TERMO-VISKO-PLASTIČNOST I TEČENJE U STRUKTURNO-MATERIJALNOM ODZIVU POLIEDARSKIH KONSTRUKCIJA

THERMO-VISCO-PLASTICITY AND CREEP IN STRUCTURAL-MATERIAL RESPONSE OF FOLDED-PLATE STRUCTURES

Dragan D. MILAŠINOVIĆ

ORIGINALNI NAUČNI RAD
ORIGINAL SCIENTIFIC PAPER
UDK: 624.074:539.374
doi:10.5937/GRMK1704007M

1 UVOD

Pri projektovanju konstruktivnog elementa podvrgnutog mehaničkim i termalnim opterećenjima potrebno je adekvatno uzeti u obzir ponašanje materijala pod takvim uslovima. Mnogi nacionalni i međunarodni standardi uspostavljeni su za projektovanje/proračun na povišenim temperaturama, kao rezultat iskustva i istraživanja tokom više decenija. Metodi analize koji uključuju termo-visko-plastičnu deformaciju i deformaciju tečenja bili su najpre analitičkog tipa [1]. Kasnije, s napretkom MKE, numerički postupci razvijeni su kako bi se mogli koristiti da realno predvide odzive u veoma složenim konstrukcijama [2]. Ove numeričke procedure uključene su u računarske programe opšte namene, po konačnim elementima, kao što su ADINA, ABAQUS, MARC, PAK, i tako dalje. Numerički algoritam predstavljen u ovom radu oslanja se uglavnom na primenu RDA, koja je razvijena od strane autora za analizu unutrašnje prigušenih neelastičnih konstrukcija [3]. RDA je vrsta neelastične analize, koja transformiše jednu kategoriju veoma komplikovanih materijalno-nelinearnih problema u jednostavnije linear-no-dinamičke probleme korištenjem modalne analize [4, 5]. Ovaj koncept ponešto je generalizovan u ovom radu, posebno za termička opterećenja.

Razvoj metoda za nelinearnu analizu, naročito u okviru MKE, doveo je do mogućnosti rešavanja veoma komplikovanih inženjerskih problema. Na primer, vlaknasti konačni elementi, greda/stub, na bazi distribuirane plastičnosti pokazali su se veoma uspešnim za modeliranje čelika, betona i kompozitnih materijala [6]. U poslednje dve decenije, razvoj metoda za analizu konstrukcija izloženih uticaju zemljotresa u broj je ekspanziji.

1 INTRODUCTION

In designing structural element subjected to mechanical and thermal loadings it is necessary to adequately take into account material behaviour under such conditions. Many national and international standards have been established for design at elevated temperatures, as a result of experience and research over many decades. Methods of analysis which include thermo-elastic-plastic and creep deformation were first of analytical type [1]. Later, with the progress of FEM, numerical procedures have been developed which can be used to realistic predict response of very complex structures [2]. These numerical procedures have been implemented in general purpose finite element programs, like ADINA, ABAQUS, MARC, PAK, etc. The numerical algorithm presented in this paper relies on the main idea of the RDA employed by the author for the analysis of visco-elasto-plastic (VEP) vibrations and their use for the analysis of internally damped inelastic structures [3]. The RDA is a type of inelastic analysis, which transforms one category of very complicated material non-linear problems to simpler linear dynamical problems using modal analysis [4, 5]. This concept is generalized in this paper, particularly for the thermal loading.

Development of methods for non-linear analysis, especially within the FEM, has lead to possibility of solving very complex engineering problems. For instance, distributed plasticity fibre based beam/column elements are proven to be very successful for modelling steel, concrete and composite structures [6]. In the last two decades, development of methods for analysis of

Prof. dr Dragan D. Milašinović, Univerzitet u Novom Sadu,
Građevinski fakultet Subotica, Srbija, ddmil@gf.uns.ac.rs

Prof. dr Dragan D. Milašinović, University of Novi Sad,
Faculty of Civil Engineering Subotica, Serbia,
ddmil@gf.uns.ac.rs

Niz mogućnosti za rešavanje složenih problema je formirano – kako za svakodnevnu inženjersku praksu, tako i u svrhu naučnih istraživanja [7]. Cilj ovog rada jeste da obezbedi jedinstven okvir za kvazistatička neelastična izvijanja i termička opterećenja ravnomerno pritishnutih poliedarskih konstrukcija, koristeći MKT [3]. Prvi rad o MKT objavio je Cheung, kasnih šezdesetih godina prošlog veka. Od tada, mnogi doprinosi učinjeni su u području strukturne analize s visokom efikasnošću. Milašinović [8, 9] razvio je harmonijski spojeni MKT, uključujući Green-Lagrange članove deformacija u formulu, tako da su savijajuće i membranske geometrijske krutosti spojene, dajući preciznija predviđanja, naročito prilikom velikih ugiba i elastične analize postkritičnog ponašanja. MKT jeste varijanta MKE. Za primenu na poliedarske konstrukcije, umesto diskretizacije konačnim elementima, tankozidni poprečni presek diskretizuje se u niz podužnih traka (ili elemenata). Funkcije oblika u poprečnom i podužnom pravcu odabrane su da predstavljaju polje pomeranja. Zatim, slično kao i u MKE, problem svojstvenih vrednosti za analizu izvijanja može se formulisati korištenjem različitih teorija ploča, ali s manje stepeni slobode.

