

## ПРЕДВИЂАЊЕ ТРАЖЊЕ ЗА ЗДРАВСТВЕНИМ УСЛУГАМА ПРИМЕНОМ МОДЕЛА ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНОГ РАВНАЊА

### EXPONENTIAL SMOOTHING MODELS FOR DEMAND FORECASTING IN HEALTH CARE

Александра Марцикић<sup>1</sup>

Универзитет у Новом Саду, Економски факултет у Суботици, Србија

Борис Радованов

Универзитет у Новом Саду, Економски факултет у Суботици, Србија

**Сажетак:** Циљ овог рада је да прикаже предности примене квантитативних модела у процесу доношења одлука у здравственом сектору, са нагласком на примену математичких метода за предвиђање тражње. Ефикасна и ефективна алокација ресурса на основу резултата модела предвиђања је један од највећих изазова са којима се сусрећу менаџери здравствених организација. У овом истраживању је приказана примена модела експоненцијалног равнања за предвиђање тражње у служби хитне медицинске помоћи, као једној од здравствених организација, коју карактерише колебљива и временски зависна тражња. У емпиријском делу истраживања оцењени су адитивни и мултипликативни Холт Винтерс-ови модели експоненцијалног равнања и резултати показују да је од свих испитаних модела адитивни Холт Винтерс-ов модел експоненцијалног равнања најпогоднији за краткорочно предвиђање тражње за услугама службе хитне медицинске.

**Кључне речи:** Експоненцијално равнање, Предвиђање, Здравствени менаџмент

**Abstract:** The main goal of this paper is to present advantages that can be obtained by using quantitative methods to aid demand forecasting in health care sector, specially addressing the ambulance service. In this paper we will use exponential smoothing methods to obtain the most accurate forecast of number of ambulance rides per day. The data set provides us information about the number of ambulance rides per day for three years period. Results show that additive Holt-Winters exponential smoothing method is the most suitable for forecasting the number of ambulance rides per day.

**Keywords:** Univariate models, Forecasting, Health Care Management

### 1. УВОД

Већина држава у свету се суочава са огромним изазовом да унапреди свој здравствени систем на безбедан, ефикасан и праведан начин уз разумне трошкове. Међутим, трошкови нису једина претња структурирању ефикасног система здравствене заштите. Проблеми у размени информација између институција у систему и чест дисконтинуитет у процесу лечења представљају озбиљне недостатке

<sup>1</sup> amarcikic@ef.uns.ac.rs

које је неопходно превазићи. Саинфорт (Sainfort F. et al., 2005) у свом извештају наводи да је у извештају Светског центра за евалуацију технологије истакнуто кашњење при пружању ургентних медицинских услуга, као још једна врло значаја сметња обезбеђивању савременог и квалитетног система здравствене заштите у европским државама. Развијање адекватног система за предвиђање тражње за здравственим услугама значајно би утицало на унапређење организације здравствених установа и подизање квалитета здравствених услуга. Стога, практична имплементација квантитативних метода може бити од изузетног значаја за остваривање пословних циљева и жељеног квалитета услуга у свим здравственим организацијама.

Упркос значајности и актуелности теме, и даље постоје велике препреке у прихватању и практичној примени математичких модела као основе за доношење одлука од стране клиничара, менаџера и креатора здравствене политике. Приметно је да је примена квантитативних метода у пракси одавно заживела у развијенијим земљама, док је на жалост у нашем локалном окружењу обавештеност и свест о предностима примене метода операционих истраживања и њиховом практичном значају за унапређење пословања екстремно ниска. Истицање значаја и могућности практичне примене квантитативних метода за унапређење организације пословних процеса у здравственом менаџменту је такође један од основних циљева овог рада.

## **2. ПРЕГЛЕД ВЛАДАЈУЋИХ СТАВОВА У ЛИТЕРАТУРИ**

Дугорочно предвиђање тражње за услугама службе хитне медицинске помоћи је релативно мало заступљена тема у литератури, иако се наводи да је „способност предвиђања тражње од круцијалног значаја“ (Goldberg, 2004, стр. 20). Већина модела користи податке детерминистичког карактера или просечне вредности узорка за одређивање дистрибуције података. Досадашњи радови везани за предвиђање броја долазних позива у хитној помоћи се могу поделити у две категорије, модели везани за просторну дистрибуцију тражње и модели за предвиђање тражње током одређеног временског периода.

