Analiza pouzdanosti konzolne glodalice - GVK-1P

Stojko Biočanin^{1*}, Milica Timotijević²

¹ Visoka tehnička škola strukovnih studija, Novi Beograd (Serbia)

² „Šinvoz” d.o.o, Zrenjanin, (Serbia)

Određivanjem modela pouzdanosti složenih proizvodnih sistema može se predvideti njihova zakonitost ponašanja u radu. Model pouzdanosti predstavlja jedan od elemenata za optimizaciju proizvodnje i održavanja. U radu je prikazana metodologija određivanja modela pouzdanosti konzolne glodalice na bazi prikupljanja i statističke obrade podataka o njenim otkazima tokom eksploatacije. Osnovu izložene metodologije čine parametri pouzdanosti dobijeni praćenjem otkaza konzolne glodalice u realnim uslovima eksploatacije

Ključne reči: pouzdanost, glodalica, parametri, otkaz, raspodela

1. UVODNO RAZMATRANJE

Objekt istraživanja je konzolna glodalica GVP-1P. Na konkretnom primeru izabrane glodalice prikazana je metodologija određivanja modela pouzdanosti.

Postupak određivanja zakona raspodele vremena rada do otkaza, na osnovu empirijskih podataka, sproveden je u tri etape. U prvoj etapi, procenjeni su pokazatelji pouzdanosti tj. određene karakteristike statističkog skupa i procenjene vrednosti potpunih karakteristika slučajne promenljive. U drugoj etapi, na osnovu rezultata dobijenih u prvoj etapi, određen je teorijski model raspodele koji bi mogao da se koristi za aproksimaciju empirijske raspodele. Detaljan prikaz poređenja prikazanog teorijskog modela raspodele sa empirijskom raspodelom izvršen je u trećoj etapi [1].

2. PROCENA PARAMETARA POUZDANOSTI

Podaci o vremenu rada do otkaza glodalice, dobijeni su praćenjem u eksploataciji i iskazani su u časovima rada (č). Vremena radnog veka alata preuzeta su iz tehničke dokumentacije glodalice. Tabela 1 prikazuje uzorak od 41 vrednosti vremena rada do otkaza, što je dovoljan statistički skup u odnosu na optimalan plan skraćenih ispitivanja za ocenu pouzdanosti (usvojen je koeficijent varijacije od 0,5, i apriorna relativna greška ocene pokazatelja pouzdanosti od 0,05).

Na osnovu podataka iz prethodne tabele uočava se da su:

- ukupan broj podataka (veličina uzorka): $n = 41$,
- minimalna vrednost vremena do otkaza: $t_{\min} = 51$ h,
- maksimalna vrednost vremena do otkaza: $t_{\max} = 905$ h.

Statističke mere su:

- srednja vrednost vremena do otkaza: $t_{sr} = 398,2927$ h,
- standardna devijacija: $SD = 196,5119$ h,
- medijana vremena do otkaza: 362 h,
- raspon vremena do otkaza: 854 h.

Tabela 1: Podaci o vremenu rada do otkaza glodalice

Otkaz Br.	Vreme otkaza (h)	Otkaz Br.	Vreme otkaza (h)	Otkaz Br.	Vreme otkaza (h)
1.	847	15.	246	29.	556
2.	345	16.	512	30.	276
3.	662	17.	338	31.	604
4.	105	18.	318	32.	284
5.	562	19.	618	33.	475
6.	330	20.	233	34.	389
7.	403	21.	111	35.	475
8.	488	22.	476	36.	408
9.	735	23.	329	37.	905
10.	316	24.	201	38.	362
11.	699	25.	203	39.	199
12.	51	26.	396	40.	240
13.	187	27.	348	41.	481
14.	204	28.	413		

U daljoj analizi vršena je obrada metodama za veliki uzorak. Na osnovu izračunatih statističkih mera, izračunata je vrednost koeficijenta varijacije:

$$v = SD / t_{sr} = 0.493$$

Kako je izračunata vrednost koeficijenta varijacije manja od usvojene ($v=0,5$), može se pristupiti obradi podataka s ciljem određivanja zakona raspodele vremena rada do otkaza glodalice. Broj intervala je: $z = 1 + 3.3 \cdot \log_{10}(n) = 6.32$ [3], i može se usvojiti: $z = 6$ (Table 2).

