

NOVI PRISTUP U SINTEZI I ANALIZI KRETANJA ELASTI NOG LINKA U PROSTORU ROBOTSKOJE KONFIGURACIJE*

Mirjana Filipovi ¹⁾

Kategorija rada:

AFILIJACIJA/ADRESA:

ORIGINALNI NAU NI RAD

1) Institut Mihajlo Pupin, Univerzitet u Beogradu

Režime: Kinemati ki model sistema (direktni i inverzni model) je kreiran uvode i novu definiciju Denavit-Hartenbergovih parametara, Jakobieve matrice i matrice transformacije odnosno, procedure rešenja „inverzne kinematike“ i „direktna kinematike“ u robotici. Posebna pažnja u ovom radu je posve ena dinanici kretanja elasti nog linka u prostoru robotske konfiguracije. Jedna inu ravnoteže treba dopuniti sa svim silama koje u estviju u formiranju momenta elasti nosti posmatranog moda. Sa novom propisanom procedurom analize složenog elasti nog robotskog sistema prakti no nije važno koliko je robotski sistem složen ili elasti an, zato što su obe karakteristike uklju ene u “kinemati ki” i dinami ki model.

Klju ne re i: robot, modeliranje, elasti na deformacija, prenosnik, link, kuplovanje, kinematika, dinamika, planiranje trajektorije

1. UVOD

Zasnovano na principima Sponga [1] elasti nost prenosnika je uvedena u matemati ki model u ovom radu kao i u radovima [3]-[6] tako e. Što se ti e uvo enja elasti nosti segmenata u matemati ki model robotskog sistema potrebno je da se ukaže na probleme suštinske prirode u ovoj oblasti. U ovom radu formira se matemati ki model elasti nog sistema ali ne koriste i “assumed modes technique” Meirovitcha iz [2], za razliku od naših savremenika. Podrazumevamo da je elasti na deformacija kao i kružna u estanost svakog moda elasti nog elementa posledica ukupnog dinami kog kretanja.

Referentna trajektorija se izra unava iz ukupnog dinami kog modela, kada vrh robota prati željenu trajektoriju u referentnom režimu u odsustvu poreme aja. Elasti na deformacija je veli ina koja je barem delimi no obuhva ena referentnom trajektorijom. Pretpostavlja se da su sve karakteristike elasti nosti u sistemu (i krutost i prigušenje) “poznate” barem delimi no i na tom nivou mogu biti uklju ene u definisanje referentnog kretanja.

U odeljku 2 definisani su Denavit-Hartenbergovi parametri, Jakobieva matrica, matrica transformacije, odnosno procedura rešenja „inverzne kinematike“ i „direktna kinematike“. U odeljku 3 je detaljno izložena procedura definisana dinami kog modela odabranog primera elasti nog robotskog sistema. U odeljku 4 analizirani su rezultati simulacija odabranog primera. U delu 5 je dat zaklju ak.

2. KINEMATIKA ODABRANOG PRIMERA

Razmatra se dinami ki par sa elasti nim prenosnikom i elasti nim segmentom prikazan na Slici 1. Iza pogona je postavljen elasti an prenosnik. Iza elasti nog prenosnika je elasti ni link (konstantnog popre nog preseka) ija je ukupna masa podeljena na dva dela m_b i m .

Geometrijske veze izme u uglova sa Slike 5 su:

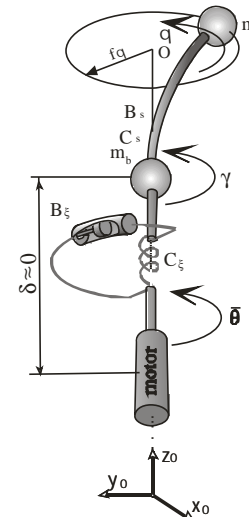
$$q = \bar{\theta} + \xi + \vartheta_r, \quad \gamma = \bar{\theta} + \xi, \quad q = \gamma + \vartheta_r \quad (1)$$

Ukupno ϑ_r grade dva ugla ϑ_q i ϑ_v .

