

## INVERZNA PRIORITIZACIJA U AHP: IDENTIFIKACIJA MATRICE POREĐENJA IZ ZADATOG VEKTORA TEŽINA PRIMENOM GENETIČKOG ALGORITMA

Bojan Srđević<sup>1</sup> i Zorica Srđević

### REZIME

*U višekriterijumskom metodi Analitički hijerarhijski proces (AHP) za svaku matricu poređenja elemenata odlučivanja određuje se tzv. vektor težina poređenih elemenata. U standardnom AHP se za tu svrhu koristi metod sopstvenih vrednosti (EVM-Eigenvector Method). Poznato je, međutim, da je problem određivanja ovog vektora (prioritizacija) utoliko neodređeniji ukoliko raste dimenzija matrice zbog inherentne nekonzistentnosti donosioca odluka i/ili eksternih ograničenja koja unose semantičko-numeričke skale pri poređenju elemenata. U radu se tretira inverzni problem u odnosu na standardni: zadat je vektor težina elemenata i treba odrediti matricu poređenja, odnosno identifikovati moguću semantičko-numeričku performansu donosioca odluka u toku vrednovanja elemenata. Koristi se genetički algoritam (GA) kojim se za zadati vektor težina najpribližnije reprodukuje moguća matrica odlučivanja. Pretpostavka je da je donosilac odluka koristio standardnu Satijevu skalu poređenja  $[1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 9]$ , a kriterijum približnosti (fitness funkcija) u GA je apsolutno odstupanje svakog pojedinačnog vektora težina (generisanog u okviru tekuće populacije vektora) od zadanog vektora. GA generiše matrice odlučivanja standardnim metodima rekombinacije, mutacije i stacionarnog izbora jedinki iz populacije. Na kraju rada dat je primer i kratko su diskutovani rezultati.*

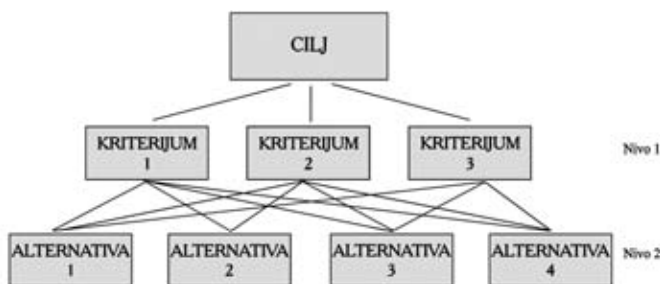
*Ključne reči:* inverzna prioritizacija, AHP, GA.

### UVOD

Analitički hijerarhijski proces (AHP) je poznati višekriterijumski metod analize hijerarhijskih problema odlučivanja. Određuje težinske koeficijente elemenata odlučivanja po svim nivoima hijerarhije, tretira ih kao lokalne težine i na kraju ih sintetizuje da bi se dobile konačne težine elemenata na najnižem nivou hijerarhije u odnosu na element na najvišem nivou. Metod je intuitivno jasan donosiocu odluka, a matematički aparat je u suštini jednostavan.

<sup>1</sup> dr Bojan Srđević red. prof, dr Zorica Srđević doc. Poljoprivredni fakultet, Novi Sad

Hijerarhija u opštem slučaju ima tri nivoa (Slika 1). Cilj je na vrhu, alternative (moguće odluke) su na dnu, a kriterijumi po kojima se alternative vrednuju su u srednjem nivou. AHP vrši vrednovanje kriterijuma u odnosu na cilj, zatim alternativa u odnosu na svaki pojedinačni kriterijum i konačno se rezultati objedinjavaju. U datom nivou se (u parovima) porede elementi u odnosu na nadređeni element, pri čemu donosilac odluka koristi semantičko-numeričku skalu autora metoda (Saaty, 1980), a matrice poređenja se tretiraju kao lokalne. Iz svake lokalne matrice se matematičkim putem ekstrahuje vektor težina elemenata koji su poređeni. Svi lokalni vektori se na kraju sintetizuju u konačni vektor težina alternativa u odnosu na cilj; kriterijumi koji su poslužili kao 'medijatori' između cilja i alternativa imaju težine u odnosu na cilj, što je važan međurezultat postupka.



