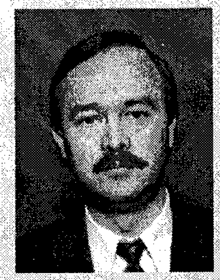
UDK:620.9.338.45

STRUČNI RAD

MODEL MINIMIZACIJE TROŠKOVA U ENERGETICI SLOŽENIH SISTEMA

MODEL MINIMISATION EXPENSES IN ENERGETICS OF COMPLEX SYSTEMS

Doc. dr Novica Pavlović,
Viša poslovna škola, Novi Sad



REZIME

U radu je dat jedan matematički model koji se može koristiti pri razmatranjima procesa minimizacije troškova u energetici složenih sistema. Dati model optimizacije bazira na minimizacije potrošnje energenata, radne snage i drugih troškova koji neki energetski proces u složenim sistemima zahteva, pri čemu se ostvaruju maksimalni energetski efekti (npr.: grejanja).

***Ključne reči:** minimizacija; cena; energetika.*

ABSTRACT

In the paper given mathematic model of minimization cost in energetics of compound systems.

The presented model of optimization is based on minimisation of energy consumption, working force and other expenses required by an energy process in compound systems, while achieving maximum energetic effects (i.e. heating)

***Key words:** minimization; cost; energetics.*

1. UVOD

Problematici energetskih tokova, u aktuelnoj naučnoj i stručnoj literaturi, nije posvećena odgovarajuća pažnja. Provedena istraživanja vezana za tokove energije složenih sistema imaju, pre svega, opšti karakter analiza strukture korišćenih oblika energije ili energenata u energetici neke zemlje ili regiona, kao i istraživanja vezana za procene opravdanosti investiranja u tehnologije i sisteme korišćenja pojedinih energenata, odnosno izvora energije. Do sada su uglavnom vršena separatna istraživanja sa aspekta utvrđivanja opravdanosti primene pojedinih energetskih sistema, a ne sa aspekta , modelovanja, optimizacije i specifičnih uslova koje postavljaju urbane sredine.

Danas, nažalost, u praksi ne postoji u potrebnoj meri i na kvalitetnom nivou izgrađen sistematski pristup upravljanju tokovima energije u urbanim sredinama. Iz tih razloga smo svedoci neracionalnih sistemskih rešenja ne samo sa tehničkog, nego još više sa ekonomskog aspekta snabdevanja potrošača energijom.

2. MATEMATIČKI MODEL

Sa aspekta optimizacije na relaciji: efekti – potrošnja energije, sa ciljem ocene relativne produktivnosti utrošene energije E i uticaja energenata (na primer energetnata X_1, X_2, X_3, X_4) na količinu proizvodnosti (npr. zagrevanje), može se koristiti funkcionalna relacija oblika:

$$G_p = \min\{\beta, E, f(R,C)\} \qquad (1)$$

Gde su:

G_p - proizvodnost,
E - ukupno utrošena energija,
R - rad izvršioca,
C - kapital,
f - koeficijent elastičnosti supstitucije određenih energenata.

Sa pretpostavkom proporcionalnosti između utrošene energije i proizvodnosti, bez specifikacije funkcije $f(R,C)$, može se definisati sledeća relacija:

$$E = a_1h_1X_1 + a_2h_2X_2 + a_3h_3X_3 + a_4h_4X_4 \qquad (2)$$

Gde su:

$X_1[t]$ - ugalj,
$X_2[kNJh]$ - električna energija,
$X_3[t]$ - nafta,
$X_4[m^3]$ - zemni gas,
h_1, h_2, h_3, h_4 - odgovarajuće toplotne vrednosti, energenata,
a_1, a_2, a_3, a_4 - odgovarajuće efikasnosti upotrebe pojedinih energenata.