2 REOLOŠKO-DINAMIČKA ANALOGIJA I TERMALNI EFEKTI

Materijalne mikropukotine prate opterećivanje uzorka. Razmatramo slučaj VEP deformacija u početno geometrijski nepravilnom stubu prikazanom na sl. 1(a). U istraživanjima materijala, obe funkcije, napon $s(t)$ i neelastična deformacija $e(t) = e_{ve}(t) + e_{vp}(t)$ jesu funkcije vremena. Ako je totalna VEP deformacija $e(t) = e_e + e'(t)$ predstavljena kao suma od elastične (trenutne), visko-elastične (VE) i viskoplastične (VP) komponente, onda svaki jednovremeni napon–deformacija dijagram za dugi simetričan stub s poprečnim presekom A_0 može biti precizno aproksimiran reološkim modelom H-K-(StV|N), koji se sastoji od pet elemenata. Za odgovarajući reološki model - prikazan na sl. 1(b) - korišteni su sledeći

structures exposed to earthquake actions saw a rapid expansion. An array of alternatives for solving common and complex problems was formed, both in everyday engineering practice, and in scientific research [7]. This paper aims at providing a unified frame for quasi-static inelastic buckling and thermal loading of uniformly compressed plate structures using the FSM [3]. The first paper on the FSM was published by Cheung in the late 1960s. Since then, many developments have been made toward structural analysis with high efficiency. Milašinović [8, 9] developed a harmonic coupled FSM by including the Green-Lagrange strain terms in the formulations, thus bending and membrane are coupled in the geometric stiffness to give more accurate buckling behaviour prediction, especially in large-deflection and elastic postbuckling analysis. The FSM is a variant of the FEM. For its application to folded-plate structures, instead of a finite element discretization, a thin-walled cross-section is discretized into a series of longitudinal strips (or elements). Shape functions in the transverse and longitudinal directions are selected to represent the displacement field. Then, similar to FEM, an eigenvalue problem for buckling analysis can be formulated using different plate theories, but with less degree of freedoms (DOFs).

2 RHEOLOGICAL-DYNAMICAL ANALOGY AND THERMAL EFFECTS

Material micro cracking is accompanied by the loading of a specimen, leading to its damage and failure. Consider the case of the VEP strains of a initial imperfect column presented in Fig. 1(a). In material investigations, both stress $s(t)$ and inelastic strain $e(t) = e_{ve}(t) + e_{vp}(t)$ are functions of time. If the total VEP strain $e(t) = e_e + e'(t)$ is presented as a sum of elastic (instantaneous), viscoelastic (VE) and viscoplastic (VP) components, each isochronous stress-strain diagram of a long symmetrical column with a cross section A_0 can accurately be approximated by a rheological model H-K-(StV|N), consisting of five elements. The corresponding rheological model is shown in Fig. 1(b) using the following

Slika 1. RDA: a) Početno geometrijski nepravilan stub ; b) reološki model; c) dinamički model
Figure 1. RDA: a) Initial imperfect column; b) rheological model; c) dynamical model

simboli: N - za Newton-ov materijal, StV - za Saint Venant-ov materijal, H - za Hooke-ov materijal, "||" - za paralelnu vezu (jedan kraj drugog) i "—" - za serijsku vezu (jedan za drugim)

Kako su Hooke-ov materijal, Kelvinov viskoelastičan materijal (K=H||N) i VP materijal (StV||N) spojeni u seriji, naponi $\sigma(t)$ u ovim modelima materijala su jednaki. Na osnovu reološkog modela, Milašinović [3] izveo je njegovu diferencijalnu jednačinu:

$$\begin{aligned} \sigma(t) + \sigma(t) \left(\frac{E_K}{I_K} + \frac{H'}{I_N} \right) + e(t) \frac{E_K H'}{I_K I_N} = \frac{\sigma(t)}{E_H} + \sigma(t) \left(\frac{E_K}{I_K E_H} + \frac{H'}{I_N E_H} + \frac{1}{I_K} + \frac{1}{I_N} \right) + \\ + s(t) \left(\frac{E_K}{I_K I_N} + \frac{H'}{I_K I_N} + \frac{E_K H'}{I_K I_N E_H} \right) - s_Y \frac{E_K}{I_K I_N} \end{aligned} \quad (1)$$

gde je E_H modul elastičnosti, σ_Y jednoosijalni napon tečenja, a $Y = \sigma_Y + H' \varepsilon_{vp}(t)$ jeste VEP kriterijum tečenja.