Чаноуф (Channouf et al., 2007) у свом раду врши предвиђања учесталости долазних позива у станици хитне медицинске помоћи за сваки сат у једном дану, и обим дневних позива, а предвиђање је засновано на историјским подацима. У циљу унапређивања пословања службе хитне медицинске помоћи у канадском граду

Калгарију примењене су и оцењене различите методе анализе временских серија. Извршено је упоређивање оцењених модела и одговарајуће моћи предвиђања, а најбољи резултати за предвиђање броја позива у току једног дана су добијени применом ауторегресивног модела са елиминисаним утицајем тренда, сезоне и празника. Предвиђање броја позива за сваки сат у једном дану најбоље објашњава мултиноминална дистрибуција вектора броја позива за сваки сат, условљена дневним обимом позива.

Бејкер и Фицпетрик (Baker et al., 1986) у свом раду први пут користе Винтеров метод експоненцијалног равнања за предвиђање обима дневних позива различитог приоритета хитности у четири округа америчке државе Јужна Каролина. Циљно и квадратно програмирање је коришћено како би се изабрали параметри за експоненцијално равнање, а затим је извршено поређење резултата предвиђања овог модела са резултатима модела вишеструке линеарне регресије. Метод експоненцијалног равнања је дао боље резултате са нижом средњом квадратном грешком у три од четири округа.

Развијање модела за адекватно предвиђање обима позива у будућем периоду није само значајно за пословање служби од јавног интереса, као што су служба хитне медицинске помоћи, полиција и ватрогасна служба, већ се у великој мери примењује и у различитим привредним секторима. Резултати истраживања у другим областима такође се могу користити за предвиђање долазних позива у служби хитне медицинске помоћи, јер се претпоставља да подаци о долазним позивима у телефонским централама одговарају нехомогеној Пуасоновој дистрибуцији, што је такође случај са тражњом за хитним медицинским услугама.

Анализом долазних позива у телемаркетинг центру се бавио Бјанки (Bianchi et al., 1998). У раду је извршено поређење моћи предвиђања ARIMA модела са Холт-Винтеровим моделом експоненцијалног равнања. Аутори су дошли до закључка да на посматраним подацима ARIMA модел даје боље резултате.

### **3. УНИВАРИЈАЦИОНИ МОДЕЛИ ВРЕМЕНСКИХ СЕРИЈА**

Униваријациони модели временских серија су намењени објашњењу кретања варијабли на основу сопствених историјских вредности и њима се искључиво обухватају историјске карактеристике кретања појаве. Униваријациони модели се најчешће користе када структурни модели не дају задовољавајуће предвиђање

посматране појаве или када не постоји могућност формулисања одговарајуће узрочно последичне везе. Истраживања су показала да експоненцијалног равнања, одговарају карактеристикама тражње за услугама хитне медицинске помоћи и могу пружити добре резултате у предвиђању кретања ове појаве у наредном краткорочном временском периоду (Channouf et al., 2007).

### 3.1. Холт Винтерс-ов модел експоненцијалног равнања

Експоненцијално равнање представља посебну технику, којом се текућа вредност варијабле моделира у функцији сопствених претходних вредности. Текућа оцењена вредност се може добити као пондерисани збир свих претходних осматраних вредности, при чему пондери представљају опадајући геометријски низ, тј. утицај варијабле на текућу вредност поступно слаби како се удаљавамо ка прошлим временским јединицама осматрања.

У литератури (Diebold, 2004) се јавља неколико модела експоненцијалног равнања, док ће у овом раду, због претпоставке о сезоналитету података, бити примењен Холт Винтерс-ов модел експоненцијалног равнања. Метод заснива на три релације, од којих се првом моделира ниво појаве, другом тренд и трећом утицај сезоне. Холт Винтерс-ов модел експоненцијалног равнања се појављује у две форме, адитивној и мултипликативној, у зависности од начина на који се сезоналитет моделира.