**Slika 1.** Primer hijerarhije (Jandrić i Srdević, 2000)

**Figure 1.** Example of the decision hierarchy (Jandrić i Srdević, 2000)

Metod AHP je detaljno opisan u naučnoj literaturi sa brojnim varijantama u svim gore opisanim elementima rada, od višenivooskih hijerarhija, preko različitih metoda ekstrahovanja lokalnih vektora težina, do različitih semantičko-numeričkih skala. Postoje i standardni i multiplikativni AHP, a takođe i crisp i fuzzy verzije metoda. Na nivou primene, AHP je svakako najrasprostranjeniji višekriterijumski metod.

U istraživanju, čiji su početni rezultati ovde delimično prikazani, je tretirana standardna verzija metoda da bi se omogućile kasnije komparativne analize i poređenja sa rezultatima drugih autora u svetu. Za formiranje matrica poređenja se koristi Satijeva skala iz Tabele 1, a za određivanje vektora težina elemenata koji su poređeni koristi se metod sopstvenih vrednosti (u literaturi poznat kao EVM - Eigenvector Method).

**Tabela 1.** Satijeva skala relativnog značaja

**Table 1.** Saaty's fundamental scale

Značaj	Definicija	Objašnjenje
1	Istog značaja	Dva elementa su identičnog značaja
3	Slaba dominantnost	Dati element je neznatno važniji od drugog
5	Jaka dominantnost	Dati element je znatno važniji od drugog
7	Veoma jaka dominantnost	Dati element je još važniji u odnosu na drugi
9	Apsolutna dominantnost	Dati element je apsolutno važniji od drugog
2,4,6,8	Međuvrednosti	

Problem koji je razmatran sastoji se u sledećem:

1. Pretpostavka je da je donosilac odluka izvršio poređenje  $n$  elemenata na nekom nivou hijerarhije u odnosu na dati element na višem nivou.
2. Iz formirane recipročne matrice ekstrahovan je vektor težina svih  $n$  elemenata primenom metoda sopstvenih vrednosti (EVM).
3. Treba rešiti inverzni problem: za poznati vektor težina reprodukovati polaznu matricu poređenja. Drugim rečima, vektor iz tačke 2 se smatra poznatim, a matrica iz tačke 1 je nepoznata.

Pošto je problem neodređen, u smislu da može postojati mnogo matrica poređenja koje daju isti ili približno isti vektor težina, ovde se predlaže korišćenje genetičkog algoritma (GA) za nalaženje najpribližnije tačne matrice za zadati vektor. GA sa ugrađenim metodom određivanja vektora težina za datu matricu funkcioniše kao ekstremno brza stohastička procedura pretraživanja velikog skupa mogućih rešenja. Pri testiranju postupka za poznatu matricu poređenja određuje se vektor težina koji se zatim tretira kao kriterijum-vektor za rad genetičkog algoritma da bi se u iterativnom postupku (po pravilima evolutivne optimizacije) identifikovala zadata poznata matrica, ili, što je izvesnije, njoj dovoljno slična. Kao tekući kriterijum (fitness funkcija) u GA definisano je odstupanje vektora težina generisanih matrica u populaciji, a kao kriterijum za okončanje postupka zbir apsolutnih rastojanja komponenti vektora težina. U radu je prikazan jedan primer primene navedenog koncepta i diskutovane su neke praktične implikacije.

## KONCEPT INVERZIJE U AHP UZ POMOĆ GA

Detaljan matematički opis metoda AHP može se naći u bogatoj literaturi, pre svega osnovnoj (Saaty, 1980); na srpskom jeziku prikaz metoda dat je u (Jandrić i Srđević, 2000).

Ako se iz AHP izdvoji deo koji je u suštini centralni deo metoda, matrica poređenja elementata hijerarhije na datom nivou u odnosu na nadređeni element (u višem nivou) i pripadajući vektor težina koji se iz nje ekstrahuje, tada se koncept inverzije u AHP svodi na sledeće: Pretpostavimo da se zna vektor težina, a treba prepoznati kako je donosilac odluka vrednovao elemente i kako je izgledala matrica poređenja iz koje je proistekao vektor težina. Problem je obrnuti problem prioritizacije kakav se tretira u standardnim primenama AHP. Poznato je da je postupak u dobroj meri neodređen zbog nekonzistentnosti donosilaca odluka i/ili nesavršenosti skala poređenja elemenata odlučivanja. Pošto isto još više važi i za inverznu prioritizaciju (određivanje matrice poređenja iz zadatog vektora težina), problem identifikacije matrice iz vektora pripada klasi NP teških problema. Isti je ovde rešavan tako što je genetički algoritam (GA), kodiran u Fortranu kao stohastička kompjuterska procedura, iterativno generisao brojne matrice poređenja i njihove vektore težina poredio sa zadatim vektorom.