Tabela 2: Rezultati grupisanja vremena otkaza po intervalima

Red. br.intervala	i	1	2	3	4	5	6
Donja vrednost intervala [mč]	i_d	51,0	193,3	335,7	478,0	620,3	762,7
Gornja vrednost intervala [mč]	i_g	193,3	335,7	478,0	620,3	762,7	905,0
Srednja vrednost intervala [mč]	$s_{vinterv}$	122,2	264,5	406,8	549,2	691,5	833,8
Br. otkaza u intervalu	n_i	4	13	12	7	3	2

Tabela 3: Procenjene vrednosti indikatora pouzdanosti

i	N _i	S _{interv}	c _{nis}	f [h ⁻¹]	F	R	h [h ⁻¹]
1	4	122,2	2,0	6,85E-04	4,88E-02	9,51E-01	7,21E-04
2	13	264,5	10,5	2,23E-03	2,56E-01	7,44E-01	2,99E-03
3	12	406,8	23,0	2,06E-03	5,61E-01	4,39E-01	4,68E-03
4	7	549,2	32,5	1,20E-03	7,93E-01	2,07E-01	5,79E-03
5	3	691,5	37,5	5,14E-04	9,15E-01	8,54E-02	6,02E-03
6	2	833,8	40,0	3,43E-04	9,76E-01	2,44E-02	1,41E-02

Oznake korišćene u Tabeli 3 su [4]:

- i - red. br. intervala,
- S_{interv} - srednja vrednost intervala (mč),
- F – kumulativna funkcije raspodele (funkcija nepouzdanosti),
- F_{twa} – aproksimativna Vejbelova funkcija pouzdanosti (teorijska),
- ΔF_{twa} = |F – F_{twa}| - apsolutna vrednost razlike empirijske i teorijske kumulativne raspodele,
- $\chi^2 = \frac{|F - F_{twa}|^2}{F_{twa}}$ - hi-kvadrat vrednost za i-ti interval,
- k = z-r-1 – stepeni slobode; pri čemu su:
z- broj intervala; r - number of theoretical distribution parameters broj parametara teorijske raspodele,
- $R_0 = \frac{|Sum(\chi^2) - k|}{\sqrt{2k}}$ uporedna vrednost za test Romanovskog.

Slike 1 - 4 prikazuju procenjene vrednosti indikatora pouzdanosti.

Slika 1: Vejbelova kumulativna funkcija gustine

Slika 2: Vejbelova kumulativna funkcija raspodele

Slika 3: Vejbelova funkcija pouzdanosti

Slika 4: Funkcija inteziteta otkaza

3. ODREĐIVANJE MODELA RASPODELE I PARAMETARA SA OCENOM SAGLASNOSTI

3.1 Aproksimacija empirijske raspodele teorijskom Vejbulovom raspodelom

Vejbulova raspodela verovatnoće definisana je sa tri parametra:

$$\eta_w = 451.0081$$

$$\beta_w = 2.1660$$

$$F_{twa} = [0.0576 \quad 0.2712 \quad 0.5524 \quad 0.7855 \quad 0.9208 \quad 0.977]$$

Slika 5 prikazuje odstupanje Vejbulove aproksimativne raspodele u odnosu na empirijsku raspodelu.

Statistički test Kolmogorov-Smirnova

Za usvojeni nivo rizika $\alpha = 0,2$ i uzorak $N = n = 41$, tablična vrednost Kolmogorov-Smirnov veličine je $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. Saglasno Tabeli 4, najveća razlika između vrednosti teorijske raspodele F_{twa} i procenjenih vrednosti F iznosi $Max(\Delta F_{twa}) = D_n = 0.0151$. Kako je $D_n < D_{tab}$, aproksimativna Vejbulova raspodela zadovoljava test Kolmogorov-Smirnova.

Tabela 4: Izračunate vrednosti za testiranje Weibulove raspodele

i	SV _{interv}	F	F _{tw}	ΔF_{twa}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0576	0,0089	0,0014
2	264,5	0,2561	0,2712	0,0151	0,0008
3	406,8	0,5610	0,5524	0,0086	0,0001
4	549,2	0,7927	0,7855	0,0072	0,0001
5	691,5	0,9146	0,9208	0,0062	0,0000
6	833,8	0,9756	0,9777	0,0021	0,0000
7	122,2	0,0488	0,0576	0,0089	0,0014
				Max(ΔF_{twa}):	0,0151
				Sum (χ^2):	0,0024
				Stepeni slobode - k:	3
				Uporedna vrednost za test Romanovskog - R _o :	1,2237

Tabela 5: Izračunate vrednosti za testiranje eksponencijalne raspodele

i	S _{interv}	F	F _{te}	ΔF_{te}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,2641	0,2154	0,1756
2	264,5	0,2561	0,4853	0,2292	0,1082
4	406,8	0,5610	0,6399	0,0789	0,0097
5	549,2	0,7927	0,7481	0,0446	0,0027
6	691,5	0,9146	0,8238	0,0908	0,0100
7	833,8	0,9756	0,8767	0,0989	0,0111
				Max(ΔF_{te}):	0,2292
				Sum (χ^2):	0,3174
				Stepeni slobode - k:	4
				Uporedna vrednost za test Romanovskog - R _o :	1,3020

Slika 5: Odstupanje Weibulove u odnosu na empirijsku raspodelu

Pirsonov test

Za usvojeni nivo značajnosti $\alpha = 0,05$ i broj stepeni slobode $k = 3$, tablična vrednost za Sum (χ^2) je 7.815. Prema Tabeli 4 izračunata vrednost za Sum (χ^2) je 0.0024. Kako je izračunata vrednost za Sum (χ^2) = 0.0024 manja od tablične vrednosti za Sum (χ^2) = 7.815, aproksimativna teorijska Weibulova raspodela zadovoljava test Pirsona.