Код адитивног Холт Винтерс-овог модела, релације које описују ниво појаве  $a_t$ , тренд  $b_t$  и сезонску компоненту  $c_t$  у времену  $t$  дефинишу се на следећи начин:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha (Y_t - s_{t-d}) + (1-\alpha) (a_{t-1} + b_{t-1}), \\ b_t &= \beta (a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}, \\ c_t &= \gamma(Y_t - a_t) + (1-\gamma)c_{t-d} \end{aligned} \quad (1)$$

где је  $d$  период сезоне,  $\alpha$  коефицијент равнања за ниво појаве,  $\beta$  коефицијент равнања за правац и  $\gamma$  коефицијент равнања за сезонску компоненту.

Пондерисани просек по адитивној варијанти је:

$$S_{t+1} = a_t + b_t + c_{t+1-d} \quad (2)$$

Сезонска компонента Холт Винтерс-овог модела експоненцијалног равнања може бити моделирана и на мултипликативан начин. Уколико подаци показују стабилне сезонске флукуације, препоручује се адитиван модел, а уколико је сезонска компонента пропорционална просечном нивоу временске серије препоручује се примена мултипликативног модела. Основне једначине нивоа појаве  $a_t$ , тренда  $b_t$  и сезонске компоненте  $c_t$  у

времену  $t$  код мултипликативног Холт Винтерс-овог модела експоненцијалног равнања дефинишу се на следећи начин:

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha \frac{Y_t}{s_{t-d}} + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ c_t &= \gamma \frac{Y_t}{a_t} + (1 - \gamma)c_{t-d} \end{aligned} \quad (3)$$

где је  $d$  период сезоне,  $\alpha$  коефицијент равнања за ниво појаве,  $\beta$  коефицијент равнања за правац и  $\gamma$  коефицијент равнања за сезонску компоненту.

Пондерисани покретни просек по мултипликативној варијанти израчунава се путем следећег израза:

$$S_{t+1} = (a_t + b_t)c_{t+1-d} \quad (4)$$

#### 4. ПОКАЗАТЕЉИ КВАЛИТЕТА ПРЕДВИЂАЊА МОДЕЛА

Као што је наведено у уводном делу, у наставку рада ће бити примењени различити методи предвиђања, у циљу идентификовања најбољег начина за моделирање кретања посматране појаве. Компарација оцењених модела ће бити извршена поређењем Шварц-овог информационог критеријума. Ако се жели упоредити квалитет предвиђања различитих модела оцењених над идентичним подацима, са истим бројем јединица предвиђања, на располагању стоје различити показатељи, као што су нпр. корен средње квадратне грешке прогнозе (root mean squared error RMSE), средња апсолутна грешка прогнозе (mean absolute error, MAE), средња апсолутна процентуална грешка (mean absolute percentage error, MAPE), итд.

Пошто софтвер при оцени модела користи метод максималне веродостојности, у формулацији информационог критеријума користи се логаритам функције веродостојности  $L$ , где је  $T$  величина узорка,  $k$  број параметара модела и  $e_t$  резидуал.

$$L = -\frac{T}{2} \left( 1 + \ln(2\pi) + \frac{\ln\left(\sum_{t=1}^T e_t^2\right)}{T} \right) \quad (5)$$

Вредност Сцхварз-овог информационог критеријума израчунава се на основу следећег израза:

$$SIC = -\frac{2L}{T} + \frac{k}{T} \ln(T) \quad (6)$$

Вредност информационог критеријума, сама по себи, не пружа значајне информације, већ се користи као величина на основу

које се пореди адекватност различитих модела примењених над истим подацима. Што је вредност информационих критеријума нижа, модел је погоднији.

У циљу тестирања квалитета предвиђања изабраним моделом потребно је извршити пројекције за неколико временских јединица ван узорка, а истовремено располагати и стварним вредностима променљиве за те временске јединице.

