

## JEDAN MODEL NASTAVE MATEMATIKE

Snežana Matić-Kekić<sup>∞</sup>, Olga Bodroža-Pantić<sup>κ</sup> i Nebojša Dedović<sup>◊</sup>

### REZIME

*U današnje vreme suočeni smo sa sve većom nezainteresovanošću đaka za gradivo koje se izlaže na kursovima matematike. Profesor mora da se snalazi na razne načine kako bi zadržao pažnju učenika na času. Imajući to u vidu, u ovom radu je dat pregled efikasnosti jednog od mogućih načina izvođenja nastave po MTE-modelu kojim se to postiže. MTE-model izvođenja nastave (Motivating test - Teaching - Examining Test) je didaktičko-metodički postupak koji se preporučuje kod izvođenja nastave matematike kad predavaču stoji na raspolaganju blok od dva časa ili blok od tri časa nastave. Ideja MTE-modela nastave je da se u toku časova posvećenih izabranoj temi izvedu dva testa, sa pažljivo izabranim, sistematski uređenim zadacima. Uvodni ili motivišući M-test se realizuje na početku svakog bloka nastave, a nakon održanog predavanja, odnosno na kraju svakog bloka nastave, realizuje se E-test, radi provere usvojenog znanja.*

*Dve teme, standardne u privrednoj matematici, obrađene su u okviru univerzitetske nastave 2008. godine na Poljoprivrednom fakultetu u Novom Sadu u okviru dva bloka od po tri časa. U prvom bloku izvedena je nastava iz procentnog računa, direktne i obrnute proporcije i verižnog računa, dok su u okviru drugog bloka obrađeni račun mešanja i račun podele. U periodu od 2004-2006. godine u okviru srednje škole "Jovan Vukaniović" u Novom Sadu u okviru blokova dvočasovne nastave obrađena je tema razlaganja ravni (6 odeljenja). Efikasnost MTE-modela izvođenja nastave, odnosno važnost M-testa (Motivating test) u MTE-modelu, ispitana je uvođenjem kontrolnih grupa studenata, odnosno kontrolnih srednjoškolskih odeljenja u kojima je nastava izvođena standardnim postupkom bez M-testa. Validnost izbora kontrolnih grupa je proverena statističkim  $\chi^2$  testom. Obrađeni su rezultati testiranja (M i E testa) i proverena efikasnost ponuđenog modela nastave standardnim statističkim postupkom.*

*Ključne reči:* model nastave, metodika, matematika, motivišući test, efikasnost nastave

---

<sup>∞</sup> dr Snežana Matić-Kekić, vanredni profesor, Departman za Poljoprivrednu tehniku, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad

<sup>κ</sup> dr Olga Bodroža-Pantić, redovni profesor, Departman za Matematiku i Informatiku, PMF, Novi Sad

<sup>◊</sup> mr Nebojša Dedović, asistent, Departman za Poljoprivrednu tehniku, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad

## UVOD

### Ah, ta MATEMATIKA

Matematika je na sreću, radost i veliko duhovno ispunjenje nadam se bar 20% populacije, a na žalost demokratske većine jedna od fundamentalnih nastavno-naučnih oblasti koja je potka za mnogobrojne nastavno-naučne vezove (Tehniku, Fiziku, Ekonomiju, Informatiku, Kriptografiju, Astronomiju, Genetiku, Arhitekturu, Urbanizam, Saobraćaj i infrastrukturu, Geodezija... ) A koliko tek Matematike ima i u Umetnosti. Dovoljno je prisetiti se na primer, A. Direra, H. Hesea, P.I. Čajkovskog, Ešerovih slika, staro-grčke arhitekture, arapskih arabeski, indijskih sutri, kineskog pisma, ... Neke matematičke oblasti su bile razvijene i stotinak godina pre nego što su bile razvijene oblasti njihove primene (Kompleksna analiza – Elektronika; Diferencijalni račun – Ajnštajnova teorija opšteg relativiteta, Kombinatorna algebra - Kriptografija), a ređe se dešavalo obrnuto, da je Matematika «kasnila» u svom razvoju (kompjuterski ekran - digitalna geometrija; svest o sfernom obliku planete Zemlje – sferna geometrija). Zanimljivi podaci iz digitalne geometrije mogu se naći u udžbeniku Acketa i Matić-Kekić (2000).

A zašto onda Matematiku učenici i studenti tako teško i nerado usvajaju? Razlozi su nažalost mnogobrojni. Svi oni čini mi se mogli bi da se klasifikuju u dve grupe:

- opšti trend pomeranja vrednosnog sistema od duhovno-saznajnog ka materijalno-egzistencijalnom i
- objektivne teškoće u sazajnom procesu.

Na prvu grupu razloga teško je uticati individualnim ili lokalnim pristupom, a nažalost globalni pristup u Srbiji u programima Matematike u osnovnom, srednjoškolskom i univerzitetskom obrazovanju nema pozitivan predznak. Opšta je tendencija da se rasterećuju programi nepotrebnog balasta, pa se tu često i pretera sa rasterećivanjem. Na primer vektori su proterani iz osnovnog obrazovanja iz nastave Matematike, pa nastava Fizike trpi u sedmom osnovne jer treba sabrati dve sile i to ilustrovati grafički, a reč vektor ne sme da se spomene?!? Ista akademska zvanja na različitim fakultetima (nažalost državnim) imaju ili veoma različite fondove nastave Matematike, ili uopšte nemaju Matematiku! Taj izostanak nastave Matematike ili rigorozno smanjivanje fonda časova se najčešće dešava prilikom otvaranja novog atraktivnog akademskog usmerenja koje već egzistira u okviru drugog Univerziteta ili Fakulteta, a da bi mu se «atraktivnost» još više povećala najbolje je eliminisati Matematiku ili je svesti na simboličan fond, pa makar usmerenje u nazivu sadržalo i reč Arhitektura!!! S druge strane, kvantitet je vzdignut u visine, a kvalitet se čuška u čoške. Bitno je samo koliko studenata imamo na fakultetima, i u srednjim školama, a nevažno je sa kakvim znanjem su stigli, a sa kakvim znanjem i sposobnostima će otići.

