

STANDARDNI I MULTIPLIKATIVNI AHP

B. Srđević i Zorica Srđević

REZIME

U radu su prikazane metodološke i matematičke sličnosti i razlike dve verzije Analitičkog hijerarhijskog procesa, standardne i multiplikativne. Na odabranim primerima iz poljoprivrede i vodoprivrede ilustrovana je primena obe verzije ovog metoda višekriterijumske analize i optimizacije za podršku individualnog i grupnog odlučivanja.

Ključne reči: Analitički hijerarhijski proces, standardni AHP, multiplikativni AHP

UVOD

Analitički hijerarhijski proces se koristi u dve poznate verzije koje se ne razlikuju značajno u metodološkom smislu: standardni i multiplikativni. Pošto se problem odlučivanja dekomponuje u hijerarhiju, u obe verzije elementi na datom hijerarhijskom nivou međusobno se porede u parovima da bi se utvrdio njihov relativni značaj u odnosu na svaki od elemenata u višem nivou. Postupak se sprovodi na isti način na svim nivoima, najčešće od vrha prema bazi hijerarhije. Na vrhu hijerarhije je cilj, na prvom nižem nivou su kriterijumi, zatim slede (ako postoje) pod-kriterijumi, pod-pod-kriterijumi itd., sve do baznog nivoa gde su alternativna rešenja problema (moguće odluke).

Pri ocenjivanju međusobne važnosti dva elementa na datom nivou u odnosu na element u višem nivou (hijerarhije), za semantičko poređenje obično se koriste iskazi dati u prvoj koloni Tabele 1. U standardnom AHP, koji će zbog konciznosti dalje biti označavan kao SAHP, koristi se brojna skala iz druge kolone iste tabele. Ova skala se naziva Satijeva po autoru metoda AHP (Saaty, 1980) i služi da se

kvantifikuju verbalne ocene i omogućiti vrednovanje težine ‘merljivih’ i ‘nemerljivih’ elemenata iz iste hijerarhije. Drugim rečima, kada donosilac odluka semantički uporedi dva elementa, verbalna ocena se kvantifikuje kao broj iz Satijeve skale.

Za razliku od Satijeve, čija je jedna polovina linearna (1, 2, ..., 9), a druga nelinearna (1, 1/2, 1/3, ..., 1/9), u radu (Lotsma, 1988) predloženo je da se koristi ekvidistantna skala data u trećoj koloni Tabele 1. Skala se može nazvati Lotsmina, a pomoću nje se verbalne ocene mapiraju u brojeve na geometrijskoj relacionoj skali pomoću odgovarajuće parametrizovane eksponencijalne transformacije. Zbog toga što se pored drugačije skale koriste i neke modifikacije u rukovanju verbalnim ocenama i konačnoj matematičkoj sintezi rezultata za lokalne matrice unutar hijerarhije, verzija metoda je poznata pod nazivom multiplikativni AHP, a u daljem tekstu biće označavana kao MAHP.

Tabela 1. Satijeva i Lotsmina skala
Table 1. Saaty's and Lootsma' scale

Definicija Definition	Satijeva skala Saaty's scale (a_{ij})	Lotsmina skala Lootsma's scale (δ_{ij})
Apsolutna dominantnost elementa i nad elementom j Absolute dominance of element i over element j	9	+8
Vrlo jaka dominantnost i nad j Very strong dominance of i over j	7	+6
Jaka dominantnost i nad j Strong dominance of i over j	5	+4
Slaba dominantnost i nad j Weak dominance of i over j	3	+2
Isti značaj i i j Equal importance of i and j	1	0
Slaba dominantnost j nad i Weak dominance of j over i	1/3	-2
Jaka dominantnost j nad i Strong dominance of j over i	1/5	-4
Vrlo jaka dominantnost j nad i Very strong dominance of j over i	1/7	-6
Apsolutna dominantnost j nad i Absolute dominance of j over i	1/9	-8
Međuvrednosti u obe skale koriste se za kompromise između dve susedne ocene An intermediate numerical values are used in both scales to model hesitations between two adjacent judgments		

U radu su prikazane obe verzije metoda AHP, a zatim je na primerima iz poljoprivrede i vodoprovreda ilustrovana njihova primena i diskutovana su dobijena rešenja.