Četiri fizičke osobine u fiksnom intervalu jesu: uzdužna VE viskoznost I_K , uzdužna VP viskoznost I_N , VE modul E_K i VP modul H' . Međutim, ove konstante ne mogu lako da se odrede u fizičkim eksperimentima, posebno Trutonove viskoznosti I_K i I_N .

Među različitim vrstama vremenski zavisnih napona, sinusoidalni naponi su među najvažnijim i stoga su najčešće ispitivani u vezi s različitim problemima (npr. zamor i dinamička nestabilnost). Takvi naponski uslovi poznati su u reologiji kao dinamičko opterećenje. Razmotrimo sinusoidalni zakon.

$$s(t) = s_0 + s_A \sin(w_s t) \quad (2)$$

s konstantnim naponom s_0 i varijabilnom komponentom ciklusa s_A . $w_Q = w_s$ jeste frekvencija opterećenja ili napona.

Sada ćemo definisati dinamički modul (RDA modul) tako da RDA model prigušimo kritično [4]

$$E_R = E_H \frac{1+j+d^2}{(1+j)^2 + d^2}, \quad \lim_{d \rightarrow 0} E_R = E_H \frac{1}{1+j} \quad (3)$$

gde je $d = w_s/w$ relativna frekvencija, a w prirodna frekvencija.

Ukupni koeficijent tečenja j u području VEP deformacija, koji uključuje termalni koeficijent tečenja j_T , može biti definisan kako sledi:

$$j = j^* + \frac{E_H}{H'^D} + j_T \quad (4)$$

gde je j^* strukturni koeficijent tečenja određen na bazi preseka Euler-ove i RDA krive izvijanja na granici elastičnosti. H'^D je dinamički VP modul [5].

symbols: N for the Newtonian dashpot, StV for Saint-Venant's body, H for the Hookean spring, "||" for a parallel connection and "—" for a connection in a series.

Since the Hookean spring, Kelvin's body (K=H||N) and VP body (StV||N) are connected in a series, stresses $\sigma(t)$ in all the models are equal. Based on a rheological model, Milašinović [3] derived a governing differential equation

where E_H is the elastic modulus, σ_Y the uniaxial yield stress and $Y = \sigma_Y + H' \varepsilon_{vp}(t)$ the VEP yield criterion.

The four properties at fixed step times are: extensional VE viscosity I_K , extensional VP viscosity I_N , VE modulus E_K and VP modulus H' . However, these constants cannot easily be determined in physical experiments, especially Trouton's viscosities λ_K and λ_N .

Among the various types of time-dependent stresses, sinusoidal stresses are among the most important, and are consequently most widely investigated in relation to various problems, such as fatigue, dynamic instability, etc. Such stressing conditions are known in rheology as dynamic loading. Let us consider the sinusoidal law

with s_0 being a constant and s_A a variable component of the cycle. $w_Q = w_s$ is a load or stress frequency.

Let us now define the dynamic modulus (RDA modulus) along the way required to damp the RDA model critically [4]

where $d = w_s/w$ is the relative frequency and w is the natural frequency.

The total creep coefficient j in the range of VEP strains, which includes the thermal creep coefficient j_T may be defined as follows

where j^* is the structural creep coefficient determined based on the Euler and RDA buckling curves intersection at the elastic limit and H'^D is the dynamic VP modulus [5].

3 ANALIZA IZVIJANJA KORIŠTENJEM METODA KONAČNIH TRAKA

3.1 Elastično izvijanje

Iako se za formulaciju matrica krutosti mogu koristiti različite teorije (npr. Kirchhoff-Love teorija nasuprot Mindlin-Reissner teorije), problem svojstvenih vrednosti povezan sa elastičnim izvijanjem geometrijski idealne konstrukcije, razmatrajući samo geometrijsku nelinearnost, može biti definisan na isti način.