Ipak, mnogo može da se uradi u prevazilaženju uzroka nepopularnosti Matematike koji pripadaju grupi objektivnih teškoća u sazajnom procesu. Ovaj pregledni rad je upravo posvećen nekim uspešnim pokušajima (Bodroža-Pantić at all, 2007, Matić-Kekić, 2006, Dedović at all, 2008, Jakovljević, 2007) u okviru ove teme. Nezainteresovanost studenata i učenika jedan od većih kamena spoticanja u kognitivnom procesu.

## REZULTATI I DISKUSIJA

### Uzroci nezainteresovanosti

Predmet Matematika na deset smerova Poljoprivrednog fakulteta u Novom Sadu se predaje na prvoj godini studija. On je opšti, a ne uže-stručan predmet, što u startu smanjuje zainteresovanost i onih studenata koji su svoj studijski smer upisali iz ličnog interesovanja. Dodatni doprinos lošoj zainteresovanosti studenata daje njihovo otežano praćenje nastave, koje je između ostalog posledica njihovog prosečno lošeg predznanja iz Matematike. Preciznije, od 555 studenata Poljoprivrednog fakulteta upisanih 2005., manje od desetoro je uradilo više od 50% zadataka na testu koji je sadržao srednjoškolsko gradivo iz Matematike! Testiranje je bilo nenajavljeno i sprovedeno je na prvim vežbama iz Matematike.

### Održavanje pažnje u velikim i nezainteresovanim grupama studenata

Na Poljoprivrednom fakultetu u Novom Sadu nastava matematike se realizuje na prvoj godini studija, uglavnom u velikim grupama od 100-150 studenata, čije su predznanje i zainteresovanost za matematiku na niskom nivou, te se moraju primeniti nestandardni pristupi u nastavi.

U radu (Matić-Kekić, 2006) su predložene sledeće smernice za povećanje pažnje na predavanjima iz Matematike:

- kontinuirano prilagođavanje sadržaja stvarnim potrebama studijskih smerova;
- unošenje emocija u proces nastave;
- povišen ton izlaganja;
- izbegavanje statičnosti nastupa;
- insistiranje na aktivnosti studenata:
  - na početku svake nastavne celine, zadati realan, praktičan i otežan, ali rešiv problem za rad van nastave (sa ograničenim vremenom izrade);
  - zadati sasvim jednostavan problem (u 30% nastave) koji treba rešiti na pauzi između dva dvočasa koji se nadovezuje na neposredno izloženo gradivo ili je uvertira za gradivo koje sledi;
  - bar jednom u toku svakog časa postaviti lako direktno pitanje studentima;
  - kontinuirano nagrađivati aktivnost;
- uvek prvo primer, pa zatim novi pojam ili metod ili osobina u nastavi;
- kad god je moguće ilustrovati na ličnom primeru ili životnom primeru neke druge osobe, potrebu za znanjem tema koje se obrađuju

Tako, na primer, jedan realan, praktičan i pojednostavljen zadatak dat je u udžbenici-ma Matić-Kekić (2002, 2006) u uvodno-motivišućem delu poglavlja Privredne i finansijske matematike koji glasi: *«Želimo da se bavimo proizvodnjom mleka. Koliko osemenjenih krava treba nabaviti za osnovni fond da bismo po isteku 8 godina od osnovnog fonda dobili 500 krava ako se zna da se 95% krava oteli svake godine i da su od toga 50% ženska telad i da zrelost tele dostigne za 2 godine?»* Ovaj zadatak nije rešen u udžbeniku te je godinama (poslednjih 5) bio dat svim studentima (oko 600-700 studenata) Poljoprivrednog fakulteta u Novom Sadu koji slušaju nastavu Matematike na samostalno rešavanje uz napomenu da su krave iz osnovnog fonda već osemenjene i da se u godini njihove nabavke očekuju prva telad. Od studenata se i nije očekivalo da precizno reše zadatak, nagrađivani su bodovima iz aktivnosti i ako su krenuli dobrim putem rešavanja a rezultat im nije ni bli-

zu tačnog rezultata. Za tačno rešenje složenijeg oblika ovog zadatka potreban je naučni pristup Dedović i Matić-Kekić (2008), Matić-Kekić i Dedović (2008).

Drugi primer zadatka, koji bi trebao da motiviše studente da postoji potreba da savladaju metode rešavanja sistema linearnih jednačina korišten kao zadatak za vannastavnu aktivnost studenata je:

«Napišite matematički model za sledeći problem: Koliko treba pomešati stočne hrane  $S1, S2, S3$  i  $S4$  za novu smešu tako da smeša sadrži 25% belančevine ( $B$ ), 8 % masti ( $M$ ) i 45 % ugljenih hidrata ( $U$ ), ako su podaci o procentualnom sadržaju soje i kukuruza u stočnoj hrani, kao i procenti  $B, M$  i  $U$  u soji i kukuruзу dati sledećom tabelom?»