Matrica poređenja  $A$  za  $n$  elemenata odlučivanja

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \dots (1)$$

sadrži numeričke ocene prema Satijevoj skali iz Tabele 1. Na primer, ako je element 1 znatno favorizovan u odnosu na element 2, na mestu  $a_{12}$  matrice  $A$  nalazi se broj 5, a na mestu  $a_{21}$  recipročna vrednost,  $1/5$ . Kada bi donosilac odluka bio potpuno konzistentan, što znači da važi tranzitivnost  $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$  za svako  $i, j$  i  $k$  na skupu celobrojnih vrednosti od 1 do  $n$ , tada bi se za matricu  $A$  mogao odrediti tačan vektor težina

$$\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n), \quad \forall w_i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad \mathbf{w}^T \mathbf{w} = 1 \quad (3)$$

tako da uvek važi  $a_{ij} = w_i / w_j$ .

Pošto je u realnosti konzistentnost retka ako je  $n$  veće od 3, najčešće je  $a_{ij} \neq w_i / w_j$  i problem prioritizacije je da se iz matrice  $A$  ekstrahuje vektor težinskih koeficijenata koji će na pozicijama u matrici  $A$  dati bliske aproksimacije tipa  $a_{ij} \approx w_i / w_j$ . Ima različitih mera ove približnosti kao što su totalno Euklidsko rastojanje, minimalno odstupanje preferenci, konformnost i sl. (videti npr., Srdjevic 2005).

Jedan od načina da se odredi vektor  $\mathbf{w}$  jeste da se za matricu  $A$  odredi glavni desni vektor sopstvenih vrednosti koji se zatim, prema (Saaty, 1980), usvaja kao vektor približnih vrednosti težinskih koeficijenata. Najjednostavnije je da se matrica  $A$  kvadrira, zatim da se svi elementi u svakoj vrsti saberu i dobijene sume normalizuju tako što se svaka pojedinačna suma podeli sa ukupnom sumom za sve vrste. Dobijeni vektor je prva aproksimacija traženog vektora. Postupak se ponavlja (kvadrirana matrica se ponovo kvadrira) i određuje novi vektor. Ako su dva uzastopna vektora jednaka na nivou usvojene tačnosti, postupak se završava. Ako taj uslov nije ispunjen, kvadriranje se dalje nastavlja dok se ne postigne željena tačnost. Iskustvo pokazuje da je u 5-6 iteracija traženi vektor pronađen.

Kada je vektor  $\mathbf{w}$  poznat, pitanje je da li se može rešiti inverzni problem i iz zadatog vektora generisati polazna matrica  $A$ , odnosno prepoznati semantičke ocene koje je donosilac odluka davao pri vrednovanju elemenata (pri čemu je, a na osnovu skale iz Tabele 1, nastala polazna matrica  $A$ ). Pošto je problem neodređen, jer je determinisan prostorom mogućih matrica, razvijen je postupak u kome se podešavanjem parametara u genetičkom algoritmu usmerava pretraživanje ka dovoljno tačnom rešenju. Primenom koncepta inverzne prioritizacije u dovoljnoj meri se može prepoznati subjektivno ponašanje donosioca odluka u svakom nivou hijerarhije. Koncept je determinisan lokalno kao jedna matrica – jedan vektor, a proširenje na celu AHP hijerarhiju zahteva dopunska istraživanja.

## PRIMER

Dat je vektor težina dimenzije  $(5 \times 1)$ ,  $w = (0,3577; 0,3062; 0,0414; 0,1713; 0,1234)$ . Treba odrediti matricu  $A$  dimenzije  $5 \times 5$  iz koje je ovaj vektor ekstrahovan metodom sopstvenih vrednosti (EVM). Pretpostavka je da su u traženoj matrici svi elementi dati putem Satijeve skale iz Tabele 1, kao i da je matrica recipročna (svi elementi gornjeg trougla recipročni elementima donjeg trougla sa elementima na glavnoj dijagonali jednakim 1 (verifikovati na matrici (1)). Problem je inverzna prioritizacija elemenata odlučivanja, odnosno prepoznavanje ocena donosioca odluka.

Da bi se testirao koncept, zadati vektor težina je isti kao u radu (Srdjevic, 2005; Table 2; p. 1909; metod prioritizacije EVM; tačnost na 4 decimale), a dobijen je za matricu poređenja kriterijuma iz istog rada (Appendix A; p 1916), Slika 2.