SAHP – STANDARDNI AHP

Bez gubljenja opštosti, može se posmatrati uprošćeni hijerarhijski model koji se sastoji od cilja, skupa kriterijuma C_j ($j = 1, 2, \dots, M$) i skupa alternativa A_i ($i = 1, 2, \dots, N$). Prvi korak u rešavanju modela je da se utvrde težinske vrednosti kriterijuma u odnosu na cilj, vektor $c = (c_1, c_2, \dots, c_M)$, čiji elementi u zbiru daju 1. Nakon što donosilac odluka izvrši $M \times (M-1)/2$ poređenja u parovima i njegove semantičke ocene se putem semantičko-numeričke skale (kolone 1 i 2 u Tabeli 1) transformišu u numeričke vrednosti a_{ij} , može se formirati matrica ocena A :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{MM} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Matrica (1) je recipročna zato što je $a_{ji} = 1/a_{ij}$ i $a_{ij} = 1$ za $i, j = 1, 2, \dots, M$.

Po pretpostavci, vektor c predstavlja relativne težine (prioritete) ocenjivanih kriterijuma u odnosu na cilj tako da bude približno zadovoljen odnos $a_{ij} = c_i/c_j$ za svako i i j . Vrednosti c_i i c_j su nepoznate težine dva kriterijuma u odnosu na cilj i zadatak je da se, kao i ostale komponente vektora c , odrede tako da matrica A predstavlja najbolju moguću aproksimaciju matrice C :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & c_1/c_2 & \dots & c_1/c_M \\ c_2/c_1 & 1 & \dots & c_2/c_M \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_M/c_1 & c_M/c_2 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

U standardnom AHP se glavni desni vektor sopstvenih vrednosti matrice A proglašava za traženi vektor težina c (Saaty, 1980), a određuje rešavanjem linearnog sistema:

$$Ac = \lambda c, \quad c^T c = 1 \quad (3)$$

gde je λ glavna sopstvena vrednost matrice A . Ako je donosilac odluka konzistentan, tada je $\lambda = M$, inače je $\lambda > M$. U (Saaty, 1980) je pokazano da je za dobijanje dobre aproksimacije desnog vektora sopstvenih vrednosti za nekonzistentnu matricu dovoljno uzastopno množiti matricu samom sobom, svaki put normalizovati zbrove elemenata po vrstama i postupak okončati kada je u dve uzastopne iteracije razlika normalizovanih suma manja od unapred definisane vrednosti. Razni istraživači su pokazali da je pri malim odstupanjima oko konzistentnih razlomaka c_i/c_j opisani metod, poznat i kao metod sopstvenih vrednosti, (EV –

Eigenvector Method) dobar estimator traženog vektora težina. Međutim, kada su nekonzistentnosti veće, generalno se prihvata stav da pomenuti metod ne daje sasvim zadovoljavajuće rezultate (videti npr. Mikhailov i Singh, 1999; Srdjevic, 2005).

Na sličan način izračunavaju se težine svih alternativa u odnosu na sve kriterijume. Drugim rečima, vrši se $N \times (N-1)/2$ poređenja alternativa u parovima u odnosu na svaki kriterijum na višem nivou hijerarhije. Tako se dobija skup od M matrica dimenzija $N \times N$ i za svaku matricu treba odrediti vektor težina na isti način kao gore. Ovi vektori se često označavaju kao 'lokalni' da bi se referencirali na pojedinačne kriterijume.

Ako se sa x_{ik} označi lokalna težina alternative A_i u odnosu na kriterijum C_k , tada se ukupna konačna težina z_i alternative A_i (u odnosu na sve kriterijume) dobija aditivnom agregacijom:

$$z_i = \sum_{k=1}^M c_k x_{ik} \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Konačni rezultat je vektor $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$ koji sadrži težine svih alternativa na baznom nivou hijerarhije u odnosu na cilj na vrhu hijerarhije. Najveća vrednost u z odgovara 'najboljoj alternativu', a najmanja 'najgoroj alternativu'.