Dobro je poznato to da se ukupna potencijalna energija trake definiše kao zbir energije deformacije, potencijalne energije usled sila u čvornim linijama, kao i dodatne potencijalne energije usled početnih napona. Formulacija jednačina ravnoteže, primenom principa minimuma ukupne potencijalne energije, daje

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{q} + \mathbf{K}_s\mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (5)$$

Kada je u pitanju linearna stabilnost, sile $\mathbf{Q}$ u čvornim linijama su nula i stoga je moguće izvođenje jednačina svojstvenih vrednosti [3]

$$[\hat{\mathbf{K}} - \lambda \mathbf{K}_s]\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (6)$$

gde je $\hat{\mathbf{K}}$ konvencionalna elastična matrica krutosti, $\mathbf{K}_s$ je geometrijska matrica krutosti, λ je svojstvena vrednost (faktor opterećenja pozitivan pri pritisku), a $\mathbf{q}$ predstavlja svojstveni vektor (mod izvijanja). Dakle, kritični napon izvijanja jeste

$$s_{cr} = \frac{I_{\min}}{2 \cdot t} \quad (7)$$

Na osnovu jed. (7), za jednu konačnu traku možemo formirati jednačine svojstvenih vrednosti za sistem konačnih traka. Problem svojstvenih vrednosti sastoji se u tome da se izračunaju parovi rešenja I_{im} i $\mathbf{q}_{im}$ za sve stepene slobode i sve članove reda. Naponi izvijanja jesu

$$s_{im} = \frac{I_{im}}{2 \cdot t}, \quad (8)$$

gde je i broj stepena slobode, a m broj člana reda.

U poluanalitičkom MKT, koji kombinuje elemente klasične metode Ritz-a i MKE, opšti oblik funkcije pomeranja može se napisati kao proizvod polinoma i trigonometrijskih funkcija

$$f = \mathbf{F}\mathbf{q} = \sum_{m=1}^r Y_m(y) \sum_{k=1}^c \mathbf{N}_k(x) \mathbf{q}_{km} \quad (9)$$

gde su $Y_m(y)$ funkcije iz Ritz-ovog metoda, a $\mathbf{N}_k(x)$ jesu interpolacione funkcije iz MKE [3]. U analizi elastičnog izvijanja, tri uticajna aspekta jesu granični uslovi, izbor trake i mreža.

Najčešće korišteni redovi su osnovne funkcije (ili funkcije svojstvenih vrednosti), izvedene iz rešenja diferencijalne jednačine vibracija grede

3 BUCKLING ANALYSIS USING FINITE STRIP METHOD

3.1 Elastic buckling

Although the formulation of the stiffness matrices may use different plate theories (e.g. Kirchhoff-Love theory versus Mindlin-Reissner theory), a similar eigenvalue problem associated with elastic buckling on a perfect structure considering only geometric nonlinearity may be defined in the same way.

It is well-known that the total potential energy of a strip is defined as the sum of the strain energy, potential energy due to nodal line forces, as well as the additional potential energy due to the initial stress. The formulation of equilibrium equation using the principle of minimum total potential energy yield

As far as linear stability is concerned, the nodal forces $\mathbf{Q}$ are zero and it is therefore possible to derive the eigenvalue equation [3]

where $\hat{\mathbf{K}}$ is the conventional elastic stiffness matrix, $\mathbf{K}_s$ is the geometric stiffness matrix, λ is the eigenvalue (load factor is compression positive), and $\mathbf{q}$ is the eigenmode (buckling mode) vector. Hence, the critical buckling stress is

Based on Eq. (7) for one finite strip we can form the eigenvalue equations for a system of finite strips. The eigenproblem is to extract the solution pairs I_{im} and $\mathbf{q}_{im}$ for all DOFs and all series terms. The buckling stresses are

where i is the number of DOF and m is the number of series term.

In the semi-analytical FSM, which combines elements of the classical Ritz method and the FEM, the general form of the displacement function can be written as a product of polynomials and trigonometric functions

where $Y_m(y)$ are functions from the Ritz method and $\mathbf{N}_k(x)$ are interpolation functions from FEM [3]. In elastic buckling analysis, three more influential aspects are boundary conditions, strip selection, and mesh.

The most commonly used series are the basic functions (or eigenfunctions) which are derived from the solution of the beam vibration differential equation

$$\frac{\partial^4 Y}{\partial y^4} = \frac{m^4}{a^4} Y \quad (10)$$

gde je a dužina grede (trake), a m je parametar.

Opšti oblik osnovnih funkcija jeste

$$Y(y) = C_1 \sin\left(\frac{my}{a}\right) + C_2 \cos\left(\frac{my}{a}\right) + C_3 \sinh\left(\frac{my}{a}\right) + C_4 \cosh\left(\frac{my}{a}\right) \quad (11)$$

s koeficijentima C_1 , itd., koji se određuju iz krajnjih graničnih uslova. Ovo je razrađeno u lit. [3] za različite krajnje granične uslove i navedeno je ispod samo u slučaju slobodno oslonjene konačne trake

$$Y_m(y) = \sin\left(\frac{m_m \cdot y}{a}\right) \quad (m_m = p, 2p, 3p, \dots, m \cdot p). \quad (12)$$

Nepravilnosti mogu biti geometrijske, materijalne i strukturne. Čiste početne geometrijske nepravilnosti su najjednostavnije (sl. 1 [a]) i podrazumevaju da je samo početna geometrija pod uticajem nepravilnosti, a ne naponsko stanje. U ovom slučaju, početne nepravilnosti mogu biti modelirane prvim modom izvijanja $q(m=1)$.

where a is the length of the beam (strip) and m is a parameter.