У овом раду ћемо са  $Y_t$  означити број интервенција службе хитне медицинске помоћи у дану  $t$ , где је  $t=1,2, \dots, n$ , а  $n=1096$ . Ако извршено предвиђање представља променљива  $P_{t,s}$  за  $S$  временских јединица изван узорка ( $s=1,2, \dots, S$ ) и ако су познате стварне вредности те варијабле у посматраном периоду  $Y_{t+s}$ , грешка прогнозе се добија као разлика стварне и предвиђене вредности променљиве ( $Y_{t+s} - P_{t,s}$ ). Нижа вредност показатеља указује на квалитетнију моћ предвиђања модела.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (Y_{t+s} - P_{t,s})^2} \quad (7)$$

$$MAE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |Y_{t+s} - P_{t,s}| \quad (8)$$

$$MAPE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| \frac{Y_{t+s} - P_{t,s}}{Y_{t+s}} \right| * 100\% \quad (9)$$

## 5. АНАЛИЗА ОРИГИНАЛНИХ ПОДАТАКА

У овом истраживању тражња за услугама хитне медицинске помоћи ће бити приказана на основу дневних интервенција. Оригинални подаци су прикупљени у Служби хитне медицинске помоћи градског насеља у Републици Србији са 150000 становника, за временски период од 15.02.2009. до 15.02.2012. За статистичку обраду података коришћени су програмски пакети EViews и SPSS. У посматраном периоду је извршено просечно 30 интервенција у току дана, а на бази основних статистичких показатеља и вредности Jarque Bera тест статистике, може се закључити да подаци не прате нормалан распоред. За оцењивање модела коришћени су подаци од 15.02.2009. до 21.01.2012, а остала осматрања у узорку су коришћена за контролу. Предвиђање ван узорка је извршено за период од 14 дана, тј. до 29.02.2012.

### 5.1. Оцењивање параметара модела

У наставку су примењене обе варијанте Холт Винтерс-овог модел експоненцијалног равнања, посебно за анализу интервенција првог и другог реда хитности. Константе равнања  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  су одређене минимизирањем средње квадратне грешке модела. Оцењене константе равнања адитивног Холт Винтерс-овог модела су:  $\alpha = 0,031$ ,  $\beta = 0$  и  $\gamma = 0,00001$  и модел гласи:

$$\begin{aligned} a_t &= 0,031(Y_t - c_{t-d}) + 0,969 a_{t-1}, \\ b_t &= 0, \\ c_t &= 0,0068(Y_t - a_t) + 0,9932 c_{t-d}. \end{aligned} \quad (10)$$

Холт Винтерс-ов мултипликативни модел експоненцијалног равнања, за гласи:

$$\begin{aligned} a_t &= 0,029 \frac{Y_t}{c_{t-d}} + 0,971(a_{t-1} + b_{t-1}), \\ b_t &= 0, \\ c_t &= 0,04 \frac{Y_t}{a_t} + 0,96 c_{t-d}. \end{aligned} \quad (11)$$

Резултати показују да је вредност параметра  $\beta$  једнака нули, код свих оцењених модела експоненцијалног равнања, на основу чега се закључује да не постоји значајан утицај тренда на дневну тражњу за услугама хитне медицинске помоћи.

Такође се може закључити да је вредност параметра  $\alpha$ , који репрезентује ниво појаве, приближно слична у свим оцењеним моделима. Ова вредност показује брзину прилагођавања модела флукуацијама посматране појаве, а пошто је добијена вредност  $\alpha$  у нашим моделима релативно ниска, може се закључити да осматрања која се јављају непосредно пре тренутка  $t$  немају кључни утицај на број дневних интервенција у посматраном временском тренутку  $t$ .

Сезонски утицај се разликује у зависности од тога да ли је моделиран на адитиван или мултипликативан начин, што је и логично, и у свим оцењеним моделима постоји статистички значајан утицај сезоне.

### 6. ДИСКУСИЈА И ЗАКЉУЧАК

У последњем кораку ће се извршити поређење оцењених модела по Шварц-овом информационом критеријуму (BIC) и упоредити квалитет предвиђања различитих модела. За поређење квалитета предвиђања постоје различити показатељи, а овде ће бити

примењена средња апсолутна процентуална грешка прогнозе (MAPE) и за период оцењивања и за период контроле модела.