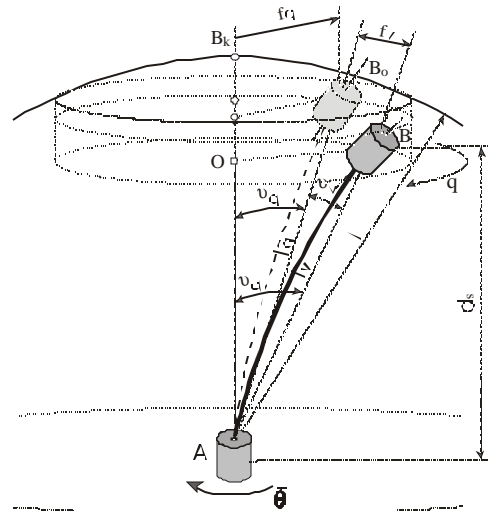
$$l_q = l \cdot \cos \vartheta_q, \quad l_v = l_q \cdot \cos \vartheta_v \quad (2)$$

Rastojanje od ose kretanja motora je:

$$f_q = l_v \cdot \sin \vartheta_q, \quad f_v = l_v \cdot \sin \vartheta_v \quad (3)$$



Slika 1. Tipi an robotski par



Slika 2. Realna pozicija vrha

Uveš e se jedno pojednostavljenje, koje se sastoji u slede em:

$$l_q = l, \quad l_v = l \quad (4)$$

To zna i da se vrh linka kre e kontinualno po površini lopte iji je radijus l . Vidi Sliku 3. Sledi:

$$f_q = l \cdot \sin \vartheta_q, \quad f_v = l \cdot \sin \vartheta_v \quad (5)$$

Postavi se veza izme u ugla ϑ_r i uglova ϑ_v i ϑ_q

Ovo istraživanje je podržano od Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije kroz nacionalni projekat “Humanoidna robotika: Teorija i primena” TR 14001.

(vidi Sliku 5.) na slede i na in:

Pošto važi da je: $\sin \vartheta_q = \frac{f_q}{l}$, $\sin \vartheta_r = \frac{f_r}{f_q}$,

$\sin \vartheta_v = \frac{f_r}{l}$ i pošto su $\vartheta_v, \vartheta_q, \vartheta_r$ male veli ine

onda usvajamo pojednostavljenje $\vartheta_v \approx \sin \vartheta_v$, $\vartheta_q \approx \sin \vartheta_q$, $\vartheta_r \approx \sin \vartheta_r$ i dobijamo:

$$\vartheta_v \approx \vartheta_q \cdot \vartheta_r \quad (6)$$

Imamo sedam matrica rotacije (vidi Sliku 3.) za definisanje koordinata vrha linka:

- rotacija oko z_1 ose u ta ki "A" za ugao q ,

$$a_1 = 0, d_1 = 0, \alpha_1 = 0^\circ.$$

- rotacija vrha linka oko z_2 ose u ta ki "A" za ugao

$$\vartheta_q, a_2 = 0, d_2 = 0, \alpha_2 = 90^\circ.$$

- rotacija vrha linka oko z_3 ose u ta ki "A" u istoj ravni za ugao 0° , $a_3 = 0, d_3 = l, \alpha_3 = -90^\circ$.

- rotacija vrha linka oko z_4 ose u ta ki "B" u istoj ravni za ugao 0° , $a_4 = 0, d_4 = 0, \alpha_4 = 90^\circ$.

- rotacija vrha linka oko z_5 ose u ta ki "B" u istoj ravni za ugao ω_q , $a_5 = 0, d_5 = 0, \alpha_5 = 0^\circ$.

- rotacija vrha linka oko z_6 ose u ta ki "B" za ugao 90° , $a_6 = 0, d_6 = 0, \alpha_6 = 0^\circ$.

- rotacija vrha linka oko z_7 ose u ta ki "B" za ugao ω_v , $a_7 = 0, d_7 = 0, \alpha_7 = 90^\circ$.

$$T_{e_1}^0 = \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$T_{e_2}^1 = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_q & 0 & \sin \vartheta_q & 0 \\ \sin \vartheta_q & 0 & -\cos \vartheta_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_{e_3}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{e_4}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