Ako se pretpostavi da su poznati koeficijenti toplotnih vrednosti $h_i(i=1,2,3,4)$ i međusobno različiti parametri efikasnosti upotrebe pojedinih energenata $a_i(i=1,2,3,4)$, ekonometrijskom tehnikom, odnosno računarskom podrškom mogu da se ocene vrednosti parametara $b_i=\beta\ a_i \quad (i=1,2,3,4)$ funkcije:

$$P = b_1(h_1X_1)+ b_2(h_2X_2)+ b_3(h_3X_3)+ b_4(h_4X_4) \qquad (3)$$

Ako se ranije definisanoj relaciji (2) postavi ograničenje promenljivih $X_i\ (i=1,2,3,4)$ u obliku jednakosti:

$$\varphi(X_i) = const. \qquad (4)$$

tada postoji mogućnost primene matematičkog modela rešavanjem – sistema jednačina (2) i (4) ne uzimajući u obzir (ne) linearnost datog sistema.

Maksimum korisnosti (K) – minimum troškova (T)

1. U suštini, pojam dobiti se definiše kao diferencija vrednosti izlaza - outputa i ukupnih troškova proizvodnosti procesa:

$$K=C_p P - (\sum_{i=1}^{4} C_{ui} X_i + t_f) \qquad (5)$$

gde su:
C_p- cena proizvodnosti (npr.: cena grejne jedinice),
P- proizvodnost (3),
C_{ui}- cena pojedinih ulaznih energenata,
X_i- energenti,
t_f- fiksni troškovi procesa
$\Sigma c_{ui}X_i = tv$ - varijabilni troškovi.

2. Maksimizcija dohotka se svodi na rešavanje sledeće jednačine i ekvivalentna je minimizaciji ukupnih troškova:

$$\sum c_{ui}X_i = tf: \quad \frac{\partial K}{\partial X_i} = 0 \quad i = 1,2,3,4$$

Rešenje maksimizacije dohotka je:

$$\frac{\partial P}{\partial X_i} = \frac{c_{ui}}{c_p} \quad i = 1,2,3,4 \qquad (6)$$

Iz prethodne jednačine proizilazi da će dohodak celokupnog procesa biti maksimalan u slučaju kada je granična proizvodnja proporcionalna cenama ulzanih energenata i ceni naplaćenog grejanja. Iz relacije (6) proizilazi i sledeća ekvivalentna relacija:

$$T = \sum_{i=1}^{4} c_{ui} X_i + tf \qquad (7)$$

i funkcija proizvodnosti oblika:

$$G(P, X_1, X_2, X_3, X_4) = 0 \qquad (8)$$

Kriterijum: maksimizacija dohotka, odnosno minimizacija ukupnih troškova daje:

$$\frac{\partial T}{\partial X_1}:\frac{\partial T}{\partial X_2}:\frac{\partial T}{\partial X_3}:\frac{\partial T}{\partial X_4} = \frac{\partial G_p}{\partial X_1}:\frac{\partial G_p}{\partial X_2}:\frac{\partial G_p}{\partial X_3}:\frac{\partial G_p}{\partial X_4} \qquad (9)$$

Gde su u jednakosti ukupni troškovi:

$T = \sum_{i=1}^{4} c_{ui} + tf$ pri čemu su:

$\sum_{i=1}^{4} c_{ui} + tf$ - varijabilni troškovi i

tf - fiksni troškovi.

1. Odnos proizvodnosti (distribucije energije) i ukupnih troškova: $T = f(P)$

Zavisnost kratkoročnog kretanja ukupnih troškova od proizvodnosti P može se predstaviti funkcijom oblika:

$$T = f(P) = k_0 + k_1 P + k_2 P^2 + k_3 P^3 \qquad (10)$$

gde su:

$k_i,\ i = 0,1,2,3$ - koeficijenti,

$k_o = t_f$ - fiksni troškovi,

$k_1P + k_2P^2 + k_3P^3$ - varijabilni troškovi.