Test Romanovskog

Kako je izračunata vrednost za test Romanovskog - R_o = 1.2237 manja od 3, aproksimativna teorijska Weibulova raspodela zadovoljava test Romanovskog.

3.2 Aproksimacija empirijske raspodele teorijskom eksponencijalnom raspodelom

Parametri eksponencijalne raspodele su:

$$\lambda_e = 0.0025$$

$$F_{te} = [0.2641 \quad 0.4853 \quad 0.6399 \quad 0.7481 \quad 0.8238 \quad 0.8767]$$

Slika 6 prikazuje odstupanje eksponencijalne aproksimativne raspodele od empirijske.

Kolmogorov-Smirnov test

Za usvojeni nivo rizika $\alpha = 0,2$ i uzorak $N = n = 41$, tablična vrednost Kolmogorov-Smirnov veličine je $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. Saglasno Tabeli 5, najveća razlika između vrednosti teorijske raspodele F_{te} i procenjenih vrednosti F iznosi $\text{Max}(\Delta F_{te}) = D_n = 0.2292$. Kako je $D_n < D_{tab}$, aproksimativna eksponencijalna raspodela ne zadovoljava test Kolmogorov-Smirnova tj. empirijska raspodela se prema ovom testu ne može aproksimirati sa eksponencijalnom raspodelom.

Slika 6: Odstupanje eksponencijalne aproksimativne raspodele i odnosu na empirijsku

Pirsonov test

Za usvojeni nivo značajnosti $\alpha = 0,05$ i broj stepeni slobode $k = 4$, tablična vrednost za $\text{Sum}(\chi^2)$ je 9.488. Prema Tabeli 5 izračunata vrednost za $\text{Sum}(\chi^2)$ je 0.3174. Kako je izračunata vrednost za $\text{Sum}(\chi^2) = 0.3174$ manja od tablične vrednosti za $\text{Sum}(\chi^2) = 9.488$, aproksimativna teorijska Weibulova raspodela zadovoljava test Pirsona.

Test Romanovskog

Kako je izračunata vrednost za test Romanovskog - $R_o = 1.3020$ manja od 3, aproksimativna teorijska Weibulova raspodela zadovoljava test Romanovskog.

3.3 Aproksimacija empirijske raspodele Rejsijevom raspodelom

Parametri rejlijeve raspodele verovatnoće su:

$$\sigma r = 313.2987$$

$$F_{tr} = [0.0732 \quad 0.2998 \quad 0.5696 \quad 0.7848 \quad 0.9125 \quad 0.9710]$$

Slika 7 prikazuje odstupanje Rejljeve aproksimativne raspodele od empirijske.

Figure 7: The deviation of Rayleigh's approximate distribution from the empirical distribution

Kolmogorov-Smirnov test

Za usvojeni nivo rizika $\alpha = 0,2$ i uzorak $N = n = 41$, tablična vrednost Kolmogorov-Smirnov veličine je $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. Saglasno Tabeli 6, najveća razlika između vrednosti teorijske raspodele F_{tr} i procenjenih vrednosti F iznosi $\text{Max}(\Delta F_{tr}) = D_n = 0.0437$. Kako je $D_n < D_{tab}$, aproksimativna Rejljeva raspodela zadovoljava test Kolmogorov-Smirnova.

Pirsonov test

Za usvojeni nivo značajnosti $\alpha = 0,05$ i broj stepeni slobode $k = 4$, tablična vrednost za $\text{Sum}(\chi^2)$ je 9.488. Prema Tabeli 6 izračunata vrednost za $\text{Sum}(\chi^2)$ je 0.0148. Kako je izračunata vrednost za $\text{Sum}(\chi^2) = 0.0148$ manja od tablične vrednosti za $\text{Sum}(\chi^2) = 9.488$, aproksimativna teorijska Rejljeva raspodela zadovoljava test Pirsona.

Test Romanovskog

Kako je izračunata vrednost za test Romanovskog - $R_o = 1.4090$ is manja od 3, aproksimativna teorijska Weibulova raspodela zadovoljava test Romanovskog.

Tabela 6: Izračunate vrednosti za testiranje Rejljeve raspodele

i	SV _{interv}	F	F _{tr}	ΔF_{tr}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0732	0,0244	0,0082
2	264,5	0,2561	0,2998	0,0437	0,0064
4	406,8	0,5610	0,5696	0,0087	0,0001
5	549,2	0,7927	0,7848	0,0079	0,0001
6	691,5	0,9146	0,9125	0,0022	0,0000
7	833,8	0,9756	0,9710	0,0046	0,0000
Max(ΔF_{tr}):					0,0437
Sum (χ^2):					0,0148
Degrees of freedom - k:					4
Comparative value for Romanovsky test - R_o :					1,4090

