., (1994), 'Yield Criterion for a General Anisotropic Plasticity Model with Mixed Hardening', EU-ROMECH, 2nd European Solid Mechanics Conference, H20, Genoa, Italy.
- [9] Kojic M., Zivkovic M. and Kojic A., (1995), 'Elastic-Plastic analysis of orthotropic multilayered beam', Computers & Structures, 57, 205-211.

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS STRENGTH RESERVOIR ANALYSIS OF LARGE VOLUME OF FLUID STORAGE

Abstract: *This paper presents an analytical calculation procedure of the tank strength, which enabled the application of the finite element method for linear scales and LINEAR geometric analysis. While the procedure was developed to automatically generate the necessary data for the FEM (finite element method), such as geometry, numbering of elements and nodes, and determining force. At first they formed a general shell element equilibrium equations, and then move to the calculations of membrane voltage condition. Differential equations of equilibrium are derived with the necessary comments and relevant images. Integration of differential equations, or finding of membrane force, was performed for the rotational-symmetric shell cases. These have formed the basis for analytical and numerical methods of calculation of fluid storage tank.*

Key words: *analytical and numerical methods, tank strength, finite element method FEM, reservoir, numbering of elements, membrane force*