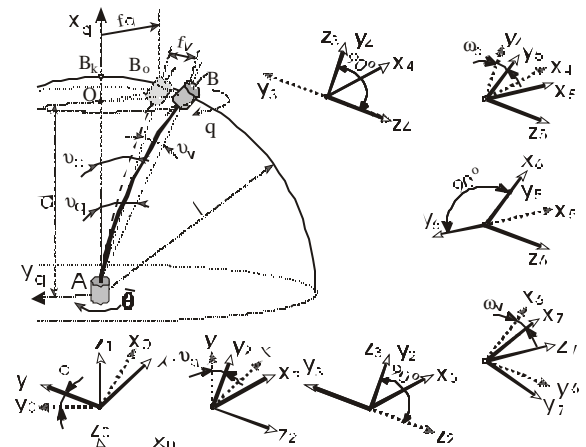
$$T_{e_5}^4 = \begin{bmatrix} \cos \omega_q & -\sin \omega_q & 0 & 0 \\ \sin \omega_q & \cos \omega_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_{e_6}^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

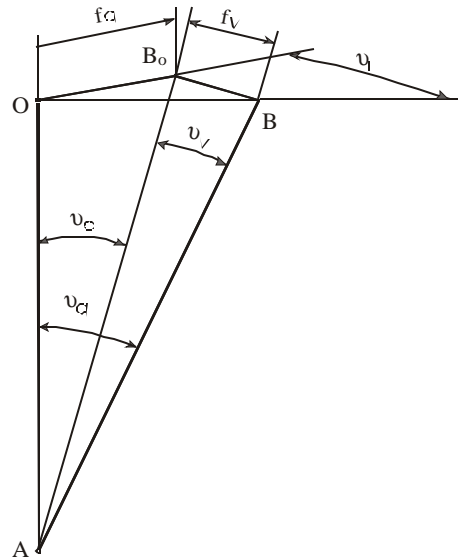
$$T_{e_7}^6 = \begin{bmatrix} \cos \omega_v & 0 & \sin \omega_v & 0 \\ \sin \omega_v & 0 & -\cos \omega_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ukupna matrica transformacije se izra unava kao proizvod matrica transformacije tih sedam rotacija.

$$T_{e_7}^0 = T_{e_1}^0 \cdot T_{e_2}^1 \cdot T_{e_3}^2 \cdot T_{e_4}^3 \cdot T_{e_5}^4 \cdot T_{e_6}^5 \cdot T_{e_7}^6 \quad (9)$$



Slika 3. Pozicija vrha posle uvedenog pojednostavljenja



Slika 4. Karakteristi ni uglovi savijanja

Evidentno je da neka kretanja kao što su $\vartheta_q, \omega_q, \omega_v$ ne možemo da kompenzujemo raspoloživim pogonom jer se dešavaju van tog pravca i grade kontinualnu grešku u pra enju referentne trajektorije. Definisani su novi elasti ni DH "kinemati kodynami ki" parametri (koji mogu da se menjaju tokom robotskog zadatka) za elasti an prenosnik i elasti an link (razli ito u odnosu na krut prenosnik i krut link), kao i nova matrica transformacije za isti manipulator $T_{e_n}^o$, data jedna inom (9). Sada je lako formirati novu formu Jakobijeve matrice J_e . Jakobijeva matrica J_e predstavlja matricu preko koje se preslikava vektor brzina spoljašnjih koordinata $\dot{\mathcal{P}}_s$ u vektor brzina unutrašnjih koordinata $\dot{\mathcal{P}}$:

$$\dot{\mathcal{P}}(t) = J_e^{-1}(q) \cdot \dot{\mathcal{P}}_s(t) \quad (10)$$

Pozicija vrha u prostoru Kartesijanskih koordinata može biti izražena sa:

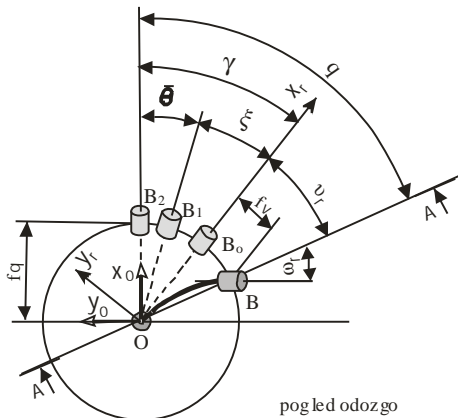
$$x = f_q \cdot \cos q, \quad y = f_q \cdot \sin q, \quad z = l \cdot \cos \vartheta_q \quad (11)$$