Tabela 7: Izračunate vrednosti za testiranje normalne raspodele

i	SV _{interv}	F	F _{tn}	ΔF_{tn}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0800	0,0312	0,0122
2	264,5	0,2561	0,2480	0,0081	0,0003
4	406,8	0,5610	0,5173	0,0436	0,0037
5	549,2	0,7927	0,7787	0,0140	0,0003
6	691,5	0,9146	0,9322	0,0175	0,0003
7	833,8	0,9756	0,9867	0,0111	0,0001
				Max(ΔF_{tn}):	0,0436
				Sum (χ^2):	0,0168
				Deegres of freedom - k:	3
				Comparative value for Romanovsky test - R _o :	
				R _o :	1,2179

3.4 Aproximacija empirijske raspodele teorijskom normalnom raspodelom

Parametri normalne raspodele su:

$$\mu_n = 398.2927, \sigma_n = 196.5119$$

$$F_{tn} = [0.0800 \quad 0.2480 \quad 0.5173 \quad 0.7787 \quad 0.9322 \quad 0.9867]$$

Slika 8 prikazuje odstupanje aproksimativne normalne raspodele u odnosu na empirijsku.

Slika 8: Odstupanje aproksimativne normalne raspodele od empirijske

Kolmogorov-Smirnov test

Za usvojeni nivo rizika $\alpha = 0,2$ i uzorak $N = n = 41$, tablična vrednost Kolmogorov-Smirnov veličine je

$d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. Saglasno Tabeli 6, najveća razlika između vrednosti teorijske raspodele F_{tn} i procenjenih vrednosti F iznosi $Max(\Delta F_{tn}) = D_n = 0.0436$. Kako je $D_n < D_{tab}$, aproksimativna normalna raspodela zadovoljava test Kolmogorov-Smirnova.

Pirsonov test

Za usvojeni nivo značajnosti $\alpha = 0,05$ i broj stepeni slobode $k = 3$, tablična vrednost za Sum (χ^2) je 7.815. Prema Tabeli 7 izračunata vrednost za Sum (χ^2) je 0.0168. Kako je izračunata vrednost za Sum (χ^2) = 0.0168 manja od tablične vrednosti za Sum (χ^2) = 7.815, aproksimativna teorijska Rejljeva raspodela zadovoljava test Pirsona.

Test Romanovskog

Kako je izračunata vrednost za test Romanovskog - $R_o = 1.2179$ is manja od 3, aproksimativna teorijska normalna raspodela zadovoljava test Romanovskog.

4. ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA I IZBOR MODLEA POUZDANOSTI

Pri neparametarskom testiranju hipotetičkih modela raspodele dobijaju se kvantitativni pokazatelji odstupanja teorijskih modela od empirijske raspodele. Prema [1] izračunata odstupanja mogu se iskoristiti ne samo za potvrdu da li teorijski model zadovoljava određeni test za usvojeni nivo značajnosti, već i da se usvoji onaj teorijski model kod koga su sva ili većina odstupanja najmanja. U Tabeli 8 dat je uporedni prikaz karakterističnih veličina za testove Kolmogorov-Smirnova, Pirsona i Romanovskog za sve korišćene teorijske aproksimativne modele pouzdanosti glodalice.

Tabela 8: Uporedni prikaz odstupanja kvantitativnih indikatora teoriskih raspodela u odnosu na empirijsku raspodelu

Raspodela \ Test	Kolmogorov-Smirnov test: D_n	Pirson test: χ^2	Romanovski test: R_o
Vejbulova	0,0151	0,0024	1,2237
Eksponencijalna	0,2292	0,3174	1,3020
Rajlijeva	0,0437	0,0148	1,4090
Normalna	0,0436	0,0168	1,2179

Pri testiranju eksponencijalne raspodele testom Kolmogorov-Smirnova zaključeno je da ova raspodela ne zadovoljava navedeni test, pa će se shodno tome isključiti kao kandidat za aproksimativni model.

Iz tabele 8 se vidi da odstupanja D_n prema testu Kolmogorov-Smirnova i vrednost veličine χ^2 za dva od ukupno tri primenjena testa ubedljivo najmanji za Vejbulovu raspodelu, za aproksimativni model pouzdanosti glodalice usvojena je Vejbulova dvoparametarska raspodela sa parametrom razmere $\eta_w=450.0081$ i parametrom oblika $\beta_w=2.1660$. Izraz za funkciju pouzdanosti glasi:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta_w}\right)^{\beta_w}} = e^{-\left(\frac{t}{450.0081}\right)^{2.1660}}$$

Pri izračunavanju funkcije pouzdanosti prema navedenom izrazu, promenljiva t se izražava u časovima rada.

5. ZAKLJUČAK

Na osnovu podataka o otkazima prikupljenih iz eksploatacije, određen je model pouzdanosti glodalice. Posle grupisanja otkaza po intervalima vremena rada do otkaza izvršena je procena pokazatelja pouzdanosti: funkcije pouzdanosti, funkcije nepouzdanosti, funkcije gustine raspodele otkaza i funkcije inteziteta otkaza. Na osnovu dobijenih podataka izvršen je izbor teorijskih raspodela koje najbolje aproksimiraju empirijske raspodele. Aproksimacija empirijskih raspodela vršena je teorijskom Vejbulovom (Weibull), eksponencijalnom, Rejljevom

(Rayleigh) i normalnom raspodelom. Uporedna analiza poklapanja empirijskih i teorijskih raspodela vršena je testovima Kolmogorov-Smirnova, Pirsonovim testom i testom Romanovskog. Na osnovu rezultata testiranja za model pouzdanosti usvojena je Vejbulova dvoparametarska raspodela. Ovo potvrđuje univerzalnost Vejbulove dvoparametarske raspodele u određivanju pouzdanosti složenih tehničkih sistema.