	$S1$	$S2$	$S3$	$S4$	$B$	$M$	$U$
soja	10 %	30 %	50 %	70 %	34 %	17,7 %	33,5 %
kukuruz	70 %	70 %	40 %	30 %	12 %	3 %	65 %

Jedan od nestandardnih pristupa realizaciji nastave je MTE-modela nastave Bodroža-Pantić at al. (2007) i Matić-Kekić at al. (2008) gde se u okviru bloka od bar 2 časa izvedu dva testa, prvi uvodno-motivišući na samom početku nastave (M-test) a drugi kontrolni na kraju (E-test). Uz potrebno uvođenje novih pojmova, osobina i metoda, izvođenje nastave se odvija putem rešavanja zadataka sa prvog testa. Time se zadržava zainteresovanost studenata. Oni su već upoznati sa mnogim pojmovima, te sada samo dopunjuju znanje novim elementima; njih interesuje da li su dobili tačno rešenje, a nastavnik im pored rešenja na poznati način često nudi i nov način rešavanja postavljenog problema.

Drugi test (E-test) sledi kao provera usvojenog znanja. Po svojoj konstrukciji podseća na zadatke iz prvog testa. Time se postižu optimalni uslovi za uspešno rešavanje testa. Iako učenici sada rešavaju teže zadatke od onih u prvom testu, oni su već naviknuti da razmišljaju o načinu rešavanja tako da im ovi zadaci ne predstavljaju "iznenađenje".

Efikasnost predloženog didaktičko metodičkog postupka MTE-modela je ispitana od strane Bodroža-Pantić at al. (2007) na temi a razbijanja ravni Grünbaum and Shephard (1987) u Srednjoj građevinskoj školi "Jovan Vukanović" u Novom Sadu u periodu od 2004-2006. god. i na Poljoprivrednom fakultetu u letnjem semestru Matić-Kekić at al. (2008.) školske 2007-2008. na temama iz Privredne matematike Matić-Kekić (2002, 2006, 2007).

### O MTE – modelu nastave

U nastavi matematike predavaču su pored znanja bitnih stavova matematike potrebni dodatna kreativnost i maštovitost, da učenicima i studentima što jasnije prenese planirano nastavno gradivo.

Ideja MTE-modela nastave je da se u toku časova posvećenih izabranoj temi izvedu dva testa, sa pažljivo izabranim, sistematski uređenim zadacima. Prvi uvodno-motivišući M-test se realizuje na početku, a drugi E-test, proverava koliko je usvojeno znanja u okviru nastave koja se odvijala između ova dva testa.

Prvi test (M-test) je uvodnog karaktera i ima za cilj da se đaci sami podsete pojmova i tvrdjenja vezanih za temu koja se obrađuje, a zatim da se postupno zainteresuju za temu časa. Uzgred, neki od zadataka služe da nastavnik ispita prag znanja i intuitivne sposobnosti

đaka kako bi imao jasan uvid u to koliko „duboko“ sme da zalazi sa njima u tu problematiku. Uvodni M-test treba obavezno da sadrži bar jedan sasvim realan, jasan i intrigantan zadatak za koji se pretpostavlja da učenici ne mogu sasvim uspešno rešiti sa svojim predznanjem. Međutim, pretpostavlja se da je njihovo predznanje takvo da, ipak, imaju neki „alat“ koji im omogućava pokušaj rešavanja zadatka. Takođe, M-test bi trebao da sadrži bar 50% realno rešivih zadataka (zadataka za koje nastavnik očekuje da ih učenici uspešno reše) kako se ne bi demotivisali (izgubili volju) za drugu fazu – nastavu (Teaching). Očuvan elan, nastao iz želje za uspešnim rešavanjem navedenih intrigantnih zadataka omogućava da se uspešno pristupi drugoj fazi.

### **Efikasnost MTE – modela nastave i validnost kontrolnih grupa**

U statističkom programu Statistica for Windows (StatSoft, Inc. 2004) t-test om je potvrđena efikasnost ponuđenog modela nastave poređenjem uspešnosti eksperimentalnih i kontrolnih grupa i u srednjoškolskoj i u univerzitetskoj nastavi matematike. Poredjenje je pokazalo značajnu razliku u uspešnosti eksperimentalnih u odnosu na kontrolne grupe i u istom programu je potvrđena validnost izabranih kontrolnih grupa  $\chi^2$  testom.

Uporednom analizom Dedović at al. (2008) uspešnosti MTE-modela nastave matematike u srednjoškolskoj i univerzitetskoj nastavi utvrđeno je da nema značajne razlike u efikasnosti MTE-modela u ove dve obrazovne sredine.

Problem pripreme nastave matematike sastoji se, između ostalog, iz najrazličitijih pedagoških, psihološko-stručnih i stručno-metodičkih zahteva koji se traže od nastavnika. Nastavnik mora da: utvrdi opšte nastavne uslove, izabere nastavne sadržaje (u skladu sa nastavnim programom) i jasno ih obrazloži i motiviše, precizira ciljeve nastave, sastavi zadatak i način njihovog prezentovanja na osnovu operativnih principa i po principu smislenog učenja, pronađe efikasne i pouzdane kontrole učenja. U opšte uslove za pripremu nastavne jedinice ubrajaju se: tip obrazovne ustanove i uzrast učenika, opšta interesovanja i predznanja učenika, veličina i polna struktura razreda, ponašanje smera, zahtevi nastavnog plana i programa.

### **MTE – model u okviru univerzitetske nastave matematike**

Na Poljoprivrednom fakultetu u letnjem semestru školske 2007-2008. u okviru kursa Primenjena matematika, na smerovima prve godine: Poljoprivredna tehnika (PT), Biotehnika i menadžment (BM) i Uređenje voda (UV) održana su dva eksperimentalna bloka nastave od po 3 časa po MTE-modelu i dva kontrolna bloka tročasovne nastave sa istim nastavnim temama ali bez primene MTE-modela nastave.