3. DINAMIKA ODABRANOG PRIMERA

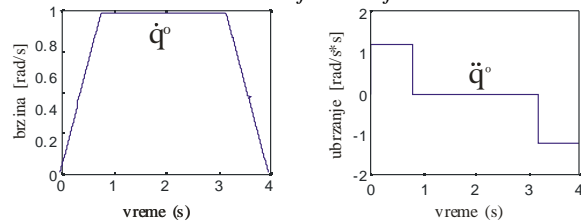
Definisa e se dinami ki model elasti nog robotskog para na klasi no postavljenim principima dinamike. Za generalizovane koordinate biraju se etiri ugla kretanja q , γ , ϑ_q i $\bar{\theta}$ robotskog para. Postavlja ju se izrazi za kineti ku i potencijalnu energiju kretanja mase m_b , kao i mase m oko posmatranog zgloba, kao i izrazi za potencijalnu i disipativnu energiju elasti nih elemenata.

Ugao ϑ_r može da se izrazi preko generalizovanih koordinata (vidi Sliku 5.):

$$\vartheta_r = q - \gamma \tag{12}$$



Slika 5. Geometrija kretanja vrha.



Slika 6. Brzina i ubrzanje koordinate q^0 na referentnom nivou

Veza izme u ugla savijanja linka ϑ_r , ϑ_q i ugla zakretanja vrha linka ω_r , ω_q , respektivno je:

$$\omega_r = 1/2 \vartheta_r, \quad \omega_q = 1/2 \vartheta_q \tag{13}$$

Ugao uvijanja prenosi nika ξ izražen preko generalizovanih koordinata je:

$$\xi = \gamma - \bar{\theta} \tag{14}$$

Kineti ka i potencijalna energija mehanizma definisanog na Slici 1, ima slede u formu:

$$E_{kmasa} = 1/2 \cdot m \cdot f_q^2 \cdot \dot{\xi}^2 + 1/2 \cdot m \cdot l^2 \cdot \dot{\vartheta}_q^2 + 1/2 \cdot J_{zz} \cdot (\dot{\xi} + \dot{\alpha}_r)^2 + 1/2 \cdot J_{zz} \cdot (\dot{\vartheta}_q + \dot{\alpha}_q)^2 + 1/2 \cdot J_b \cdot \dot{\xi}^2$$

$$E_{pmasa} = m \cdot g \cdot l \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \vartheta_q) \tag{16}$$

Potencijalna i disipativna energija elasti nog linka je:

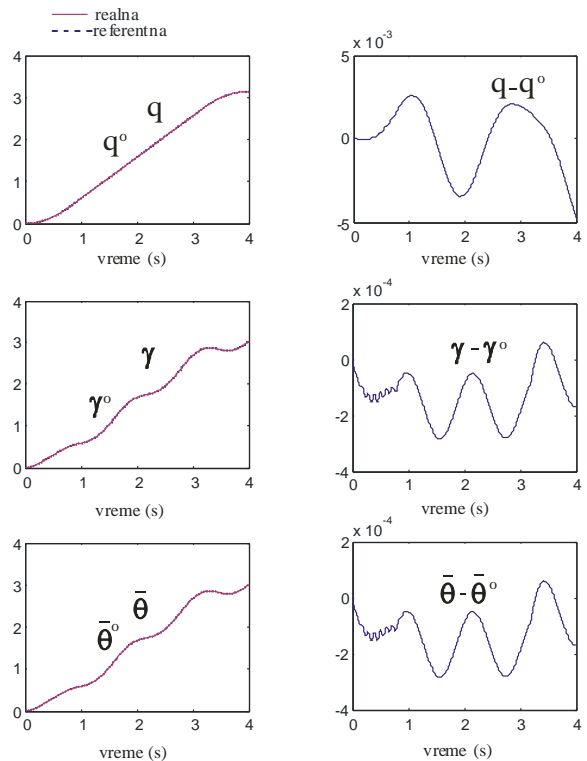
$$E_{pels} = 1/2 \cdot C_s \cdot f_q^2 + 1/2 \cdot C_s \cdot f_r^2 \tag{17}$$