Dobijeni model pouzdanosti može se iskoristiti za određivanje pouzdanosti glodalice ili da se dobije vreme u kojem će nastupiti otkaz. I u jednom i drugom slučaju možemo dobiti podatke koji se mogu koristiti u planiranju i organizaciji proizvodnje kao i u realizaciji održavanja glodalice [5]. Navedena metodologija se može koristiti za određivanje modela pouzdanosti i drugih tehničkih sistema.

LITERATURA

- [1] Dr Dobrivoje Ćatić: Razvoj i primena metoda teorije pouzdanosti, Mašinski fakultet, Kragujevac, (2005.)
- [2] Statistics Toolbox For Use With MATLAB, The MathWorks, 1993-2002,
- [3] Dr Gradimir Ivanović, dr Dragutin Stanivuković: Pouzdanost – analiza i projektovanje, Tehnička uprava SSNO, (1988.)
- [4] Dr Jezdimir Knežević: Upravljanje procesima održavanja i obnavljanja tehničkih sistema na osnovu teorije pouzdanosti, „OMO“Belgrade, (1988.)
- [5] S Biočanin, „Optimalna periodičnost održavanja vozila posebne namene“, PhD Thesis, (2013)

A Reliability Analysis Of The Horizontal Milling Machine - GVK-1P

Stojko Biočanin^{1*}, Milica Timotijević²

¹ Technical College of Professional Studies, Novi Beograd (Serbia)

² „Šinvoz” d.o.o, Zrenjanin, (Serbia)

The operational behavior of the complex production systems can be predicted by determining the adequate reliability model. The reliability model provides one of the elements for optimizing production and maintenance. This paper presents a methodological definition of milling machine reliability model based on the collecting and statistical processing of its failure data during exploitation. The basis of the presented methodology is the reliability parameters obtained by monitoring the failure of horizontal milling machines under operating conditions.

Keywords: reliability, milling, parameters, failure, distribution

1. INTRODUCTION

The object of study is the horizontal milling machine GVP-1P. The methodology of the reliability modeling process is shown on the concrete model of the milling machine.

The process of finding the distribution law of failure time data, based on empirical values, was carried out in three stages. In the first stage, reliability indicators were estimated, ie. certain characteristics of the statistical set and the estimated values of the complete characteristics of a random variable have been determined. In the second stage, based on the results obtained in the first stage, a theoretical distribution model was determined, which could be used to approximate the empirical distribution function. A comprehensive review of the comparison between the obtained model of theoretical and empirical distribution is performed in the third stage [1].

2. ESTIMATION OF RELIABILITY INDICATORS

Failure times data of the milling machine (units=hours) are collected by advanced real-time monitoring. The actual tool lifetimes are taken from the milling machine's technical documentation. Table 1 shows a sample set of 41 values of failure time, which is an adequate statistical set relative to the shortened optimal reliability test plan (a coefficient of variation is 0.5 and a priori relative error of the reliability indicators rating is 0.05).

Based on the values mentioned above, it can be seen that are:

- total number of data (sample size): $n = 41$,
- minimal value of failure time: $t_{\min} = 51$ h,
- maximal value of failure time: $t_{\max} = 905$ h.

The statistical measures are:

- mean time to failure: $t_{\text{sr}} = 398,2927$ h,
- standard deviation: $SD = 196,5119$ h,
- median time to failure: 362 h,
- range of failure: 854 h.

Table 1: The failure time of the milling machine

Failure No.	Failure time (h)	Failure No.	Failure time (h)	Failure No.	Failure time (h)
1.	847	15.	246	29.	556
2.	345	16.	512	30.	276
3.	662	17.	338	31.	604
4.	105	18.	318	32.	284
5.	562	19.	618	33.	475
6.	330	20.	233	34.	389
7.	403	21.	111	35.	475
8.	488	22.	476	36.	408
9.	735	23.	329	37.	905
10.	316	24.	201	38.	362
11.	699	25.	203	39.	199
12.	51	26.	396	40.	240
13.	187	27.	348	41.	481
14.	204	28.	413		

Large sample methods were processed in further analysis. Based on the calculated statistical measures, the coefficient of variation was calculated:

$$v = SD / t_{\text{sr}} = 0.493$$

As the calculated value of the coefficient of variation is less than the one adopted ($v=0.5$), data processing can be started to determine the distribution law of failure time. The number of intervals is: $z = 1 + 3.3 \cdot \log_{10}(n) = 6.32$ [3], and can be adopted: $z = 6$ (Table 2).