Prema kriterijumu: minimizirati $T = f(P)$ je:

$$\frac{dT}{dP} = k_1 + 2k_2 P + 3k_3 P^2 = 0 \qquad (11)$$

odakle sledi:

$$P\min = \frac{1}{3k_3}\left(-k_2 \pm \sqrt{k_2^2 - 3k1k3}\right)$$

Uslov za egzistenciju $\min T$ je:

$k_2^2 >(=) 3k_1 k_3$; $d^2T/dP^2 > 0$

$$P > -\frac{k_2}{3k_3} \Rightarrow k_2 = \operatorname{sgn} k_3$$

Ako se P iz prethodnog uslova zameni oblikom iz relacije (3) u relaciji (10) dobija se:

$$T = k_0 + k_1[b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)] +$$
$$+ k_2[b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^2 +$$
$$+ k_3[b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^3$$

Uslov (11) prelazi u sistem:

$$\frac{\partial T}{\partial X_1} = k_1b_1h_1 + 2k_2b_1h_1 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]$$
$$3k_3b_1h_1 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^2 = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_2} = k_1b_2h_2 + 2k_2b_2h_2 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]$$
$$3k_3b_2h_2 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^2 = 0 \qquad (S)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_3} = k_1b_3h_3 + 2k_2b_3h_3 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]$$
$$3k_3b_3h_3 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^2 = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_4} = k_1b_4h_4 + 2k_2b_4h_4 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]$$
$$3k_3b_4h_4 + [b_1(h_1X_1) + b_2(h_2X_2) + b_3(h_3X_3) + b_4(h_4X_4)]^2 = 0$$

Nastali sistem se rešava jednom od metoda rešavanja nelinearnih sistema (npr. *NSOR*).

Smena $d_i = b_ih_i (i = 1,2,3,4)$ sistem S prevodi u oblik:

$$k_1d_1 + 2k_2d_1[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4] +$$
$$3k_3d_1[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4]^2 = 0$$
$$k_1d_2 + 2k_2d_2[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4] +$$
$$3k_3d_2[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4]^2 = 0 \qquad (S')$$
$$k_1d_3 + 2k_2d_3[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4] +$$
$$3k_3d_3[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4]^2 = 0$$
$$k_1d_4 + 2k_2d_4[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4] +$$
$$3k_3d_4[d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4]^2 = 0$$

Kako je treći sabirak u jednačinama sistema (S')

$$(d_1X_1 + d_2X_2 + d_3X_3 + d_4X_4)^2 = d_1^2X_1 + d_2^2X_2 + d_3^2X_3 +$$
$$d_4^2X_4 + +2d_1d_2X_1X_2 + 2d_1d_3X_1X_3 + 2d_4d_2X_1X_4 +$$
$$2d_2d_3X_2X_3 + 2d_2d_4X_2X_4 + 2d_3d_4X_3X_4$$

dobija se sistem (S') (po nepoznatim veličinama X_1, X_2, X_3, X_4) oblika:

(1)

$$(3k_3d_1^3X_1 + 6k_3d_1^2d_2X_2 + 6k_3d_1^2d_4X_4 + 2k_3d_1^2)X_1$$
$$+ (3k_3d_2^2X_2 + 6k_3d_1d_2d_3X_3 + 6k_3d_1d_2d_4X_2 +$$
$$2k_2d_1d_2)X_2 + (3k_3d_1^2X_3 + 6k_3d_1^2d_3X_1 + 2k_2d_2d_3)X_3$$
$$+ (3k_3d_1d_4^2X_4 + 6k_3d_1d_3d_4X_3 + 2k_2d_1d_4)X_4 = -k_1d_1$$

(2)

$$(3k_3d_1^2d_2X_1 + 6k_3d_1d_2^2X_2 + 6k_3d_1d_2d_4X_4 + 2k_3d_1d_2)X_1$$
$$+ (3k_3d_1^3d_2X_2 + 6k_3d_2^2d_3X_3 + 6k_3d_2^2d_4X_2 +$$
$$+ 2k_2d_2^2)X_2 + (3k_3d_2d_3^2X_3 + 6k_3d_1d_2d_3X_1 + 2k_2d_2d_3)X_3$$
$$+ (3k_3d_2d_4^2X_4 + 6k_3d_1d_2d_3X_3 + 2k_2d_2d_4)X_4 = -k_1d_2$$