$$\Phi_{els} = 1/2 \cdot B_s \cdot f_q^2 + 1/2 \cdot B_s \cdot f_r^2 \tag{18}$$

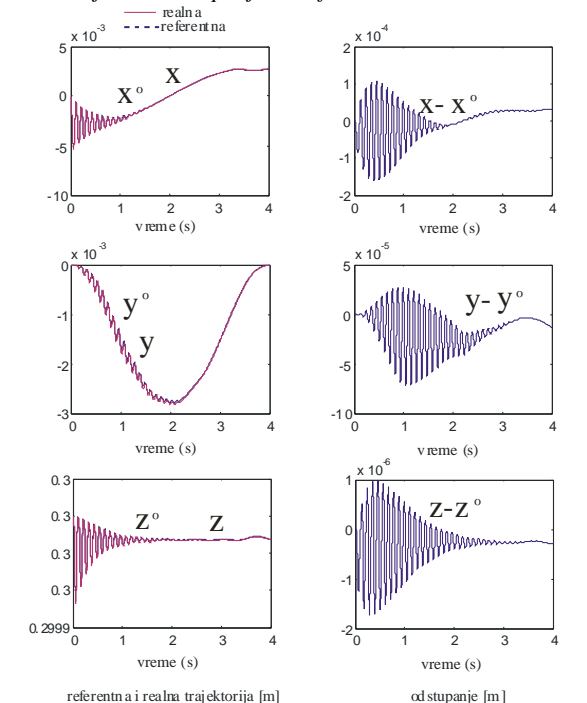
Potencijalna i disipativna energija elasti nog prenosi nika je:

$$E_{pel\xi} = 1/2 \cdot C_\xi \cdot \xi^2 \tag{19}$$

$$\Phi_{el\xi} = 1/2 \cdot B_\xi \cdot \xi^2 \tag{20}$$



referentna i realna trajektorija [rad] odstupanje [rad] Slika 7. Veli ine u prostoru unutrašnjih koordinata kao i njihovo odstupanje od referentnih vrednosti



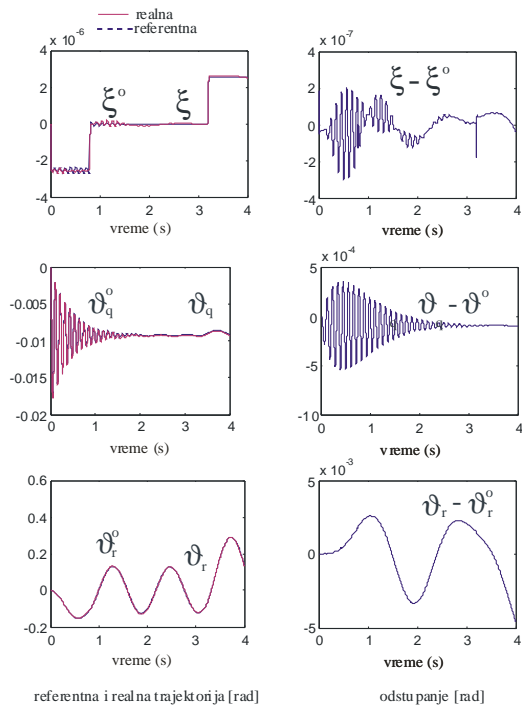
referentna i realna trajektorija [m] odstupanje [m] Slika 8. Realna i referentna pozicija vrha kao i njihovo odstupanje

Sve izraze za kineti ku, potencijalnu i disipativnu energiju treba izraziti preko generalizovanih koordinata koriste i izraze (1), (5), (6), (12), (13). Ako se izrazi za kineti ku, potencijalnu i disipativnu energiju definišu za bilo koju ta ku posmatranog linka (jedan mod), primenom Lagranžovih jedna ina

u odnosu na prvu i tre u generalizovanu koordinatu q i ϑ_q , dobija se nova forma Euler-Bernoulli jedna ine, respektivno:

$$\hat{H}_{1,1} \cdot \ddot{q} + \hat{H}_{1,2} \cdot \ddot{\vartheta}_q + \hat{h}_1 + B_{1,3} \cdot \ddot{\vartheta}_q + \beta \cdot \frac{\partial^2(\hat{y}_o + \eta \cdot \hat{y}_o)}{\partial \hat{x}_o^2} = 0 \quad (21)$$

$$\hat{H}_{3,3} \cdot \ddot{\vartheta}_q + \hat{h}_3 + B_{3,1} \cdot \ddot{q} + B_{3,2} \cdot \ddot{\vartheta}_q + \beta \cdot \frac{\partial^2(\hat{y}_1 + \eta \cdot \hat{y}_1)}{\partial \hat{x}_1^2} = 0 \quad (22)$$