Table 2: Results of grouping failure time by intervals

Interval No.	i	1	2	3	4	5	6
The lower limit of an interval [machine-hour]	i_d	51,0	193,3	335,7	478,0	620,3	762,7
The upper limit of the interval [machine-hour]	i_g	193,3	335,7	478,0	620,3	762,7	905,0
Interval mean value [machine-hour]	SV_{interv}	122,2	264,5	406,8	549,2	691,5	833,8
No. of failure in an interval	n_i	4	13	12	7	3	2

* Corresponding author: Boulevard Zorana Đinđića 152a, Belgrade, stojkobioceanin@gmail.com

Table 3: Estimated values of reliability indicators

i	N _i	S _{vinterv}	c _{nis}	f [h ⁻¹]	F	R	h [h ⁻¹]
1	4	122,2	2,0	6,85E-04	4,88E-02	9,51E-01	7,21E-04
2	13	264,5	10,5	2,23E-03	2,56E-01	7,44E-01	2,99E-03
3	12	406,8	23,0	2,06E-03	5,61E-01	4,39E-01	4,68E-03
4	7	549,2	32,5	1,20E-03	7,93E-01	2,07E-01	5,79E-03
5	3	691,5	37,5	5,14E-04	9,15E-01	8,54E-02	6,02E-03
6	2	833,8	40,0	3,43E-04	9,76E-01	2,44E-02	1,41E-02

The labels used in Table 3 are [4]:

- i - interval number,
- S_{vinterv} - mean value of interval (machine-hour),
- F – the cumulative density function (unreliability function),
- F_{twa} – the approximate reliability function for the Weibull distribution (theoretical),
- $\Delta F_{twa} = |F - F_{twa}|$ - the absolute value of the difference between empirical and theoretical cumulative function,
- $\chi^2 = \frac{|F - F_{twa}|^2}{F_{twa}}$ - chi-square statistic for the i-th interval,
- k = z-r-1 – the number of degrees of freedom; where are:
z- number of the intervals; r - number of the theoretical distribution parameters,
- $R_0 = \frac{|Sum(\chi^2) - k|}{\sqrt{2k}}$ - comparative value for the Romanovsky test.

Figures 1 - 4 show the estimated reliability indicators.

Figure 1: The 3-parameter Weibull cumulative density function

Figure 2: The Weibull unreliability function

Figure 3: The Weibull reliability function

Figure 4: The Weibull failure rate

3. DETERMINATION OF DISTRIBUTION MODELS AND PARAMETERS WITH ACCORDANCE EVALUATION

3.1 The approximation of empirical by the theoretical Weibull distribution

The Weibull probability distribution has three parameters:

$$\eta_w = 451.0081$$

$$\beta_w = 2.1660$$

$$F_{twa} = [0.0576 \quad 0.2712 \quad 0.5524 \quad 0.7855 \quad 0.9208 \quad 0.977]$$

Figure 5 gives the deviation of Weibull's approximate distribution related to the empirical distribution.

Kolmogorov-Smirnov statistic test

For the adopted risk level $\alpha = 0,2$ and the sample size $N = n = 41$, the table value of the Kolmogorov-Smirnov statistic is $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. According to Table 4, the largest difference between the theoretical distribution values F_{twa} and the estimated values F is $\max(\Delta F_{twa}) = D_n = 0.0151$. Since $D_n < D_{tab}$, the approximate Weibull distribution satisfies the Kolmogorov-Smirnov test.

Table 4: The calculated values for Weibull distribution testing

i	SV _{interv}	F	F _{tw}	ΔF_{twa}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0576	0,0089	0,0014
2	264,5	0,2561	0,2712	0,0151	0,0008
3	406,8	0,5610	0,5524	0,0086	0,0001
4	549,2	0,7927	0,7855	0,0072	0,0001
5	691,5	0,9146	0,9208	0,0062	0,0000
6	833,8	0,9756	0,9777	0,0021	0,0000
7	122,2	0,0488	0,0576	0,0089	0,0014
				Max(ΔF_{twa}):	0,0151
				Sum (χ^2):	0,0024
				Degrees of freedom - k:	3
				Comparative value for Romanovsky test- R _o :	1,2237

Table 5: The calculated values for exponential distribution testing

i	S _{interv}	F	F _{te}	ΔF_{te}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,2641	0,2154	0,1756
2	264,5	0,2561	0,4853	0,2292	0,1082
4	406,8	0,5610	0,6399	0,0789	0,0097
5	549,2	0,7927	0,7481	0,0446	0,0027
6	691,5	0,9146	0,8238	0,0908	0,0100
7	833,8	0,9756	0,8767	0,0989	0,0111
				Max(ΔF_{te}):	0,2292
				Sum (χ^2):	0,3174
				Degrees of freedom - k:	4
				Comparative value for Romanovsky test - R _o :	1,3020

Figure 5: A comparative review of Weibull's and empirical distribution

Pearson test

For the adopted significance level $\alpha = 0,05$ and the degrees of freedom $k = 3$, the table value for $\text{Suma}(\chi^2)$ is 7.815. According to Table 4, the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2)$ is 0.0024. As the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 0.0024$ is less than the tabulated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 7.815$, the approximate theoretical Weibull distribution satisfies the Pearson test.