MAHP – MULTIPLIKATIVNI AHP

Mapiranje semantičkih vrednovanja u multiplikativnoj verziji AHP vrši se na geometrijsku numeričku skalu. Svaka semantička ocena konvertuje se u ceo broj δ_{ij} prema kolonama 1 i 3 iz Tabele 1. Slično SAHP, semantički iskazana ocena o relativnom značaju za par kriterijuma C_i and C_j smatra se estimacijom razlomka c_i/c_j , samo što se sada semantičke ocene konvertuju u vrednosti na geometrijskoj skali putem eksponencijalne funkcije:

$$a_{ij} \cong c_i / c_j = e^{\gamma \delta_{ij}} \quad (5)$$

gde je γ usvojeni parametar. Lootsma je predložio da se za vrednovanje kriterijuma koristi vrednost parametra $\ln 2$; analogno, za poređenje alternativa preporučena vrednost je $\ln \sqrt{2}$ (Lootsma, 1993).

Pošto se putem (5) formira matrica poređenja A , za određivanje težina kriterijuma preporučuje se tehnika logaritmovanih najmanjih kvadrata (LLS – The Logarithmic Least Square Technique). Zbir odstupanja dat relacijom (6) minimizira se da bi se dobile vrednosti $c_j, j = 1, 2, \dots, M$, uvažavajući multiplikativni normalizacioni uslov (7).

$$J = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \left[\ln a_{jk} - (\ln c_j - \ln c_k) \right]^2 \quad (6)$$

$$\prod_{j=1}^M c_j = 1 \quad (7)$$

U (Crawford and Williams, 1985) dokazano je da je rešenje gornjeg problema dato kao:

$$c_j = \prod_{k=1}^M a_{jk}^{1/M} \quad (8)$$

što znači da je težina kriterijuma C_j geometrijska sredina elemenata a_{jk} ($k = 1, 2, \dots, M$), dakle elemenata koji se nalaze u j -toj vrsti.

Slična procedura sprovodi se za alternative u odnosu na kriterijume. Sa odgovarajućom vrednošću parametra γ određuju se lokalne težine x_{ij} za svaku alternativu A_i u odnosu na svaki kriterijum C_j , a konačne težine alternativa u odnosu na cilj određuju se geometrijskim osrednjavanjem:

$$z_i' = \prod_{k=1}^M x_{ij}^{c_j} \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

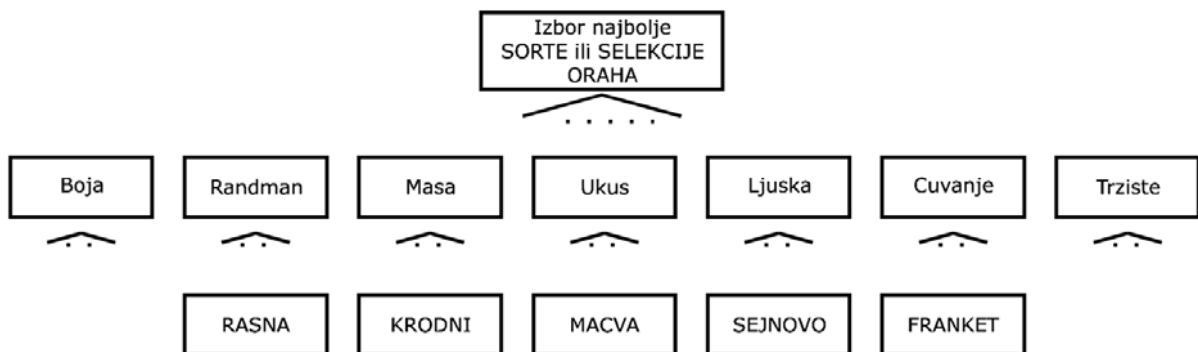
Težine kriterijuma c_j dobijene putem (8) potrebno je prethodno aditivno normalizovati. Po definiciji, su multiplikativno normalizovane, tako da je potrebna konačna aditivna normalizacija (10) da bi vrednosti bile uporedive sa onima iz SAHP (vidi jednačinu (4)).

$$z_i = z_i' \left(\sum_{k=1}^N z_k' \right)^{-1} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