U prvom eksperimentalnom i kontrolnom bloku izvedena je nastava iz procentnog računa, direktne i obrnute proporcije i verižnog računa. Studenti kontrolne grupe ove nastavne teme zadatke M-testa nisu radili na početku nastavnog tročasa, već su te zadatke dobili prethodne nedelje i trebalo je da ih samostalno rešavaju van nastave i da im to bude uvodna priprema za nastavu. Kontrolna grupa je na kraju tročasa radila E-test.

U okviru drugog bloka obrađene su dve teme račun mešanja i račun podele. Kontrolna grupa za ove nastavne teme nije radila zadatke uvodno-motivišućeg M-testa i bez dodatne motivacije je odslušala nastavu koju je slušala i eksperimentalna grupa, a zatim radila E-test.

### ***Osnovne teme privredne matematike***

Obradene teme na prvom tročasu ne zahtevaju veliko matematičko predznanje studenata i blisko su povezane sa privrednom praksom te nije potrebno mnogo maštovitosti da bi se obezbedila motivacija za nastavne ciljeve. Kako je cilj M-testa upravo da pojača motivaciju i pažnju u proce su nastave po MTE-modelu nije očekivana velika razlika u usvajanju gradiva (rezultati E-testa) između smerova na kojima je nastava izvedena po MTE-modelu i kontrolnih smerova na kojim je nastava izvedena standardijim postupcima.

Međutim, ipak se pokazalo da je M-test u MTE-modelu nastave doprineo boljem usvajanju gradiva i u prvom i u drugom bloku nastave. U oba slučaja su, studenti eksperimentalnih grupa koji su imali nastavu po MTE-modelu, bolje rezultate postigli na E-test u od studenata odgovarajućih kontrolnih grupa. Eksperimentalnu grupu u prvom bloku nastave se sačinjavali su studenati smera Poljoprivredna tehnika (PT), dok su studenti smera Uređenje voda (UV) bili u kontrolnoj grupi.

Eksperimentalnu grupu u drugom bloku nastave se sačinjavali su studenati smera Biotehnika i menadžment (BM), dok su studenti smera PT bili u kontrolnoj grupi. Kontrolne grupe uvodimo u cilju provere značaja uvodnog M-testa u procesu nastave, po MTE-modelu. U prvom bloku nastave, za kontrolnu grupu su izabrani studenti smera Uređenje voda (UV), dok je su za eksperimentalnu grupu odabrani studenti smera Poljoprivredna tehnika (PT). To su dve studijske grupe sa najboljim prosekom ocena. U drugom nastavnom bloku, kontrolnu grupu čine studenti smera PT, a eksperimentalnu grupu studenti smera Biotehnika i menadžment (BM).

### ***Validnost izbora kontrolnih grupa***

Statistička analiza odgovarajućih podataka iz tabele 1, u programu Statistica for Windows pokazala je da ne postoji značajna razlika u uspešnosti studijskih grupa na kolokvijumima, što nam garantuje, da na rezultate dobijene MTE-modelom, neće biti presudno predznanje studenata.

studijska grupa	UV	PT	BM
bodovi: 7,02-10	6	7	6
bodovi: 5,02-7,01	7	6	7
bodovi: 3,02-5,01	6	5	5
bodovi: 0-3,01	6	7	8
prosek svih bodova	5,38	5,34	4,36

**Tabela 1.** Postignuti bodovi na kolokvijumima tokom zimskog semestra

**Table 1.** *The results of preliminary exams in experimental and control groups of students*

Naime,  $\chi^2$  test je potvrdio da se sa verovatnoćom od 88,66% diskretne raspodele kontrolne grupe UV i eksperimentalne grupe PT statistički ne razlikuju (prvi blok nastave). Takođe, sa verovatnoćom od 92,92% ne razlikuju se diskretne raspodele kontrolne grupe PT i eksperimentalne grupe BM (drugi blok nastave).

### ***Uporedna analiza rezultata eksperimentalnih i kontrolnih grupa na E-testu***

Dalja statistička obrada je usmerena na zbirnu uspešnost razmatranih smerova.