Slika 9. Elasti ne deformacije i njihovo odstupanje od referentne vrednosti

Ako se izrazi za kineti ku, potencijalnu i disipativnu energiju definišu za ta ku vrha linka, primenom Lagranžovih jedna ina u odnosu na generalizovane koordinate q , γ , ϑ_q i $\bar{\theta}$ dobijaju se jedna ine ravnoteže, odnosno klasi na forma matemati kog modela posmatranog mehanizma.

$$H_{1,1} \cdot \ddot{q} + H_{1,2} \cdot \ddot{\vartheta}_q + h_1 + B_{1,2} \cdot \ddot{\vartheta}_q + C_s \cdot l^2 \cdot \vartheta_q^2 \cdot \vartheta_r + B_s \cdot l^2 \cdot \vartheta_q^2 \cdot \vartheta_r^2 = 0 \quad (23)$$

$$H_{2,1} \cdot \ddot{q} + H_{2,2} \cdot \ddot{\gamma} + B_{2,1} \cdot \ddot{q} + B_{2,2} \cdot \ddot{\gamma} + B_{2,3} \cdot \ddot{\vartheta}_q + C_{2,1} \cdot q + C_{2,2} \cdot \gamma + C_\xi \cdot \xi + B_\xi \cdot \xi = 0 \quad (24)$$

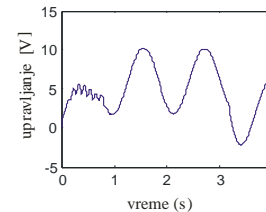
$$\hat{H}_{3,3} \cdot \ddot{\vartheta}_q + \hat{h}_3 + B_{3,1} \cdot \ddot{q} + B_{3,2} \cdot \ddot{\vartheta}_q + (C_s \cdot l^2 + C_s \cdot l^2 \cdot \vartheta_r^2) \cdot \vartheta_q + (B_s \cdot l^2 + B_s \cdot l^2 \cdot \vartheta_r^2) \cdot \vartheta_q = 0$$

$$u = R \cdot i + C_E \cdot \dot{\theta}, C_M \cdot i = I \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} - S \cdot (B_\xi \cdot \dot{\xi} + C_\xi \cdot \xi) \quad (26)$$

Upravlja se po poziciji i brzini metodom postavljanja polova: $u = K_{lp} \cdot (\bar{\theta}^o - \bar{\theta}) + K_{lv} \cdot (\dot{\bar{\theta}}^o - \dot{\bar{\theta}})$.

4. SIMULACIONI PRIMER I REZULTATI

Vrh robota startuje iz ta ke “ B_x ” i kre e sa direktno u ta ku “ B_x' ” u predvi enom vremenu od $T = 4[s]$. Usvojen je trapezoidni profil brzine sa vremenom ubrzanja i usporavanja vrha od $0.2 \cdot T$. Analizira se ponašanje robotskog para sa elasti nim prenosnikom i elasti nim segmentom. Definisani parametri mehanizma svojim vrednostima mogu zna ajno da uti u na stabilnost robotskog para. Za prikaz rezultata odabran je samo jedan set parametara.



Slika 10. Upravljanje ki signal

Za prikaz rezultata odabran je samo jedan set parametara.

Na Slici 6 su dati brzina i ubrzanje ukupne koordinate q^o na referentnom nivou. Na Slici 7 su date generalisane koordinata $q, \gamma, \bar{\theta}$. Pošto se direktno upravlja uglom motora iza reduktora $\bar{\theta}$ pokazuje se da je njeno pra enje u odnosu na referentnu zadovoljavaju e.