PRIMERI PRIMENE

Primer # 1: Rangiranje kriterijuma u selekciji oraha

U radovima (Srđević i Jandrić, 2002; Srđević i Srđević, 2003) vršeno je vrednovanje 5 sorti i selekcija oraha u odnosu na 7 zadatih kriterijuma, Slika 1. Ovde je u cilju ilustracije primene SAHP i MAHP iskorišćen deo objavljenih rezultata za



Slika 1. Hijerarhija problema vrednovanja sorti i selekcija oraha
Figure 1. Hierarchy of the walnut cutlivars selection problem

SAHP samo za vrednovane kriterijume. U Tabeli 2 prikazana je matrica poređenja u parovima dobijena korišćenjem Satijeve skale. Slična matrica lako se formira ako se koristi Lotsmina skala, Tabela 3.

Tabela 2. Matrica poređenja kriterijuma po Satijevoj skali
Table 2. Comparison matrix for criterions - Saaty's scale

	Boja Colour	Randman Portion	Masa Weight	Ukus Taste	Ljuska Shell	Čuvanje Storage	Tržište Value
Boja Colour	1	3	1	7	5	9	7
Randman Portion	1/3	1	1/3	5	5	7	5
Masa Weight	1	3	1	7	5	9	7
Ukus Taste	1/7	1/5	1/7	1	1	3	3
Ljuska Shell	1/5	1/5	1/5	1	1	3	1
Čuvanje Storage	1/9	1/7	1/9	1/3	1/3	1	1/3
Tržište Value	1/7	1/5	1/7	1/3	1	3	1

Tabela 3. Matrica poređenja kriterijuma po Lotsminoj skali
Table 3. Comparison matrix for criterions - Lootsma's scale

	Boja Colour	Randman Portion	Masa Weight	Ukus Taste	Ljuska Shell	Čuvanje Storage	Tržište Value
Boja Colour	0	2	0	6	4	8	6
Randman Portion	-2	0	-2	4	4	6	4
Masa Weight	0	2	0	6	4	8	6
Ukus Taste	-6	-4	-6	0	0	2	2
Ljuska Shell	-4	-4	-4	0	0	2	0
Čuvanje Storage	-8	-6	-8	-2	-2	0	-2
Tržište Value	-6	-4	-6	-2	0	2	0

Rezultati primene SAHP i MAHP dati su u Tabeli 4.

Težine kriterijuma izračunate primenom Lotsmine skale (MAHP) se, prema očekivanju, ne razlikuju mnogo od težina izračunatih pomoću Satijeve skale (SAHP). Na primer, MAHP, kao i SAHP, daje znatno manje težine kriterijuma 'Ukus jezgre', 'Spoljašnjost ljuske', 'Pogodnost za čuvanje jezgre' i 'Trgovačka vrednost ploda' u odnosu na težina prva tri rangirana kriterijuma 'Boja jezgre', 'Randman jezgre' i 'Masa ploda'.

Ako se posmatraju prva tri rangirana kriterijuma, SAHP određuje iste težine (0,321) za 'Boja jezgre' i 'Masa ploda' (dele prvo i drugo mesto), a na treće mesto stavlja 'Randman' sa težinom 0,180. Verzija MAHP isto rangira prva tri kriterijuma, s tim što prva dva imaju nešto veću težinu (0,326) na račun tri poslednje rangirana kriterijuma; kriterijum 'Randman' ima istu težinu kao i u slučaju SAHP.

Dobijeni rezultat samo za najviši deo hijerarhije, bez celovite AHP sinteze kako je opisano u (Srđević i Jandrić, 2002), pokazuje da se ne može davati definitivni sud o prednostima ili nedostacima jedne od verzija metoda na samo jednoj matrici poređenja. Ovde razmatrana matrica 7×7 spada u relativno veće, ali je visoko konzistentna (Srđević i Srđević, 2003), tako da su i rezultati 'lokalne' primene SAHP i MAHP očekivano slični.