Genetički algoritam u koji je ugrađena prethodno opisana inverzna prioritizacija ima sledeće karakteristike i parametre:

- **Hromozomi i okruženje.** Jedinica, ili hromozom, jeste niz od 10 elemenata iz gornjeg trougla matrice  $A$  pri čemu je svaki gen (pozicija u hromozomu) bilo koji od 17 brojeva iz Satijeve skale:

$$S = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\}$$

Pošto je matrica recipročna i ima dimenziju  $5 \times 5$ , dovoljno je  $(5 \times 4) / 2 = 10$  elemenata u gornjem trouglu da bi se odredila cela matrica. Kada se generiše nova jedinica, odnosno elementi iz gornjeg trougla matrice, popunjava se ostatak matrice tako što se u donji trougao automatski unose recipročne vrednosti elemenata iz gornjeg trougla, simetričnih u odnosu na glavnu dijagonalu, a na glavnoj dijagonali postavljaju vrednosti 1. EVM zatim određuje vektor težina za tekuću matricu (hromozom) i isti se koristi kao svojstvo jedinice (fitness) pri poređenju sa zadatim vektorom težina.

- **Fitness (kriterijum približnosti).** Funkcija fitness je apsolutno odstupanje tekućeg vektora težina od referentnog (zadatog na ulazu u GA).
- **Kodiranje.** Koristi se direktno kodiranje realnim vrednostima iz skale  $S$ . Hromozom se formira stohastički tako što se generišu uniformno raspodeljeni slučajni brojevi iz intervala  $[0,1]$  i njima asociraju realni brojevi iz skale poštujući pravilo ekvidistancije između brojeva skale (što odgovara prirodni procesa donošenja odluka).
- **Formiranje početne generacije.** Jedinke (hromozomi) koje predstavljaju moguća rešenja inverznog prioritizacionog problema dovoljno je generisati slučajno, ali po pravilima kodne šeme. Broj jedinki u polaznoj populaciji je arbitraran, a u ovom primeru je 4. Napomena: sve sledeće generacije rešenja takođe sadrže po 4 jedinice.
- **Selekcija.** Početna i sledeće generacije se u hodu koriste da se formira tzv. mrestilište iz koga se više puta slučajno uzimaju po dve jedinice za reprodukciju. Od dve jedinice se kreira jedna nova. Selekciona procedura je poznata kao 'tournament' pošto se uvek jedinice prethodno promešaju kao karte u špil; tako

se postiže slučajno uparivanje po dve jedinke u svakom koraku reprodukcije.