### Uspešnost studenata na prvom bloku nastave

zadatak	1.	2.	3.	4.
eksp. smer PT	43%	43%	57%	54%
kont. smer UV	17%	33%	20%	10%

### Uspešnost studenata na drugom bloku nastave

zadatak	1.	2.	3.	4.
eksp. smer BM	40%	67%	53%	67%
kont. smer PT	16%	67%	33%	42%

**Tabela 2.** Rezultati E-testa eksperimentalnih i kontrolnih grupa

**Table 2.** The results of E-test in experimental and control groups

Analizirajmo prvo samo rezultate ostvarene na prvom bloku nastave. Treba imati u vidu da se studenti prvi put sreću sa ovakvim tipom nastave. Ono što se odmah može primetiti, poredeći rezultate Testa znanja kod osnovnih i kontrolnih grupa, je veliko odstupanje u uspešnosti rešavanja prvog, trećeg i četvrtog zadatka. Ovo navodi na zaključak, da presudni značaj kod uspešnosti rešavanja ovih zadataka ima, Uvodni test. On ih je motivisao na veću pažnju i aktivnost u nastavi, kao posledicu pokušaja aktivnog rešavanja zadanog problema. Najviše polovičnih odgovora dato je pri rešavanju zadataka iz procentnog računa 42,86% kod eksperimentalne grupe, dok je kontrolna grupa slabo odgovorila zahtevima prvog zadatka. čak 80% bez i jednog tačnog odgovora. Kod drugog zadatka se zaključuje da su studenti obe grupe najviše puta zaokružili jedan tačan i jedan pogrešan odgovor, i time znatno smanjili procenat uspešnosti pri rešavanju zadatka iz oblasti direktne proporcije veličina. Specifičnost trećeg zadatka je da je postojao samo jedan tačan od ponuđenih šest odgovora i studenti koji su imali motivacioni test su polovično uradili zadatak 57,14%, dok su studenti iz kontrolne grupe i nakon odslušanih predavanja, pokazali da nisu savladali oblast obrnute proporcije veličina. Četvrti zadatak je pokazao da studenti eksperimentalne grupe i dalje sa polovičnim uspehom rešavaju zadatke 53,57%, dok je kod kontrolne grupe došlo do pada koncentracije i niko nije zaokružio oba tačna odgovora. Na kraju, najbolje urađena oblast kod studenata eksperimentalne grupe je oblast obrnute proporcije, što je, opet po mišljenju profesora, najteža od datih oblasti, dok je kontrolna grupa najbolje uradila oblast direktne proporcije koja, zajedno sa procentnim računom, spada u lakše oblasti.

Rezultati testiranja na drugom nastavnom bloku razlikuju se od rezultata na prethodnom bloku u toj meri da je smanjena razlika u uspešnosti rešavanja zadataka između kontrolne i eksperimentalne grupe. I dalje, eksperimentalna grupa ima bolje rezultate, ali ne toliko ubedljivo. Takvu činjenicu možemo objasniti time da je kontrolnoj grupi, rešavanjem M-test i E-test u prvom bloku nastave, već poznato kako da pristupa problemu, ali u nedostatku motivacionog testa, rezultati su lošiji od rezultata eksperimentalne grupe. Ipak, kontrolna grupa je prikazala daleko bolje rezultate od kontrolne grupe sa prvog bloka nastave. Teme obrađene na drugom tročasu su zahtevnije, i zato ne čudi da je u prvom zadatku dato najviše polovičnih odgovora. Bolji rezultati su dobijeni u zadacima gde je tri od ponuđenih šest odgovora, bilo tačno. Najbolje je usvojeno znanje iz oblasti geometrijske progresije i računa deobe sa 66,67% zaokruženih tačnih odgovora. Ipak sa 70% zaokruženih dva od tri tačna odgovora u četvrtom zadatku, navodi na zaključak da, sa još malo napora, studenti mogu u potpunosti da savladaju oblast proširenih proporcija i računa deobe.

## Statistička obrada uporednih testiranja osnovnih i kontrolnih grupa

### Prvi blok nastave

Na osnovu podataka iz tabele 6, očekivana srednja vrednost uspešnosti rešavanja E-testa kontrolne grupe je 20% uz standardnu devijaciju od 9,63%, a eksperimentalne grupe 49,25% uz standardnu devijaciju od 7,32%. Dalje, t-test je potvrdio značajnu razliku u očekivanoj uspešnosti eksperimentalne u odnosu na očekivanu uspešnost kontrolne grupe sa pragom značajnosti od 3% ( $p=0,0289$ ).

### Drugi blok nastave

Na osnovu podataka iz tabele 6, za drugi blok nastave, očekivana srednja vrednost uspešnosti rešavanja E-testa kontrolne grupe je 39,5% uz standardnu devijaciju od 21,27%, a eksperimentalne grupe 56,75% uz standardnu devijaciju od 12,97%. Dalje, t-test je potvrdio značajnu razliku u očekivanoj uspešnosti eksperimentalne u odnosu na očekivanu uspešnost kontrolne grupe sa pragom značajnosti od 7% ( $p=0,0601$ ).

## MTE-model u okviru sredjoškolske nastave matematike

### Uporedna analiza rezultata osnovnih i odgovarajućih kontrolnih grupa na E-testu

Kako statistička obrada podataka o uspešnosti momaka i devojaka, ni u jednom od odeljenja gde su prisutni i momci i devojke nije potvrdila značajne razlike u uspešnosti momaka i uspešnosti devojaka u rešavanju zadataka, dalja analiza, kao i statistička obrada, je usmerena na zbirnu uspešnost razmatranih odeljenja.

### Uspešnost učenika četvrtogodišnjih smerova

Zad.	1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.	4.6.	5.
e.o. H11	75%	36%	100%	50%	50%	93%	93%	59%	86%	89%
k.o. H11	52%	0%	89%	85%	11%	70%	85%	11%	89%	7%
e.o. V32	63%	67%	100%	79%	83%	100%	100%	62%	75%	87%
k.o. V21	24%	32%	92%	72%	60%	88%	100%	44%	60%	68%

**Tabela 3.** Rezultati E-testa eksperimentalnih i kontrolnih odeljenja

**Table 3.** The results of E-test in experimental and control groups

### Uspešnost učenika trogodišnjih smerova

Zad.	1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.	4.6.	5.
e.o. G33	21%	53%	100%	79%	32%	74%	89%	63%	74%	84%
k.o. G12	40%	5%	90%	5%	50%	50%	75%	10%	5%	15%

**Tabela 4.** Rezultati E-testa eksperimentalnog i kontrolnog odeljenja

**Table 4.** The results of E-test in experimental and control groups



Ono što se odmah može primetiti, poredeći rezultate Testa znanja kod eksperimentalnih i kontrolnih grupa je veliko odstupanje u uspešnosti rešavanja drugog i petog zadatka. Drugi zadatak (prebrojavanje oblasti u ravni koje su određene konačnim brojem pravih) je uspešno rešilo: 36% učenika u eksperimentalnom odeljenju H11, 67% učenika u eksperimentalnom odeljenju V32 i 0% učenika u kontrolnom odeljenju H11; 53% učenika u eksperimentalnom odeljenju G33 i svega 5 % učenika u kontrolnom odeljenju G33.