Tabela 4. Težine kriterijuma određene po metodima SAHP i MAHP

Table 4. Weights of criteria computed in SAHP and MAHP

Kriterijum Criterion	Težine i rangovi Weights and ranks			
	Satijeva skala Saaty's scale	Rang Rank	Lotsmina skala Lootsma's scale	Rang Rank
Boja jezgre Kernel's colour	0,321	1–2	0,326	1–2
Randman jezgre Kernel's portion	0,180	3	0,180	3
Masa ploda Nut's weight	0,321	1–2	0,326	1–2
Ukus jezgre Taste of kernel	0,059	4	0,050	5
Spoljašnjost ljuske Shell	0,053	5	0,055	4
Pogodnost za čuvanje jezgre Storage	0,023	7	0,023	7
Trgovačka vrednost ploda Trade value	0,042	6	0,041	6
Metod Method	SAHP		MAHP	

Primer # 2: Rangiranje mašina za navodnjavanje

U drugom odabranom primeru, detaljno opisanom u (Kolarov i Srđević, 2004), rešava se sledeći problem: Izabrati jednu od četiri alternativne samohodne mašine za navodnjavanje na osnovu četiri ekonomska kriterijuma. Elementi odlučivanja definisani su na sledeći način:

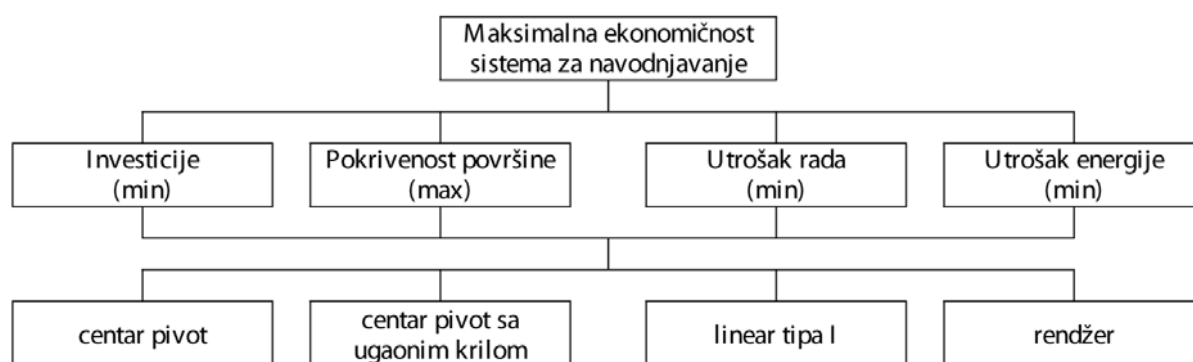
KRITERIJUMI

- C1: Investicije (din/ha)
- C2: Pokrivenost površine (ha)
- C3: Utrošak rada (h/ha)
- C4: Utrošak energije (kW/ha)

ALTERNATIVE

- A1: centar pivot
- A2: centar pivot sa ugaonim krilom
- A3: linear tipa I
- A4: rendžer

Hijerarhija problema ima tri nivoa, kao što je dato na Slici 2.



Slika 2. Hijerarhija problema izbora mašine za navodnjavanje
Figure 2. Hierarchy of the irrigation machine selection problem

Korišćenjem verbalnog dela Satijeve skale prvo su u parovima poređeni kriterijumi u odnosu na cilj, a zatim alternative u odnosu na svaki kriterijum. I ovde, kao i u (Kolarov i Srđević, 2004), treba napomenuti da je jedan kriterijum maksimizacioni, a ostali su minimizacioni. Pošto AHP implicira identifikovanje alternative koja daje maksimalnu korist u odnosu na krajnji cilj, kod vrednovanja alternativa prema kriterijumu koji se minimizira, više ocene dodeljuju se alternativama koje su 'manje loše' za krajnji rezultat.

Verbalne ocene relativnog značaja elemenata hijerarhije unete u odgovarajuće 4×4 rastere konvertovane su u brojeve u odgovarajućim matricama poređenja prikazanim na Slici 3; svi brojevi su iz Satijeve skale jer je korišćena verzija SAHP.