The general form of the basic functions is

with the coefficients C_1 , etc., to be determined by the end boundary conditions. This has been worked out in the ref. [3] for various end boundary conditions and is listed below only for a simply supported finite strip

Imperfections can be geometric, material or structural. Purely initial geometric imperfections are most simple, Fig. 1(a), and it implies that only the reference geometry is influenced by imperfection, not the stress state. In this case the initial imperfection may be modelled as the first buckling eigenmode $q(m=1)$.

3.2 Neelastično izvijanje

Ravnotežna jednačina za sistem koji pokazuje nelinearno materijalno ponašanje može biti napisana kao

$$\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{C})\mathbf{q} = \mathbf{Q}. \quad (13)$$

Nelinearni član je konvencionalna matrica krutosti $\hat{\mathbf{K}}$ sistema, koja zavisi od neelastične konstitutivne matrice $\mathbf{C}$. Kada je reč o 2D problemima primenom MKT, uobičajeno je da se napiše komplians matrica $\mathbf{C}^{-1}$ u obliku

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ g_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ t_{xy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_{Rx} & -e_{xy}/E_{Rx} & 0 \\ -e_{xy}/E_{Rx} & 1/E_{Ry} & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{Rxy} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Dok se rešenje linearnih sistema može postići bez teškoća na direktan način, to nije moguće u nelinearnim sistemima. Mnogo šema rešavanja je razvijeno i mogu se naći u mnogim člancima i udžbenicima. U ovom radu metod iteracije modula, koji je zaista isti kao postupak, objašnjen u [10] se primenjuje. On se zasniva na analitičkoj formi rešenja za RDA modul funkciju i napon-deformacija krivu. RDA modul iteracije počinje sa elastičnom konstitutivnom matricom $\mathbf{C}^E$.

3.2 Inelastic buckling

The equilibrium equation for a system exhibiting material non-linear behaviour can be written as

The non-linear term is the conventional stiffness matrix $\hat{\mathbf{K}}$ of the system, which depends on the inelastic constitutive matrix $\mathbf{C}$. It is often convenient, when dealing with 2D problems using the FSM, to write the compliance matrix $\mathbf{C}^{-1}$ in the form

While the solution of a linear system can be accomplished without difficulty in a direct manner, this is impossible for non-linear systems. A variety of solution schemes have been developed to solve such problems and they can be found in many articles or textbooks. In this paper, a modulus iterative method, which is really the same as the procedure explained in [10] is applied. It is based on the closed form solution for the RDA modulus function and stress-strain curve. The RDA modulus iteration starts with the elastic constitutive matrix $\mathbf{C}^E$.

$$\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{C}^E)\mathbf{q} = \mathbf{Q}. \quad (15)$$

Jed. (15) predstavlja linearni sistem jednačina. Rešavanjem ove jednačine, naponi $\sigma^{(0)}$ i deformacije $\epsilon^{(0)}$ u svim tačkama 2D kontinuuma mogu biti dobijeni. Ako

Eq. (15) presents a linear system of equations. Solving these equations, stresses $\sigma^{(0)}$ and strains $\epsilon^{(0)}$ in all points of a 2D continuum can be obtained. When the

je komponenta napona veća od napona na granici elastičnosti, sledeća jednačina može biti korišćena da se dobije bolja aproksimacija [10]

$$s^{(1)} = \frac{1}{2 \cdot K_E} \left(\sqrt{1 + 4 \cdot K_E E(0) |e^{(0)}|} - 1 \right). \quad (16)$$

Međutim, u analizi neelastičnog postizvijajućeg ponašanja ili nelinearnog loma konstrukcija, samo početni naponi i odgovarajuće deformacije moraju biti uključeni. Stoga, sledeći problem svojstvenih vrijednosti može se definisati ovako:

$$[\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{C}) - I \mathbf{K}_s] \mathbf{q} = 0 \quad (17)$$

sa ulaznim parametrom za prvu postizvijajuću iteraciju

with input parameter for the first post buckling iteration

$$E_{Ry}^{(1)} = \frac{3E_H}{(5-4m) + 2(1+m)s_{crE}K_E}. \quad (18)$$

Stoga, novi kritični napon $s_{cr}^{(1)}$ (VP napon izvijanja ili napon tečenja) može biti sračunat prema jed. (17). Odgovarajuća komponenta deformacije jeste