Romanovsky test

As the calculated value for the Romanovsky test - $R_o = 1.2237$ is less than 3, the approximate theoretical Weibull distribution satisfies the Romanovsky test.

3.2 The empirical distribution approximation by the theoretical exponential distribution

The exponential distribution parameters are as follows:

$$\lambda_e = 0.0025$$

$$F_{te} = [0.2641 \quad 0.4853 \quad 0.6399 \quad 0.7481 \quad 0.8238 \quad 0.8767]$$

Figure 6 gives a graphical representation of the deviation of the exponential approximate distribution from the empirical distribution.

Kolmogorov-Smirnov test

For the adopted risk level $\alpha = 0,2$ and the sample size $N = n = 41$ the table value for of the Kolmogorov-Smirnov statistic is $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. According to Table 5, the largest difference between the theoretical distribution values F_{te} and the estimated values F is $\text{Max}(\Delta F_{te}) = D_n = 0.2292$. Since $D_n > D_{tab}$, the approximate theoretical exponential distribution does not satisfy the Kolmogorov-Smirnov test, ie. the empirical

distribution cannot be approximated with the exponential distribution according to this test.

Figure 6: A comparative review of exponential and empirical distribution

Pearson test

For the adopted significance level $\alpha = 0,05$ and the degrees of freedom $k = 4$, the table value for $\text{Sum}(\chi^2)$ is 9.488. According to Table 5, the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2)$ is 0.3174. As the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 0.3174$ is less than the tabulated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 9.488$, the approximate exponential theoretical distribution satisfies the Pearson test.

The Romanovsky test

As the calculated value for the Romanovsky test - $R_o = 1.3020$ is less than 3, the approximate theoretical exponential distribution satisfies the Romanovsky test.

3.3 The empirical distribution approximation by the theoretical Rayleigh distribution

The Rayleigh probability distribution parameters are

$$\sigma r = 313.2987$$

$$F_{tr} = [0.0732 \ 0.2998 \ 0.5696 \ 0.7848 \ 0.9125 \ 0.9710]$$

Figure 7 shows the deviation of Rayleigh's approximate distributions from the empirical distribution.

Figure 7: A comparative review of Rayleigh's and empirical distribution

Kolmogorov-Smirnova test

For the adopted risk level $\alpha = 0.2$ and the sample size $N = n = 41$ the table value for for of the Kolmogorov-Smirnov statistic is $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. According to Table 6, the largest difference between the theoretical distribution values F_{tr} and the estimated values F is $\text{Max}(\Delta F_{tr}) = D_n = 0.0437$. Since $D_n < D_{tab}$, the approximate theoretical Rayleigh distribution satisfies the Kolmogorov-Smirnov test.

Pearson test

For the adopted significance level $\alpha = 0,05$ and the degrees of freedom $k = 4$, the table value for $\text{Sum}(\chi^2)$ is 9.488. According to Table 6, the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2)$ is 0.0148. As the calculated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 0.0148$ is less than the tabulated value for $\text{Sum}(\chi^2) = 9.488$, the approximate theoretical Rayleigh distribution satisfies the Pearson test.

Romanovsky test

As the calculated value for the Romanovsky test $R_o = 1.4090$ is less than 3, the approximate theoretical Rayleigh distribution satisfies the Romanovsky test.

Table 6: The obtained values for Rayleigh distribution testing

i	SVinterv	F	F _{tr}	ΔF_{tr}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0732	0,0244	0,0082
2	264,5	0,2561	0,2998	0,0437	0,0064
4	406,8	0,5610	0,5696	0,0087	0,0001
5	549,2	0,7927	0,7848	0,0079	0,0001
6	691,5	0,9146	0,9125	0,0022	0,0000
7	833,8	0,9756	0,9710	0,0046	0,0000
				Max(ΔF_{tr}):	0,0437
				Sum (χ^2):	0,0148
				Degrees of freedom - k:	4
				Comparative value for Romanovsky test - R_o :	1,4090

Table 7: The obtained values for normal distribution testing

i	SV _{interv}	F	F _{tn}	ΔF_{tn}	χ^2
1	122,2	0,0488	0,0800	0,0312	0,0122
2	264,5	0,2561	0,2480	0,0081	0,0003
4	406,8	0,5610	0,5173	0,0436	0,0037
5	549,2	0,7927	0,7787	0,0140	0,0003
6	691,5	0,9146	0,9322	0,0175	0,0003
7	833,8	0,9756	0,9867	0,0111	0,0001
				Max(ΔF_{tn}):	0,0436
				Sum (χ^2):	0,0168
				Degrees of freedom - k:	3
				Comparative value for Romanovsky test - R _o :	1,2179

3.4 The empirical distribution approximation by the theoretical normal distribution

The normal distribution parameters are

$$\mu_n = 398.2927, \sigma_n = 196.5119$$

$$F_m = [0.0800 \ 0.2480 \ 0.5173 \ 0.7787 \ 0.9322 \ 0.9867]$$

Figure 8 gives the deviation of the normal approximate distribution from the empirical distribution