Peti zadatak (primena Pikove teoreme) je uspešno rešilo: 89% učenika u eksperimentalnom odeljenju H11, 87% učenika u eksperimentalnom odeljenju V32 i svega 7 % učenika u kontrolnom odeljenju H11; 84% učenika u eksperimentalnom odeljenju G33 i svega 15 % učenika u kontrolnom odeljenju G12.

Ovo sve navodi na zaključak da presudni značaj kod uspešnosti rešavanja ovih zadataka ima Uvodni test. On ih je motivisao na veću pažnju i aktivnost u nastavi kao posledicu pokušaja aktivnog rešavanja zadatog problema. Učenici iz osnovnih grupa su u Uvodno-motivišućem testu pokušavali prebrojati oblasti koje su određene konačnim brojem kružnica. U toku procesa rešavanja tog problema (2. zad. Uvodno-motivišućeg testa), oni su spoznali skoro svu kompleksnost tog problema (shvatili da je potrebno u zadatku postići, tj. nacrtati što opštiji položaj i prosto prebrojati nastale oblasti), te u procesu rešavanja odgovarajućeg zadatka (2.zad.) drugog testa (TZ) već su bili upoznati šta se od njih traži, a usvojeno znanje (stečeno u procesu nastave) im je samo pomoglo da uspešno nacrtaju najopštiji položaj zadatog broja pravih.

Što se tiče petog zadatka, primetno je da se kontrolne grupe opet nisu snašle (a trebalo je samo primeniti Pikovu teoremu koja im je bila ispisana na tabli). Osnovne grupe su rešavanjem petog zadatka I testa postigle sličan rezultat (17%, 14% i 26% tačnih odgovora za odeljenja V32, H11 i G33, redom), iako nisu bili upoznati sa Pikovom teoremom, tj. sa mogućnošću da se površina izračuna prebrojavanjem čvorova mreže. Rešavanjem sličnog zadatka u II testu učenicima osnovnih grupa je bilo sasvim jasno šta se od njih traži i kako to da izvedu, te su u velikom procentu to i uspeli da ostvare. Kontrolne grupe, pak, nisu imale to iskustvo da sagledaju sami svu kompleksnost postavljenog problema, kao ni iskustvo u sticanju uvida u to da mogu da izaberu jednostavniji put do rešenja (da se opredele za Pikovu teoremu umesto da razbijaju zadatak površ poligona na jednostavnije forme), te su peti zadatak u malom procentu tačno rešili (7% i 15%, redom odeljenja H11 i G2). Suprotno njima, sva eksperimentalna odeljenja su isti zadatak u velikom broju tačno rešila (89%, 87% i 84%, redom za odeljenja H11, V32 i G33).

#### ***Statistička obrada uporednih testiranja osnovnih i kontrolnih grupa*** *(učenici četvrtogodišnjih smerova)*

Na osnovu podataka iz table 6 izračunata je očekivana srednja vrednost uspešnosti u rešavanju zadataka na E-testa (II test - test znanja), prvog eksperimentalnog odeljenja V32 81,6%, dok je standardna devijacija samo 15%. U programskom paketu STATISTICA, t-test je potvrdio značajnu razliku u očekivanoj uspešnosti prve eksperimentalne grupe V32 u odnosu na očekivanu uspešnost prve kontrolne grupe V21, čija je očekivana uspešnost iznosi 64%, a standardna devijacija 25,3%, sa pragom značajnosti od 8%.

Očekivana srednja vrednost uspešnosti u rešavanju zadataka sa E-testa, eksperimentalnog odeljenja H11 je 73,1%, a standardna devijacija 22,6% (table 6), dok je srednja očekivana vrednost uspešnosti u rešavanju E-testa kontrolnog odeljenja H11, 49,9% a standardna devijacija čak 38,4%. t-test u programskom paketu STATISTICA je potvrdio zna-

čajnu razliku u očekivanoj uspešnosti druge eksperimentalne grupe H11 u odnosu na očekivanu uspešnost druge kontrolne grupe H11 sa pragom značajnosti od 8%.

*(učenici trogodišnjih smerova)*

Očekivana srednja vrednost uspešnosti u rešavanju E-testa (Examining test) odeljenja G12 je 66,9%, a standardna devijacija 25%, dok je srednja očekivana vrednost uspešnosti u rešavanju E-testa kontrolnog odeljenja G12, 44,5%, a standardna devijacija 27,7%. t-test u programskom paketu STATISTICA je potvrdio značajnu razliku u očekivanoj uspešnosti eksperimentalne u odnosu na očekivanu uspešnost kontrolne grupe sa pragom značajnosti od 8%.

Kontrolne grupe su potvrdile da je za uspešnost izloženog didaktičko-metodičkog postupka, MTE-modela nastave, veoma bitna prva faza, uvodno-motivišući M-test.

## ZAKLJUČAK

Jedna od ideja prethodno iznetog eksperimenta na Poljoprivrednom fakultetu je bila da se ispita mogućnost da se neki osnovni sadržaji iz privredne matematike (kao što su procentni račun, primena direktne i obrnute proporcije, račun mešanja i deobe) izlože učenicima na drugačiji način, njima interesantan način; da uoče da su jednostavniju primenu pomenutih sadržaja već koristili u životu i da se komplikovaniji problemi mogu rešavati istom tehnikom sa dodatnim poznavanjem materije. Rezultati su pokazali da je ovakav način izlaganja bio uspešan i prihvaćen od strane studenata.