Hence, a new critical stress $s_{cr}^{(1)}$ (inelastic buckling stress or yield stress) may be computed according to Eq. (17). The corresponding component of strain is

$$e^{(1)} = \frac{s_{cr}^{(1)}}{E_H (1+j^*)} (1 + s_{cr}^{(1)} K_E). \quad (19)$$

4 NUMERIČKI PRIMER

Posmatramo ravnomerno pritisnutu pravougaonu čeličnu ploču ($a/b=1$) prikazanu na sl. 2, čije su ivice slobodno oslonjene.

4 NUMERICAL EXAMPLE

Consider the uniformly compressed rectangular steel plate ($a/b=1$) presented in Fig. 2, whose all edges are simply supported.

Slika 2. Ravnomerno pritisnuta pravougaona čelična ploča i njena idealizacija konačnim trakama
Figure 2. Uniformly compressed rectangular steel plate and finite strip idealization

Ploča sledećih geometrijskih i elastičnih osobina, $t=16$ mm, $b=1000$ mm, $E_H=210$ GPa i $m=0.3$ (Poisson-ov koeficijent), analizirana je korišćenjem rezultata testa za faktore redukcije napona tečenja i modula elastičnosti mekog čelika na visokim temperaturama [11].

RDA naponi tečenja dobijeni su korišćenjem test-podataka, datim u Tab. 1 i imajući u vidu sledeće RDA module

Plate of the following geometrical and elastic properties, $t=16$ mm, $b=1000$ mm, $E_H=210$ GPa and $m=0.3$ (Poisson's ratio), was analyzed using the test results for the reduction factors of yield strength and elastic modulus of mild steel at elevated high temperatures [11].

The RDA yield stresses are obtained using the test data given in Tab. 1 and taking into account the following RDA module

$$E_{R,T,j_T} = \frac{3E_T}{(5-4m) + 2(1+m)(j^* + j_T)} \quad (20)$$

Slika 3. Poređenje napona tečenja usled visokih temperatura i opterećenja čelične ploče $a/b=1$ napravljene od mekog čelika

Figure 3. Comparison of yield stresses due to high temperatures and loading of steel plate $a/b=1$ made of mild steel

gde su strukturni i termalni koeficijenti tečenja, redom

where the structural and thermal creep coefficients are respectively

$$j^* = \frac{2m}{1-2m}, \quad j_T = \frac{E_H}{E_T} - 1. \quad (21)$$

Tabela 1. Eksperimentalni i sračunati naponi tečenja usled visokih temperatura i opterećenja kod čelične ploče ($a/b=1$) od mekog čelika

Table 2. Experimental and computed yield stresses due to high temperatures and loading of steel plate ($a/b=1$) made of mild steel

T [°C]	E_T/E_H [11]	$S_{cr.F.T}$ [MPa]	$E_{R.T}$ [MPa]	$S_{cr.Y.T}$ [MPa]	j_T	$E_{R.T.i.}$ [MPa]	$S_{cr.Y.T.i.}$ [MPa]	D_{cr} $d \rightarrow 0$	$f_{0.2,T}/f_{0.2,E}$ [11]	S_{cr} [11] [MPa]
22	1	194.36	81741	146.88	0	81741	146.88	0.60	1	146.88
60	1	194.36	81741	146.88	0	81741	146.88	0.60	0.96	141.00
120	0.95	184.64	77675	139.54	0.053	77675	139.54	0.61	0.95	139.54
150	0.96	186.59	78492	141.01	0.042	78492	141.01	0.61	0.94	138.07
180	0.98	190.48	80128	143.95	0.020	80128	143.95	0.60	0.92	135.13
240	1.03	200.19	84216	151.29	0	84216	151.29	0.60	0.90	132.19
300	0.95	184.64	77675	139.54	0.053	77675	139.54	0.61	0.95	139.54
360	0.93	180.76	76040	136.61	0.075	76040	136.61	0.61	0.86	126.32
410	0.93	180.76	76040	136.61	0.075	76040	136.61	0.61	0.90	132.19
460	0.89	172.98	72769	130.72	0.124	72769	130.72	0.62	0.81	118.97
540	0.90	174.93	73587	132.20	0.111	73587	132.20	0.62	0.78	114.57
600	0.82	159.38	67046	120.45	0.220	62422	118.73	0.63	0.71	104.28
660	0.77	149.66	62957	113.10	0.299	57193	77.11	0.64	0.56	82.25
720	0.65	126.33	53146	95.48	0.538	44974	62.80	0.67	0.35	51.41
830	0.48	93.29	39246	70.51	1.083	28740	43.28	0.72	0.15	22.03
940	0.27	52.48	22076	39.66	2.704	11544	21.13	0.81	0.09	13.22