(3)

$$(3k_3d_1^2d_3X_1 + 6k_3d_2d_3d_4X_2 + 6k_3d_1d_2d_4X_4 + 2k_2d_1d_2)X_1$$
$$+ (3k_3d_2^3X_2 + 6k_3d_2^2d_3X_3 + 6k_3d_2d_3d_4X_4 +$$
$$+ 2k_2d_2d_3)X_2 + (3k_3d_3^3X_3 + 6k_3d_1d_3^2X_1 + 2k_2d_3^2)X_3$$
$$+ (3k_3d_2d_4^2X_4 + 6k_3d_2d_3d_4X_3 + 2k_2d_3d_4)X_4 = -k_1d_3$$

(4)

$$(3k_3d_1^2d_4X_1 + 6k_3d_1d_2d_4X_2 + 6k_3d_1d_4^2X_4 + 2k_2d_1d_4)X_1$$
$$+ (3k_3d_2^2X_2 + 6k_3d_2d_3d_4X_3 + 6k_3d_2d_4^2X_4$$
$$+ 2k_2d_2d_4)X_2 + (3k_3d_4^3X_4 + 6k_3d_3d_4^2X_3 + 2k_2d_4^2)X_4$$
$$+ (3k_3d_3^2d_4X_4 + 6k_3d_1d_3d_4X_1 + 2k_2d_3d_4)X_4 = -k_1d_4$$

Prikazani sistem od četiri jednačine sa četiri nepoznate rešava se metodom *NSOR* do željene tačnosti rekurentnom formulom koja ima sledeći oblik:

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k - \omega\left[D(X_i^k) - \omega T(X_i^k)\right]^{-1} - G(X_i^k)$$

gde su:

k - broj iteracije,
i = 1,2,3,4,
ω = (0.5-1.5) – parametar tačnosti rešavanja,
G - matrica sistema,
D - dijagonala matrica od G,
T - donja trougaona matrica od G.

Egzistencija rešenja se određuje regularnošću matrice $D(X_i^k) - \omega T(X_i^k)$.

Minimalni troškovi distribucije energije dobijaju se varijacijom ulaznih faktora $X_i (i = 1,2,3,4)$. Ako je proizvodnost oblika:

$$P = c_u^1 X_1 + c_u^2 X_2 + c_u^3 X_3 + c_u^4 X_4$$

postupak za formiranje sistema se ponavlja, pri čemu računarska podrška daje minimum finansijskih troškova, što je ekvivalentno maksimumu korisnosti za određeno - planirano P.

3. ZAKLJUČAK

Maksimalni efekti proizvodnosti (grejanja ili drugih energetskih efekata) u složenim sistemima potrebno je (i moguće) obezbediti uz minimizaciju potrošnje energenata. Jedna od mogućnosti za ostvarenje takvih efekata pruža adekvatno matematičko modelovanje čiji je oblik definisan u ovom radu.

LITERATURA

[1] Lambić, M., Avramov, D.: Modelovanje minimizacije utroška energije u pivarama, Pivarstvo, br. 3-4 (1995), str. 86-89

[2] Avramov, D.; Lambic, M.: Modelling of Minimization of Energy Consumption, Symp. Proc.:Energetics and Ponjer Supply Technologies, Novi Sad, 1995., p. 222-227

[3]Pavlović, N.: Energetika urbanih sredina, Zbornik radova Više poslovne škole, Novi Sad, r. 1-2 (2003), s. 91-96

[4]Pavlović, N. : Tehno-ekonomska analiza snabdevanja urbanih sredina energijom, Univerzitet u Novom Sadu, Tehnički fakultet "M. Pupin", Zrenjanin, 2000. (Doktorska teza)

[5]Lambić, M.: Energetika, Tehnički fakultet "M. Pupin", Zrenjanin, 2003.