Po svom obliku ovi časovi su bili sveobuhvatni, tj. mogli su se tretirati i kao časovi utvrđivanja gradiva, časovi obrađivanja novog gradiva, ali i kao čas sistematizacije. Ovakav način rada koristi profesoru da, ponavljajući određeno gradivo, uvede studente u složeniju materiju, koja će biti prihvatljiva za studente.

Eksperiment opisan u radu je potvrdio da se predloženi didaktičko-metodički postupak nazvan MTE-model pokazao veoma uspešan, ne samo u usvajanju novih znanja, već i u održavanju stalne pažnje i aktivnosti studenata na času tokom trajanja bloka časova. Kontrolne grupe su potvrdile da presudni značaj u uspešnosti ovog modela ima uvodni M-test, čije rešavanje, studente motiviše na veću pažnju i aktivnost u sledećoj fazi postupka, tj. u nastavi. Treba konstatovati i sledeću činjenicu: studenti koji su radili M-test kod kuće su i nakon sedam dana radili E-test na vežbama, imali su lošije rezultate u odnosu na studente koji su radili na istom času i M-test i E-test. To nam daje za pravo da zaključimo da nije dobro počinjati predavati novu oblast ako se ne može zaokružiti u jednu celinu do kraja bloka nastave.

Razlog povećanja pažnje i aktivnosti je posledica poznate činjenice: pokušaj aktivnog rešavanja problema, koji je jasno izložen i za čije rešavanje učenik nema dovoljno predznanje (što se odigrava u fazi rešavanja M-testa) izaziva veću zainteresovanost u saznavnom procesu koji sledi, i koji ima za cilj upravo sticanje znanja za brže i uspešnije rešavanje zadataka. Ustanovljeno je da je, sem jasnoće zadataka u M-testu veoma važno i da oni budu što bliži svakodnevnoj praksi, što izaziva bitno veće interesovanje učenika.

MTE-modelom nastave matematike u srednjoj školi ispitana je mogućnost da se neki osnovni sadržaji geometrije (kao što su transformacije podudarnosti) izlože učenicima na njima interesantan, kognitivni način; da to neprimetno usvoje, povežu sa matematičkim znanjima koje su ranije stekli, ali i sa primenom u praksi (mozaici, uniformno popločavanje ravni, površine figura sa temenima namreži) koja je za njih od posebnog interesa. Re-

zultati su pokazali da je ovakav način izlaganja bio uspešan i veoma lepo prihvaćen kod učenika srednje škole koji ne preferiraju matematiku. Po svom obliku ovi časovi (blok od dva časa) su bili sveobuhvatni, tj. mogli su se tretirati i kao časovi utvrđivanja gradiva, kao časovi obrade novog gradiva, ali i kao čas sistematizacije. I baš zbog toga, ovakav način izvođenja nastave omogućava nastavniku veliki stepen kreativnosti, tj. mogućnost da se prema datoj situaciji prilagodi (na nekim delovima sadržaja više ili manje zadrži). Posledično, ovakvi časovi su bili mogući za izvođenje i za različite uzraste. Eksperiment opisan u radu je potvrdio da se predloženi didaktičko-metodički postupak, nazvan MTE-model, pokazao veoma uspešan, ne samo u usvajanju novih znanja, već i u održavanju stalne pažnje i aktivnosti učenika na času tokom trajanja bloka časova. Dakle, eksperimentom koji je napred opisan pokazano je da se ovim nije opteretila materija koja se inače obrađuje. Baš naprotiv, "osvetljavanjem" materije koja se obrađuje sa više strana je dat novi kvalitet njenom poimanju kod đaka i poimanju matematike uopšte. Ova tema bi se mogla slično izvoditi i u gimnazijama (gde su učenici sigurno zainteresovaniji i sa većim predznanjem matematike nego učenici sa kojim je izveden eksperiment). Sigurno da bi nastavnik u tom slučaju napravio izbor nešto komplikovanijih zadataka sa više dokaza. Takođe, smatramo da bi se ova tema mogla delimično obraditi i u nastavi u osnovnim školama (bez obzira na današnju tendenciju da se nastava matematike na ovom nivou što više redukuje). U tom slučaju bi bilo potrebno više vremena posvetiti pojmu relacije i particije uvodeći ove pojmove grafovski, bez formalnih zapisa i dokaza. Forme nekih zadataka bi se prosto mogle preuzeti iz predloženih testova, dok bi se neki zadatak pojednostavio ili uproščavanjem forme (npr. zad. 5.) ili smanjivanjem broja podzadataka (zad. 2). U školama koje naginju umetnosti ova tema se može povezati sa Escherovim slikama ali i sa mozaicima na mnogim kulturno-istorijskim spomenicima.

Može se pretpostaviti da bi ovakav vid testiranja dao validnije rezultate ako bi bila veća grupa nad kojom se vrši testiranje. Ipak i ovo testiranje je postiglo cilj, da se pokaže da je motivacija studenata za gradivo koje se obrađuje veoma važna, čak možda najvažniji deo predavanja. Svesni smo da testiranje opisano u ovom radu ima i svojih nedostataka. Naime, bilo bi dobro da se ovo testiranje izvrši na većem uzorku kako bi se izveli jasniji zaključci. Ipak, ne treba odbaciti mogućnost ovakvog testiranja, samo iz tog razloga što uzorak nije dovoljno velik. Svaka analiza rezultata ovakvih testova, nastavniku nameće zaključke na osnovu kojih može da koriguje buduću nastavu, stavi veći ili manji akcenat na određene sadržaje i sl.