Kriterijumi (Matrica P_1)

Kriterijum	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	1	5	7	2
C_2	1/5	1	4	1/6
C_3	1/7	1/4	1	1/8
C_4	1/2	6	8	1

C_1 – Investicije (P_2)

Alternativa	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	5	1/2	1/6
A_2	1/5	1	1/4	1/7
A_3	2	4	1	1/5
A_4	6	7	5	1

C_2 – Pokrivenost površine (P_3)

Alternativa	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	1/5	1/9	1/9
A_2	5	1	1/7	1/7
A_3	9	7	1	1
A_4	9	7	1	1

C_3 – Utrošak rada (P_4)

Alternativa	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	2	9	2
A_2	1/2	1	9	1
A_3	1/9	1/9	1	1/9
A_4	1/2	1	9	1

C_4 – Utrošak energije (P_5)

Alternativa	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	4	1/2	1/2
A_2	1/4	1	1/3	1/4
A_3	2	3	1	1/2
A_4	2	4	2	1

Slika 3. Matrice poređenja za kriterijume i alternative (Satijeva skala)
Figure 3. Comparison matrices of criteria and alternatives (Saaty's scale)

Kao što se može videti iz Tabele 5, težine kriterijuma dobijene primenom MAHP razlikuju se od težina dobijenih primenom SAHP (Kolarov i Srđević, 2004), dok su rangovi ostali nepromenjeni. Isto važi i za alternative čije su konačne težine i rangovi dati u Tabeli 6.

Tabela 5. Težine kriterijuma određene po metodima SAHP i MAHP
Table 5. Weights of criterions computed in SAHP and MAHP

Kriterijum Criterion	Težine i rangovi Weighs and ranks			
	Satijeva skala	Rang	Lotsmina skala	Rang
	Saaty's scale	Rank	Lootsma's scale	Rank
Investicije Investments	0,482	1	0,430	1–2
Pokrivenost površine Field coverage	0,103	3	0,099	3
Utrošak rada Labor Consumption	0,044	4	0,041	4
Utrošak energije Energy Consumption	0,372	2	0,430	1–2
Metod Method	SAHP		MAHP	

Tabela 6. Težine alternativa određene po metodima SAHP i MAHP
Table 6. Weights of alternatives computed in SAHP and MAHP

Kriterijum Criterion	Težine i rangovi Weighs and ranks			
	Satijeva skala	Rang	Lotsmina skala	Rang
	Saaty's scale	Rank	Lootsma's scale	Rank
Centar pivot Center pivot	0,169	3	0,088	3
Centar pivot sa ugaonim krilom Center pivot with corner attachment	0,075	4	0,024	4
Linear tipa I Hose-drag linear	0,230	2	0,154	2
Rendžer Ditch-feed linear	0,517	1	0,735	1
Metod Method	SAHP		MAHP	

Diskusija

Navedeni primeri primene standardne i multiplikativne verzije metoda AHP ukazuju na dve činjenice.

Prvo, primene SAHP i MAHP u dva izabrana primeru direktno su uporedive ako se posmatraju rangovi i težine vrednovanih kriterijuma u odnosu na cilj. U prvom primeru (orasi), rangovi i težine kriterijuma su vrlo slični. Iako je matrica poređenja relativno velika (7×7), konzistentnost donosioca odluka je velika: stepen konzistentnosti je 0,05 u odnosu na tolerantni limit 0,10. U drugom primeru (mašine za navodnjavanje), matrica je manja (4×4), rangovi kriterijuma su isti za obe verzije metoda, ali su veće razlike težina kriterijuma verovatno nastupile usled veće nekonzistentnosti (0,09). Napomenimo da je konzistentnost ocenjivana iz

standardne verzije AHP metoda prema (Saaty, 1980); za MAHP ne postoji takav postupak.

Drugo, pri sintezi vektora težina za sve matrice u okviru kompletne hijerarhije, kumuliraju se efekti nekonzistentnosti i normalno je da dolazi do većih razlika među rezultatima SAHP i MAHP. Takav slučaj je kod drugog odabranog primera: rangovi alternativa su isti za obe verzije metoda AHP, ali se težine dosta razlikuju. Ocena je da su razlog ovog efekta neki pojedinačni stepeni konzistentnosti koji su na ivici tolerantnosti za matrice sa Slike 3 (Kolarov i Srđević, 2004, str. 271, Tabela 5).