Ako se posmatra kretanje vrha robota može se zaklju iti da je dobro pra enje referentne trajektorije u prostoru spoljašnjih koordinata. Vidi Sliku 8. Elasti ne deformacije, ugao uvijanja prenosnika ξ , ugao savijanja linka ϑ_q kao i ϑ_r su rezultat dinami kih sila. Na Slici 9. vidi se nivo elasti nih deformacija tokom realizacije robotskog zadatka. Na istoj slici, desno, vide se i odstupanja tih veli ina od referentnih vrednosti. Na Slici 10. se data promena upravljanja kog signala. Karakteristike krutosti i prigušenja prenosnika u realnom i referentnom režimu nisu isti, a tako e i karakteristike krutosti i prigušenja segmenta.

$$C_\xi = 0.99 \cdot C_\xi^o, \quad B_\xi = 0.99 \cdot B_\xi^o,$$

$$C_s = 0.99 \cdot C_s^o, \quad B_s = 0.99 \cdot B_s^o.$$

5. ZAKLJU AK

U cilju analize ponašanja elasti nog robotskog sistema definisan je njegov matemati ki model. Zasnovano na poznatim zakonima dinamike formirane su sve sile koje u estvuju u kretanju ovog sistema. Podrazumeva se da su prisutne i sile sprezanja izmedju generalisanih koordinata (inercijalne, Koriolisove i sile elasti nosti). To

uslovljava različitost strukture između definisanih jednačina. Do sada u literaturi elasti nom linku je pripisivana samo karakteristika krutosti. Realno posmatrano, prisutne karakteristike elasti nog linka su i krutost i prigušenje, tako da je karakteristika prigušenja nerazdvojni deo karakteristike elasti nosti. Elasti ne deformacije su posledica dinamike kretanja kompletnog sistema. Definisan je nova forma Euler-Bernoulli jednačina. Postavljanjem grani nih ulova dobijena je jedna ina ravnoteže u ta ki vrha posmatranog moda. Definisan je dinami ki model etvorostepenog elasti nog robotskog sistema sa elasti nim segmentom i sa elasti nim prenosnikom, simultano. ak i pri koriš enju vrlo jednostavnog zakona upravljanja realizovano je dobro pra enje referentne trajektorije. Koriš ena je nova procedura za definisanje referentne trajektorije, u kojoj egzistiraju karakteristike elasti nosti na nivou estimiranih parametara elasti nosti. Sve je zasnovano na principima klasi ne mehanike uz zna ajnu implementaciju savremenih znanja iz robotike.

LITERATURA

[1] W. M. Spong., "Modelling and control of elastic joint robots, ASME J.of Dynamic Systems, Measurement and Control, 109, pp. 310-319, 1987.
 [2] L. Meirovitch, Analytical Methods in Vibrations... New York: Mac millan, 1967.

[3] M. Filipovic, and M. Vukobratovic, "Modeling of Flexible Robotic Systems," Computer as a Tool, EUROCON 2005, The International Conference, Belgrade, Serbia and Montenegro, Vol. 2, pp. 1196 – 1199, 21-24 Nov. 2005.
 [4] M. Filipovic, M. Vukobratovic, "Expansion of source equation of elastic line," Robotica, International Cambridge Journal, Volume 26, No 6, pp. 739-751, November 2008.
 [5] M. Filipovi , "Euler-Bernoulli Equation Today", IROS 2009: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Louis, MO, USA, pp. 5691-5696, 11-15 October 2009.
 [6] M. Filipovi and A. Djuric, "Whole analogue between Daniel Bernoulli solution and direct kinematics solution ", Theoretical and Applied Mechanics, Society Mechanics, Belgrade, Volume 37, No.1, Pages 49-78, 2010.
 [7] Ivanovi , S.; Petrovi , Z.; Luki , Lj.; or evi , Lj. SISTEM ALATA POSTPROCESORA GENERATORA NC PROGRAMA U FLEKSIBILNOM TEHNOLOŠKOM SISTEMU, TOOL SYSTEM OF POSTPROCESSOR GENERATOR OF NC PROGRAMS IN FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEM GODINA XV BROJ (30-31) 1-2/2009 str.203-214
 [8] Trifunovi , S. NEKI DRUŠTVENI ASPEKTI ROBOTIZACIJE, SOME SOCIAL ASPECTS OF ROBOTIZATION, GODINA XV BROJ (30-31) 1-2/2009 str.137 - 142