- **Ukrštanje i mutacija.** Ukrštanje u prirodi je delimično mešanje gena roditelja. Po analogiji, ukrštanje u genetičkom algoritmu je matematička operacija gde se slučajno određuje gen od koga se nadalje ostali geni od jednog 'roditelja' dodeljuju drugom i obrnuto. Rezultat ukrštanja je nova jedinka, 'dete' koje u sledećoj generaciji može biti (ali ne mora) roditelj za reprodukciju novih jedinki (dece/roditelja). Takva rekombinacija gena poznata je kao 'single-point crossover operation'. Dakle, kao što se slučajno biraju roditelji, slučajno se bira i tačka presecanja i ukrštanja ostatka gena dva roditelja. Da li će se ukrštanje uopšte izvršiti je takođe slučajno i vođeno parametrom verovatnoće ukrštanja. Time se obezbeđuje disperzija pretraživanja GA kroz beskonačni prostor mogućih novih roditelja i njihove dece od kojih će neko dete na kraju biti proglašeno za rešenje. U praksi se ovo rešava tako što se prvo generiše broj između 0 i 1. Ako je taj broj veći od unapred zadatog GA parametra ukrštanja (ovde je to bila vrednost 0,6), tada se vrši ukrštanje roditelja; u suprotnom, jedan od roditelja se (ponovo slučajno) kopira u novu generaciju kao novo dete. Mutacija se sastoji od slučajnog menjanja jednog od slučajno odabranih gena u slučajnom roditelju, odnosno zamenjuje se neka od generisanih  $a_{ij}$  vrednosti iz tekuće matrice poređenja sa drugom vrednošću iz skale S. Verovatnoća primene mutacije se, analogno prirodi, obično definiše kao vrlo niska (ovde 0,002), a svrha je da se pojača slučajnost u pretraživanju, odnosno obezbedi da nijedna tačka u prostoru pretraživanja ne bude na nultoj verovatnoći da će biti ispitana.
- **Elitizam.** Ukrštanjem i mutacijom kreira se nova generacija mogućih rešenja. Pošto je broj jedinki u generaciji obično 4-6, postoji velika verovatnoća da će najbolja jedinka u datoj generaciji (iz koje se kreira nova), biti izgubljena. Da bi se to sprečilo, preporučuje se korišćenje mehanizma elitističke reprodukcije kojim se najbolja jedinka iz date generacije direktno kopira u novu i obezbeđuje kontinuirano čuvanje 'najbolje do tada' jedinke. Ovaj mehanizam propagira najbolju jedinku, a korišćenje elitne jedinke za ukrštanje i mutaciju obično dalje poboljšava rešenje. U razvijenom GA zastupljen je elitizam.
- **Konvergencija.** Da bi se sprečilo da se proces pretraživanja zaustavi na nekom lokalnom optimumu, dobra strategija je da se u određenim intervalima resetuju neki parametri GA i, osim najbolje jedinke (elitizam), ostatak generacije u datom momentu ponovo inicijalno generiše. Time se obezbeđuje skok u slučajni deo pretraživanog prostora i izbegava zarobljavanje procesa pretraživanja u lokalnom optimumu. Jedno od pravila je, na primer, da se re-inicijalizacija izvrši kada su sve jedinke u datoj generaciji međusobno približno iste. Stepem približnosti se definiše prema problemu koji se rešava i ne postoji opšte pravilo. Ovde je algoritam arbitrarno startovan iz različitih tačaka i zaustavljan uvek posle 1000 generacija. Za zadati vektor  $w = (0,3577; 0,3062; 0,0414; 0,1713; 0,1234)$ , GA je identifikovao očekivano veliki broj mogućih matrica od kojih matrica sa slike 3 ima vektor težina najpribližniji zadatom. Apsolutno odstupanje na svim elementima ovog vektora u odnosu na zadati je 0,0226.

Criteria	C1	C2	C3	C4	C5	Vektor težina
C1	1	2	5	3	2	0,3577
C2		1	7	3	3	0,3062
C3			1	1/4	1/5	0,0414
C4				1	3	0,1713
C5					1	0,1234

**Slika 2.** Matrica poređenja kriterijuma u odnosu na cilj i pripadajući EVM vektor težina u primeru iz rada (Srdjevic, 2005)

**Figure 2.** Comparison matrix of criteria vs. goal and corresponding priority vector from (Srdjevic, 2005)

Criteria	C1	C2	C3	C4	C5	Vektor težina
C1	1	3	5	6	2	0,3639
C2		1	7	9	1	0,3106
C3			1	1/2	1/8	0,0335
C4				1	8	0,1721
C5					1	0,1200

**Slika 3.** GA identifikovana najpribližnija matrica poređenja i pripadajući EVM vektor težina

**Figure 3.** GA identified comparison matrix and corresponding priority vector

Matrica je identifikovana posle 695 generacija. Prikazani deo kompjuterskog izveštaja sadrži informaciju da je u prethodnoj (694.) generaciji postojala takođe približno dobra matrica poređenja sa vektorom težina koji je od zadatog odstupao u apsolutnom iznosu za 0,0278.

```
##### Generation 694 #####
1 .4290      5 1/3 6 2 3 4 7 8 1 1/2
2 .1142      3 4 5 2 6 7 9 1/2 1/8 8
3 .3261      5 1/3 6 2 3 7 1/5 1/5 3 9
4 .0278      3 4 5 2 7 8 1 1/2 1/8 8
Ave Func Value of Generation: .2243
Best Function Value: .0278
Number of Crossovers = 3
Elitist Reproduction on Individual 2

##### Generation 695 #####
1 .0226      3 5 6 2 7 9 1 1/2 1/8 8
2 .0278      3 4 5 2 7 8 1 1/2 1/8 8
3 .2554      3 4 5 2 6 7 9 1/2 8 8
4 .0226      3 5 6 2 7 9 1 1/2 1/8 8
Ave Func Value of Generation: .0821
Best Function Value: .0226
Number of Crossovers = 2
```

Poređenje najbolje generisane matrice (Slika 3) sa referentnom matricom (Slika 2)

pokazuje očekivana odstupanja semantičkih ocena, u ovom slučaju na polovini pozicija u matrici. Stepen konzistentnosti generisane matrice je  $CR = 0,56$  što je znatno više od tolerantne vrednosti 0,10, a totalno Euklidsko rastojanje svih elemenata u matrici je  $E=13,688$ . Ako se ove vrednosti uporede sa vrednostima iz rada (Srđević, 2005) za referentnu matricu sa Slike 2 ( $CR=0,09$  i  $E=4,961$ ), zaključuje se da generisana matrica ima previsoku nekonzistentnost i skoro 2,5 veće Euklidsko rastojanje. Ova odstupanja pokazuju da bi inverznu prioritizaciju trebalo proširiti na tretman i ova dva parametra.