## LITERATURA

1. Aćeta, D., Matić-Kekić S. (2000): *Geometrija za informatičare*, Prirodno-matematički fakultet, 399 str, Edicija Univ. udžbenici 113, Novi Sad
2. Bodroža-Pantić O., Matić-Kekić S., Jakovljević B., Marković, Đ. (2007): On MTE-model of mathematics Teaching: Studying the Problem Related to a Plane Division Using the MTE-model, *International Journal of Mathematical Education in Science and Tehnology*, 39 (2), 197-213., UK
3. Bodroža-Pantić O., Matić-Kekić S., Jakovljević B. (2006): MNP-model u nastavi matematike u srednjoj školi - tema razlaganje ravni, Simpozijum "Matematika Psihologija Pedagogija", Novi Sad, 16-17. decembra 2006. s. 20. 2.
4. Dedović N., Matić-Kekić S., Bodroža-Pantić O., Jakovljević B. (2008): Upporedna analiza MTE-modela u okviru srednjoškolske i univerzitetske nastave matematike XII Kongres matematičara Srbije, 28.8-2. 9. 2008. str. 92, Novi Sad

5. Dedović N., Matić-Kekić S. (2008) : Milk production – basic mathematical model, The Second Joint PSU - UNS International Conference on BioScience: Food, Agriculture and Environment 22-24, June, 2008, abstract p 35, Novi Sad
6. Grünbaum B., Shephard G.S. (1987): *Tilings and Patterns*, W. H. Freeman ; Comp., New York
7. Jakovljević B. (2007): Metodski pristup izučavanju problema vezanih za razlaganje ravni u nastavi geometrije, magistarski rad, PMF, Novi Sad
8. Matić-Kekić S. (2002) : MATEMATIKA za studente agroekonomskog smera, Poljoprivredni fakultet, 189 str, Novi Sad.
9. Matić-Kekić S. (2006) : PRIVREDNA MATEMATIKA za studente bioloških smerova, Poljoprivredni fakultet, 179 str, Novi Sad, (2. prošireno izdanje)
10. Matić-Kekić S. (2007): MATEMATIKA zbirka rešenih testova iz teorije za studente Poljoprivrednog fakulteta, Poljoprivredni fakultet, 82 str, Novi Sad
11. Matić-Kekić S. (2006): Neki principi održavanja pažnje u nastavi u velikim i nezainteresovanim grupama studenata prve godine, Simpozijum "Matematika Psihologija Pedagogija", Novi Sad, 16-17. decembra 2006. s. 18. (in Serbian)
12. Matić-Kekić S., Dedović N., Bodroža-Pantić O. (2008): On MTE-Model of Teaching Mathematics: Studying of problems relating the Economy Mathematics, *International Journal of Mathematical Education in Science and Tehnology*, u proceduri
13. Matić-Kekić S., Dedović N. (2008) : Rekurzivna formula za broj krava u okviru zatvorene proizvodnje mleka, Simpozijum »STOČARSTVO, VETERINARSKA MEDICINA I EKONOMIKA U PROIZVODNJI ZDRAVSTVENO BEZBEDNE HRANE" sa međunarodnim učesćem, 22.6.-29.6. 2008. Herceg Novi, zbornik sažetaka, s. 21.
14. Matić-Kekić S., Dedović N. (2008) : Recursive Formula for Number of Cows in Milk Production, Savremena poljoprivreda, u proceduri
15. StatSoft, Inc. (2004): STATISTICA (data analysis software system), version 7. www.statsoft.com.
16. Zech F. (1999): Grundkurs Mathematik didaktik - Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik, Beltz Verlag, Weinheim und Basel (prevod na srpski)

## ONE MODEL OF MATHEMATICS TEACHING<sup>1</sup>

by

*Snežana Matić-Kekić, Olga Bodroža-Pantić and Nebojša Dedović*

### SUMMARY

In the teaching of mathematics a teacher, apart from the basic knowledge of the important premises of mathematics, needs additional efforts and imagination to convey the planned curriculum on to the students as clearly as possible. In recent times we are faced with the growing disinterest of the students in the curriculum presented on the courses of the mathematics. The teacher needs to think of new ways of keeping students' attention. Having this in mind, we propose a model of mathematics teaching in which this aim is attained. In this paper the didactically-methodological procedure named the MTE-model of mathematics teaching (Motivation test-Teaching-Examination test) is suggested and recommended when the teacher has subsequent lessons (two or three). The idea of this model

---

<sup>1</sup> The work was supported in part by Serbian Government under Grant No. BTR20065.B and by Serbian Government under Grant No. BTR20078.B
---

is to realize during the subsequent lessons two tests with carefully chosen and systematically ordered tasks. Students have motivating test or M-test at the beginning of each block lecture. Final testing or E-testing is performed at the end of the lecturing in order to test students' perception of knowledge of the lesson they have just heard.

This model is presented in details through the processing of the two standard themes in economic mathematics during two block lectures in Faculty of Agriculture, University of Novi Sad in 2008. One block lecture contains three 45 minutes classes. Themes from the first block lectures were: percentage calculus, direct and indirect proportion and "chain" calculus, and from the second block lectures: mixing calculus and profit sharing calculus. During the three year period, from 2005. to 2007, the efficiency of MTE-model were tested in six groups of a vocational school in Novi Sad. The results of the testing have been processed and the efficiency of the offered model of teaching has been controlled with the standard statistic procedure of control groups (which did not attend M-test calculus). Validity of control groups selection was checked with statistics - chi-squared test.

*Key words:* educations, methodology, mathematics, motivating test, efficiency

Primljeno: 1.9.2008.

Prihvaćeno: 25.9.2008.