Budući da razvoj mikropukotina indukuje smanjenje krutosti materijala, stanje oštećenja može biti okarakterisano varijacijom modula elastičnosti E_T . Stoga, kritičnu varijablu oštećenja D_{cr} karakteriše varijacija Young-ovog modula $E(D)$, kao što sledi

$$(1 - D_{cr}) E_T = E_{R,T,j_T} = E_T \frac{1 + j + d^2}{(1 + j)^2 + d^2} \Rightarrow \lim_{d \rightarrow 0} D_{cr} = \frac{j^* + j_T}{1 + (j^* + j_T)}. \quad (22)$$

5 ZAKLJUČAK

U analizi problema termo-visko-plastičnosti i tečenja u strukturno materijalnom odzivu analizirana su dva tipa nelinearnosti (geometrijski usled velikih pomeranja i materijalni usled neelastičnog ponašanja). Ovaj rad pokazao je da kritična varijabla oštećenja D_{cr} , usled

strukturnog j^* i ukupnog $(j^* + j_T)$ koeficijenta tečenja, jeste veoma slična za temperature u rasponu od 22 do 540 °C i veoma različita za temperature u rasponu od 600 do 940 °C.

Zahvalnost

Ovaj rad deo je istraživanja u okviru projekta OI 174027 i TR 36017, koji podržava Ministarstvo za obrazovanje i nauku. Autor D. D. Milašinović na tome zahvaljuje.

6 LITERATURA REFERENCES

- [1] Kraus, H. 1980. Creep Analysis. New York: J. Wiley & Sons.
- [2] Kojić, M. 1997. Computational Procedures in Inelastic Analysis of Solids and Structures. Kragujevac: Faculty of Mechanical Engineering in Kragujevac.
- [3] Milašinović, D.D. 1997. The Finite Strip Method in Computational Mechanics. Subotica: Faculties of Civil Engineering: University of Novi Sad, Technical University of Budapest and University of Belgrade.
- [4] Milašinović, D.D. 2010. Rheological-dynamical analogy: design of viscoelastic and viscoplastic bar dampers. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 14(4), 389-409.
- [5] Milašinović, D.D. 2007. Rheological-dynamical analogy: prediction of damping parameters of hysteresis damper. *International Journal of Solids and Structures*, 44(22-23), 7143-7166.
- [6] Kostić, S.M., Deretić-Stojanović, B. 2016. Fiber element formulation for inelastic frame analysis. *Building Materials and Structures*, 59(2), 3-13.

Since the development of micro cracks induces a reduction in the stiffness of materials, the damage state can also be characterized by variation in the elastic modulus E_T . Thus, the critical damage variable D_{cr} is characterized by variation in Young's modulus $E(D)$, as follows

5 CONCLUSION

Two source of non-linearity (geometrical non-linearity due to large deflection and material non-linearity due to inelastic behavior) are analyzed for the problem of thermo-visco-plasticity and creep in structural-material response. This paper shows that the critical damage variables D_{cr} due to the structural j^* and total

$(j^* + j_T)$ creep coefficients are quite similar for the temperature ranging from 22 to 540 °C and very different for temperature ranging from 600 to 940 °C.

Acknowledgements

The work presented in this paper is a part of the investigation conducted within the research projects OI 174027 "Computational Mechanics in Structural Engineering" and TR 36017 "Utilization of by-products and recycled waste materials in concrete composites for sustainable construction development in Serbia: investigation and environmental assessment of possible applications", supported by the Ministry of Science and Technology, Republic of Serbia. This support is gratefully acknowledged.

- [7] Ćosić, M., Folić, R., Brčić, S. 2017. An overview of modern seismic analyses with different ways of damping introduction. *Building Materials and Structures*, 60(1), 3-30.
- [8] Milašinović, D.D. 2011. Geometric non-linear analysis of thin plate structures using the harmonic coupled finite strip method. *Thin-Walled Structures*, 49(2), 280-290.
- [9] Milašinović, D.D. 2012. Harmonic coupled finite strip method applied on buckling-mode interaction analysis of composite thin-walled wide-flange columns. *Thin-Walled Structures*, 50(1), 95-105.
- [10] Milašinović, D.D. 2015. Rheological-dynamical continuum damage model for concrete under uniaxial compression and its experimental verification. *Theoretical and Applied Mechanics*, 42(2), 73-110.
- [11] Chen, J., Young, B. 2006. Behavior of High Strength Structural Steel at Elevated Temperatures. *Journal of Structural Engineering*, 132(12) 1948-1954.