## ZAKLJUČAK

Koncept inverzne prioritizacije ima smisla ako se želi rekonstrukcija ponašanja donosioca odluka u toku vrednovanja u parovima elemenata AHP hijerarhije. Na osnovu uvida u dostupnu literaturu, problem nije do sada tretiran, verovatno zato što je neodređen u smislu da se Pareto granica nedominiranih rešenja teško može utvrditi kroz bilo koji od poznatih metoda prioritizacije (Srđević, 2005). Prvi rezultati istraživanja ovog problema pokazuju da je za njegovo rešavanje nedovoljno koristiti samo mehanizam poređenja referentnog i generisanih vektora težina u toku primene genetičkog algoritma (specijalno razvijenog za ovu svrhu), već da bi problem trebalo tretirati kao višekriterijumski. Rezultati ukazuju da se pouzdaniji mehanizmi inverzne prioritizacije verovatno mogu realizovati ako se osim apsolutnog odstupanja generisanih od referentnog vektora težina tretiraju i fitness kriterijumi minimalnog odstupanja od tolerantnog limita konzistencije i minimalnog totalnog Euklidskog rastojanja. Način višekriterijumskog tretmana ovih elemenata u toku fitness evaluacije individua u genetičkom algoritmu biće predmet daljih istraživanja.

**Zahvalnost:** Rad je rezultat istraživanja u okviru projekta Osnovnih istraživanja u oblasti Matematike i Mehanike (2006-2010. god.) koji finansira Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (Br. projekta – 144009; naziv projekta – 'Analitički hijerarhijski proces (AHP): teorija i metodologija primene u individualnom i grupnom višekriterijumskom odlučivanju')

## LITERATURA

1. Jandrić Z., Srđević B.: Analitički hijerarhijski proces kao podrška donošenju odluka u vodoprivredi, *Vodoprivreda* 32, str. 327-334, 2000
2. Saaty, T.L.: *Multicriteria Decision Making - The Analytical Hierarchy Process*, RWS Publications, Pittsburg, Pa., 1992.
3. Srđević B.: Combining different prioritization methods in analytic hierarchy process synthesis, *Computers & Operations Research* 32 (7), 1897-1919, Elsevier, 2005.



# INVERTED PRIORITIZATION IN AHP: IDENTIFYING THE COMPARISON MATRIX FOR GIVEN VECTOR OF WEIGHTS WITH GENETIC ALGORITHM

by

*Bojan Srdjevic and Zorica Srdjevic*

*University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management*

## SUMMARY

In Analytic Hierarchy Process (AHP) it is required to compute so called priority vector, i.e. weights of the decision elements involved in pair wise comparisons and creation of the reciprocal judgment matrix. Standard AHP derives this vector as the principal eigenvector of a matrix, and method used for this is known as EVM (Eigenvector Method). However, it is well known that deriving priority vector is underdetermined problem with practically indefinite set of possible solutions (matrices). In fact, the matrix space is enlarging dramatically with raising the number of decision elements and order of the related matrix. This is mainly due to inherent inconsistencies of the decision maker's pair wise comparisons and limitations imposed by using certain ratio scale. In this paper, inversion problem is stated and solved with the use of genetic algorithm (GA) as an efficient stochastic search engine: for given priority vector identify most probable reciprocal matrix from which the vector could be derived. Rationale is to try to recognize possible decision maker's behavior during pair wise comparisons of the decision elements. Solving mechanism is based on original Saaty's scale [1/9, 1/8, ..., 1/2, 1, 2, ..., 9] with fitness function defined as closeness of any individual priority vector, derived from generated matrix, to the given priority vector. All standard parameters in genetic algorithm are involved: tournament, single point crossover, mutation, elitism and re-initialization of population to preserve convergence. An example application of proposed approach is given, followed by brief discussion.

*Key words:* inverted prioritization, AHP, GA.

Primljeno: 24.09.2009.

Prihvaćeno: 30.09.2009.