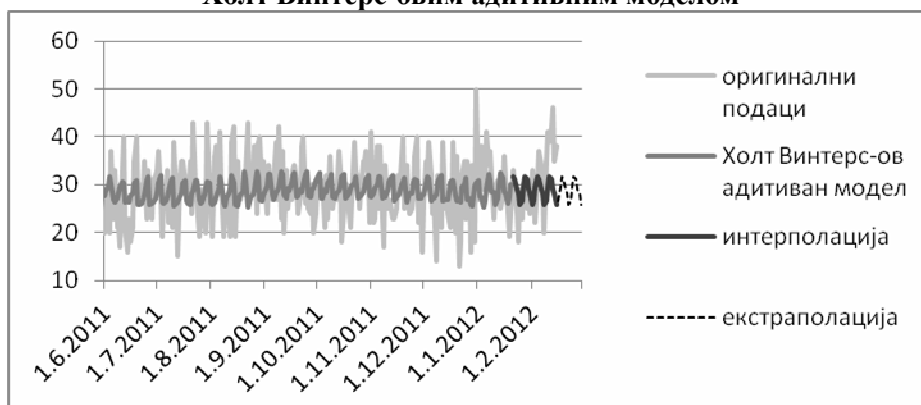
**Табела 1. : Показатељи квалитета моћи предвиђања модела и вредности БИЦ информационог критеријума**

	MAPE период оцењивања	MAPE период контроле	BIC
Холт Винтерс-ов адитивни модел експоненцијалног равнања	17,875	19,779	3,690
Холт Винтерс-ов мултипликативни модел експоненцијалног равнања	17,958	20,150	3,694

Извор: Сопствено истраживање

На основу података приказаних у табели 1 може се закључити да по свим показатељима Холт Винтерс-ов адитивни модел експоненцијалног равнања најбоље објашњава кретање посматране појаве.

**Графикон 1. : Приказ оригиналних података и података оцењених Холт Винтерс-овим адитивним моделом**



Извор: Сопствено истраживање

У овом раду предмет истраживања је била примена модела експоненцијалног равнања за предвиђање дневног броја интервенција у служби хитне медицинске помоћи. Избор примењених квантитативних анализа базиран је на проучавању опсежне светске литературе која се бави овом тематиком, у нади да ће у будућности и на нашим просторима бити реализован већи број истраживања о моделирању процеса у здравственом менаџменту. Како би се могла донети коначна одлука о моделима који на најбољи начин описују кретање ове појаве, идеја за наставак истраживања је примена мултиваријационих модела, те поређење резултата



добијених униваријационим и мултиваријационим моделима. У сваком случају, ово истраживање је показало да моделирање практичних проблема из области здравственог менаџмента представља велики изазов, јер се практичном имплементацијом резултата истраживања у овој области постиже унапређење пословања здравственог система и друштва у целини.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Baker J. R., Fitzpatrick, K. E., 1986, *Determination of an optimal forecast model for ambulance demand using goal programming*, Journal of Operational Research Society, 37 (11), 1047-1059
2. Bianchi L., Jarrett J., Hanumara R.C., (1998), *Improving forecasting for telemarketing centers by ARIMA modeling with intervention*, International Journal of Forecasting, 14 (4), 497–504
3. Brandeau M.L., Sainfort F., Pierskalla W.P. (2005). *Operations research and health care: a handbook of methods and applications*, Springer Science + Business Media, Inc.
4. Channouf N., L'Ecuyer P., A. Ingolfsson, A. N. Avramidis. (2007). *The application of forecasting techniques to modeling emergency medical system calls in Calgary, Alberta*, Health Care Manage Science, 10 (1), 25-45
5. Diebold F.X. (2004). *Elements of forecasting*, Thomson South-Western
6. Goldberg J.B. (2004). *Operations research models for the deployment of emergency services vehicles*, EMS Management Journal, 1, 20-39.
7. Kiš T. Èileg M., Vugdelija D., Sedlak O. (2005). *Kvantitativni metodi u ekonomiji*, Ekonomski fakultet Subotica
8. Kovaèiæ Z., (1995). *Analiza vremenskih serija*, Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet
9. Miæaloviæ P., (2009). *Zdravstveni menadžment*, Zdravstvena zaštita, broj 4, 67-75
10. Sainfort F., Blake J., Gupta D., Radin R.L., (2005), *WTEC Panel Report on Operations Research for Health Care Delivery Systems*, World Technology Evaluation Center, Inc., Baltimore

11. Taylor J. W., (2008). *A comparison of univariate time series methods for forecasting intraday arrivals at a call center*, Management Science, 54 (2), 253-265

*Раџ је примљен: 04.03.2014.*

*Раџ је прихваћен за штампање: 20.03.2014.*