TERMO-VISKO-PLASTIČNOST I TEČENJE U STRUKTURNO-MATERIJALNOM ODZIVU POLIEDARSKIH KONSTRUKCIJA

Dragan D. MILAŠINOVIĆ

Manji konstruktivni delovi izloženi su visokim temperaturama i opterećenju. Tada je važno imati podatke o neelastičnom ponašanju pod takvim uslovima eksploatacije. Uticaj temperature na karakteristike materijala može biti uključen putem koeficijenta tečenja u području visko-elasto-plastičnih (VEP) deformacija. Ovaj parametar oštećenja primenjuje se u ovom radu, zajedno s matematičko-materijalnim modeliranjem, pod nazivom reološko-dinamička analogija (RDA), s ciljem rešavanja smanjenja krutosti konstrukcija zbog neelastičnog ponašanja materijala. Cilj ovog rada jeste da se definiše strukturno-materijalno unutrašnje prigušenje na osnovu oba parametra, RDA dinamičkog modula i modalnog koeficijenta prigušenja, modelovanjem kritično prigušenih dinamičkih sistema u stabilnom stanju odziva. Ovi sistemi su kredibilna osnova za objašnjenje fenomena termo-visko-plastičnosti i tečenja u strukturno-materijalnom odzivu zbog uticaja visokih temperatura i opterećenja.

Iako informacija o elastičnom izvijanju za poliedarske konstrukcije nije direktni pokazatelj kapaciteta nosivosti ili loma, oba podatka – oblik izvijanja i kritična sila (kritični moment) – važni su za objašnjenje stvarnog ponašanja. U sadašnjim propisima AISI S100, Novi Zeland / Australija, i Evropska unija, proračunske formule podešene su na osnovu elastičnog kritičnog opterećenja (kritičnog momenta), kako bi predvidele kapacitet nosivosti, čime je sračunavanju elastičnog kritičnog opterećenja (kritičnog momenta) dat veliki značaj. Štaviše, oblici izvijanja obično se koriste pri nelinearnom lomu, modelovanju početnih geometrijskih nepravilnosti i termičkih uticaja u poliedarskim konstrukcijama koje su izložene požaru.

Da bi se ispitalo izvijajuće ponašanje poliedarskih konstrukcija, glavne numeričke metode rešavanja predstavljaju metod konačnih elemenata (MKE) i metod konačnih traka (MKT). Cilj ovog rada jeste da obezbedi jedinstven okvir za proračune kvazistatičkog nelinearnog izvijanja i toplotnog opterećenja u slučaju ravnomerno pritisknutih poliedarskih konstrukcija koristeći MKT.

Ključne reči: Termo-visko-plastičnost, tečenje, RDA, opterećenje, visoka temperatura, poliedarske konstrukcije, neelastično izvijanje, termalno opterećenje, MKT

THERMO-VISCO-PLASTICITY AND CREEP IN STRUCTURAL-MATERIAL RESPONSE OF FOLDED-PLATE STRUCTURES

Dragan D. MILASINOVIC

Many structural parts are exposed to high temperatures and loading. It is then important to have data about material inelastic behaviour under such exploiting conditions. Influence of temperature on mechanical characteristics of a material may be inserted via the creep coefficient in the range of visco-elasto-plastic (VEP) strains. This damage parameter is implemented in this paper in conjunction with mathematical material modelling approach named rheological-dynamical analogy (RDA) in order to address structural stiffness reduction due to inelastic material behaviour. The aim of this paper is to define structural-material internal damping based on both the RDA dynamic modulus and modal damping ratio, by modelling critically damped dynamic systems in the steady-state response. These systems are credible base for explanation of the phenomenon of thermo-visco-plasticity and creep in structural-material response due to high temperatures and loading.

Though elastic buckling information for folded-plate structures is not a direct predictor of capacity or collapse behaviour on its own, both the mode and the load (moment) are important proxies for the actual behaviour. In current design codes, such as AISI S100, New Zealand/Australia, and European Union, the design formulae are calibrated through the calculation of elastic critical buckling loads (or moments) to predict the ultimate strength, thus the ability to calculate the associated elastic buckling loads (or moments) has great importance. Moreover, the buckling mode shapes are commonly employed into non-linear collapse modelling as initial geometric imperfections and thermal performance of folded-plate structures in fire.

To examine the buckling behaviour of folded-plate structures, the main numerical solution methods are used such as the finite element method (FEM) and finite strip method (FSM). This paper aims at providing a unified frame for quasi-static inelastic buckling and thermal loading of uniformly compressed folded-plate structures using the FSM.

Key words: Thermo-visco-plastic, creep, RDA, loading, high temperatures, folded-plate structures, inelastic buckling, thermal loading, FSM