Figure 8: A comparative review of normal and empirical distribution

Kolmogorov-Smirnov Test

For the adopted risk level $\alpha = 0,2$ and the sample size $N = n = 41$, the table value for the Kolmogorov-Smirnov statistic is $d_\alpha = D_{tab} = 1.07 / \sqrt{N} = 0.1671$. According to Table 7, the largest difference between the theoretical distribution values F_m and the estimated values F

is $Max(\Delta F_{tn}) = D_n = 0.0436$. Since $D_n < D_{tab}$, the approximate theoretical normal distribution satisfies the Kolmogorov-Smirnov test, that is, the empirical distribution according to this test can be approximated with the normal distribution.

Pearson test

For the adopted significance level $\alpha = 0,05$ and the number of degrees of freedom $k=3$, the table value for $Sum(\chi^2)$ is 7.815. According to Table 7, the calculated value for $Sum(\chi^2)$ is 0.0168. As the calculated value for $Sum(\chi^2) = 0.0168$ is less than the table value for $Sum(\chi^2) = 7.815$, the approximate theoretical normal distribution satisfies the Pearson test.

Romanovsky test

As the calculated value for the Romanovsky test, $R_o = 1.2179$ is less than 3, the approximate theoretical normal distribution satisfies the Romanovsky test.

4. ANALYSIS OF OBTAINED RESULTS AND SELECTION OF RELIABILITY MODELS

By non-parametric testing of hypothetical distribution, n models are obtained quantitative indicators of the deviation of theoretical models from the empirical distribution. According to [1], the calculated deviations can be used not only to confirm whether the theoretical model satisfies a particular test for the adopted significance level but also to adopt the theoretical model where all or most of the deviations are the smallest. Table 8 gives a comparative overview of characteristic quantities for the Kolmogorov-Smirnov, Pearson and Romanovsky tests for all used theoretical approximation of the milling reliability models.

Table 8: A comparative review of indicators obtained by theoretical and empirical distribution models

Test	Kolmogorov-Smirnov test: D_n	Pearson test: χ^2	Romanovsky test: R_o
Distribution			
Weibull	0,0151	0,0024	1,2237
Exponential	0,2292	0,3174	1,3020
Rayleigh	0,0437	0,0148	1,4090
Normal	0,0436	0,0168	1,2179

When testing the exponential distribution with the Kolmogorov-Smirnov test, it was concluded that this distribution does not satisfy the stated test, and will accordingly be excluded as a candidate for the approximate model.

Table 8 shows that the deviations D_n according to the Kolmogorov-Smirnov test and the value of magnitude χ^2 are the smallest for the Weibull distribution. Weibull's two-parameter distribution with the scale parameter $\eta_w=450.0081$ and the shape parameter $\beta_w=2.1660$ was adopted for the approximate reliability model the of milling machine expression precision for the reliability function is:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta_w}\right)^{\beta_w}} = e^{-\left(\frac{t}{450.0081}\right)^{2.1660}}$$

When calculating the reliability function according to the stated expression, the variable t is expressed in hours of operation.

5. CONCLUSION

The reliability model of the milling machine was determined based on is of failures data collected in real-time. After grouping the failures by time intervals, the reliability indicators were sweated: the reliability function, the unreliability function, the density distribution function and the failure intensity function. Based on the obtained data, a selection of theoretical distributions that best approximate the empirical distributions was made. The empirical distributions were approximated by the theoretical Weibull, exponential, Rayleigh and normal distributions.

A comprehensive review of the comparison between the obtained model for theoretical distribution and empirical distribution was performed by Kolmogorov-Smirnov, Pearson and Romanovsky test. Based on the test results, Weibull's two-parameter distribution was adopted for the adequate reliability model. Also, the obtained results confirm the universality of Weibull's two-parameter distributions in determining the reliability of complex technical systems. The proposed reliability model can be used to determine the reliability of the milling machine or to obtain the time at which the failure will occur. In both cases, we can obtain data that can be used in the planning and organization of production as well as in the implementation of maintenance of the milling machine [5]. The proposed methodology can be used to determine the reliability models of a wide specter of technical systems.

REFERENCES

- [1] Dr Dobrivoje Ćatić: Razvoj i primena metoda teorije pouzdanosti, Mašinski fakultet, Kragujevac, (2005.)
- [2] Statistics Toolbox For Use With MATLAB, The MathWorks, 1993-2002,
- [3] Dr Gradimir Ivanović, dr Dragutin Stanivuković: Pouzdanost – analiza i projektovanje, Tehnička uprava SSNO, (1988.)
- [4] Dr Jezdimir Knežević: Upravljanje procesima održavanja i obnavljanja tehničkih sistema na osnovu teorije pouzdanosti, „OMO“Belgrade, (1988.)
- [5] S Biočanin, „Optimalna periodičnost održavanja vozila posebne namene“, PhD Thesis, (2013)