Oznake

$t(s)$	– vreme
$dt = 0.000107 (s)$	– perioda odabiranja
$T = 4 (s)$	– ukupno vreme
$p_s = [x \ y \ z \ \psi \ \phi \ \varphi]^T$	– Kartesianske (spoljašnje) koordinate
$\varphi = [p_{1,1} \ p_{1,2} \ p_{1,3} \ p_{1,4} \ \dots \ p_{1,n}]^T$	– vektor unutrašnjih koordinata
x_j, y_j, z_j	– lokalni koordinatni sistem, koji je postavljen u bazi posmatranog linka
$\bar{\theta} \in R^1 (rad)$	– ugao rotacije osovine motora posle reduktora
$\vartheta \in R^1 (rad)$	– ugao savijanja linka
$\omega \in R^1 (rad)$	– ugao zakretanja vrha posmatranog linka
$\xi \in R^1 (rad)$	– ugao uvijanja prenosnika
$H \in R^{k \times k}$	– matrica inercije
$h \in R^k$	– vektor centrifugalnih, gravitacionih i Korioisovih sila
J_e	– Jakobijeva matrica koja preslikava prostor spoljašnjih koordinata u prostor unutrašnjih koordinata
$R = 0.272(\Omega)$	– otpornost kola rotora
$u(V)$	– napon
$i(A)$	– struja rotora
$C_E = 6.1(V/(rad/s))$	– konstanta proporcionalnosti elektromotorne sile

$C_M = 6.1(Nm/A)$	– konstanta proporcionalnosti momenta
$B = 0(Nm/(rad/s))$	– koeficijent viskoznog trenja
$I = 4.52(kgm^2)$	– moment inercije motora redukovan na izlazno vratilo
$S = 0.0446$	– geometrija reduktora
$l = 0.3(m)$	– dužina linka
$D = 0.0169(m)$	– spoljni prenik linka
$\zeta = 0.7$	– odnos unutrašnjeg i spoljnog prenika cilindra linka
$f \in R^1$	– ugib
$m_b = 1(kg)$	– masa u podnožju segmenta,
$J_b = 0.00125(kgm^2)$	– moment inercije
$m = 2(kg)$	– masa na vrhu segmenta, moment inercije
$j = 0.0025(kgm^2)$	
$I_{mom} = 0.3042 \cdot 10^{-8} (m^4)$	– moment inercije popre nog preseka linka
$E_k (Nm)$	– kineti ka energija
$E_p (Nm)$	– potencijalna energija
$\Phi (Nm/s)$	– disipativna energija
ϕ	– generalizovane koordinate
$g (m/s^2)$	– gravitaciono ubzanje
$u \in R^1 (V)$	– upravlja ki signal
$C_s^o = 7.0278 \cdot 10^3 [kg/s^2]$	– karakteristika krutosti linka

$B_s^o = 10 [kg/s]$	– karakteristika prigušenja linka	$E_I = 69.3 \cdot 10^9 (N/m^2)$	– modul elastičnosti za aluminium
$C_\xi^o = 1.8143 \cdot 10^3 [Nm/rad]$	– karakteristika krutosti prenosnika	$\delta\bar{\theta}(t_0) = 0 (rad)$,	– početno odstupanje ugla zakretanja motora
$B_\xi^o = 10 [Nm/(rad/s)]$	– karakteristika prigušenja prenosnika	$\delta\dot{\theta}(t_0) = 0 (rad/s)$	
$I_O = 0.7854 \cdot 10^{-9} (m^4)$	– polarni moment inercije koji zavisi od prenika i debljine popre nog preseka prenosnika	$K_{lp} = 3610Q$	– poziciono i brzinsko upravljačka pojačanja za stabilizaciju kretanja
$a_{uv} = 0.03 (m)$	– dužina na kojoj se dešava uvijanje prenosnika	$K_{lv} = 380$	

NEW ACCESS IN THE SYNTHESIS AND ANALYSIS OF MOVEMENT OF ELASTIC LINK IN THE FRAME OF ROBOTICS CONFIGURATION

Abstract: The kinematic model of system (direct and inverse model) is created involving new definition of Denavit-Hartenbergs parameters, Jacobian matrix and matrix transformation, respectively the procedure of the „inverse kinematics“ and „direct kinematics“ solutions in the Robotic. The special attention is devoted to the dynamics of movement of elastic link in the frame of robotics configuration in this paper. The motion equation should be supplemented with all the forces that are participating in the formation of the elasticity moment of the considered mode. This proposed procedure of analysis of complex flexible robotic systems practicality it isn't important how much robotic system is complex or flexible, because these are characteristics included in “kinematics” and dynamic model.

Keywords: robot, modeling, elastic deformation, gear, link, coupling, kinematics, dynamics, trajectory planning.

Datum prijema rada: 24. 09. 2010. god.