Pošto u konačnoj sintezi lokalnih težina upotreba Lotswine skale u okviru logaritamskog optimizacionog postupka za određivanje vektora težina (MAHP) daje različit konačni rezultat (težine alternativa) u odnosu na standardni AHP, neophodna su dalja istraživanja obe verzije metoda kako se to i inače čini u relevantnim naučnim krugovima (videti npr. Stam and Silva, 2003).

ZAKLJUČAK

U radu su razmatrane standardna i multiplikativna verzija višekriterijumskog metoda Analitički hijerarhijski proces (AHP). Opisane su i primene obe verzije metoda na primerima problema odlučivanja u poljoprivredi i vodoprivredi. Prema očekivanju (jer je AHP paradigma ista), standardna i multiplikativna verzija daju slične rezultate, iako koriste bitno različite numeričke skale.

Ako se, kao u ovom radu, razmatraju samo problemi izbora najbolje alternative ili samo globalno rangiranje, rezultati pokazuju da standardna i multiplikativna verzija AHP generišu iste, ili vrlo slične rangove kriterijuma i alternativa, naročito onih na višim pozicijama rang liste. Rezultati za drugi primer, međutim, ukazuju da i pored istih rangova, težine kriterijuma i alternativa mogu biti značajno različite. Pošto su kod alokacionih problema težine elemenata odlučivanja često značajnije od njihovih rangova, u tim slučajevima nije svejedno koja se verzija metoda koristi i neophodne su dopunske analize za donošenje konačne odluke.

LITERATURA

1. Crawford G, Williams C. A note on the the analysis of subjective judgment matrices. *Journal of Mathematical Psychology* 29: 387–405, 1985.
2. Kolarov V., Srđević B.: AHP vrednovanje samohodnih mašina za navodnjavanje prime-nom različitih metoda prioritizacije. *Vodoprivreda* 0350–0519, 36, 209–210, 265–273, 2004.
3. Lootsma F.A.: Numerical scaling of human judgment in pairwise-comparison methods for fuzzy multi-criteria decision analysis, *Mathematical Models for Decision Support*. NATO ASI Series F, Computer and System Sciences, Springer-Verlag, Berlin, Ger-many, 48, 57–88, 1988.

4. Lootsma FA. Scale sensitivity in the multiplicative AHP and SMART, *Journal of Multi-criteria Decision Analysis* 2, 87–110, 1993.
5. Mikhailov L, Singh M.G.: Comparison analysis of methods for deriving priorities in the analytic hierarchy process, *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1037–1042, 1999.
6. Saaty T.L.: *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, Inc., 1980.
7. Srđević B. i Jandrić Z.: Vrednovanje selekcija i sorti oraha primenom analitičkog hijerarhijskog procesa, *Jugoslovensko voćarstvo*, Vol. 36, br. 137–138, 69–78, 2002.
8. Srđević Z., Srđević B.: Standardna i balansirana skala u AHP vrednovanju selekcija i sorti oraha, *Letopis naučnih radova* 27 (1), 24–34, 2003.
9. Srdjevic B.: Combining different prioritization methods in AHP synthesis, *Computers & Operations Research*, 25, 1897–1919, 2005.
10. Stam A., Silva A.P.D.: On multiplicative priority rating methods for the AHP, *European Journal of Operational Research* 145, 92–108, 2003.

STANDARD AND MULTIPLICATIVE AHP

by

Bojan Srdjevic and Zorica Srdjevic

University of Novi Sad

Faculty of Agriculture, Department of Water Management

Tel +381-21-455770, +381-63-8117-364

bojans@polj.ns.ac.yu, srdjevicz@polj.ns.ac.yu

SUMMARY

Paper presents methodological and mathematical similarities and differences between the two versions of Analytic hierarchy process (AHP), standard and multiplicative. Both versions are applied on two illustrative examples of decision making in agriculture and water management.

Keywords: Analytic hierarchy process (AHP), standard AHP, multiplicative AHP

Primljeno: 14. 03. 2005.

Prihvaćeno: 21. 03. 2005.

Recenzent: Prof. dr Svetlana Potkonjak