IMPLEMENTACIJA TRANSPORTNOG PROBLEMA PRIMENOM METODE META-HEURISTIČKOG PRISTUPA

Muzafer Saračević, MSc

Internacionalni – Univerzitet u Novom Pazaru

Novi Pazar, Srbija

E-mail: muzafers@uinp.edu.rs

Elma Elfić, doc. dr

Internacionalni – Univerzitet u Novom Pazaru

Novi Pazar, Srbija

g.menadzer@uinp.edu.rs

Šemsudin Plojović, prof. dr

Internacionalni – Univerzitet u Novom Pazaru

Novi Pazar, Srbija

E-mail: s.plovic@uinp.edu.rs

Sead Mašović, MSc

Gradska uprava u Novom Pazaru

Novi Pazar, Srbija

E-mail: sead.masovic@gmail.com

Apstrakt

U ovom radu je navedena analiza i implementacija mogućeg rešenja problema rutiranja vozila na osnovu metode simuliranog kaljenja koja pripada kategoriji metaheurističkog pristupa. Opisani metod je složen problem linearnog programiranja iz oblasti operacionih istraživanja. U radu je dato testiranje razvijene aplikacije u programskom paketu *MATHEMATICA* koji daje velike mogućnosti kada je u pitanju rad sa numeričkim algoritmima, kao i u oblasti simboličkih i algebarskih izračunavanja.

Ključne riječi: Transportni problem, Linerana optimizacija, Problem rutiranja vozila, Metaheuristički pristup rešavanja, Simulirano kaljenje.

IMPLEMENTATION OF THE TRANSPORTATION PROBLEM BASED ON META-HEURISTICS APPROACH METHOD

Abstract

In this paper is listed the analysis and implementation of possible solutions to the vehicle routing problem based on simulated annealing method, which belongs to the category of

meta-heuristics approaches. The described method is a complex problem of linear programming from the field of operations research. This paper presents testing results of applications developed in programming package *MATHEMATICA* which provides great features when it comes to working with numerical algorithms, as well as in the field of symbolic and algebraic calculations.

Keywords: Transportation problem, Linear optimization, Vehicle routing problem, Metaheuristics solving approach, Simulated annealing.

JEL codes: C63

UVOD

U poslovnoj ekonomiji se najviše koriste metode linearne optimizacije koje omogućuju nalaženje najpovoljnijih (optimalnih) rešenja problema u kojima su i funkcija cilja (dobit) i utrošci resursa linearno proporcionalni vrednostima nezavisnih varijabli. Transportni problem je jedan od problema iz oblasti operacionih istraživanja. Zadatak je da se za dati niz dobavljača i poručilaca neke robe organizuje transport tako da njegova cena bude optimalna. Jedan od transportnih problema koji spada u problema linearnog programiranja je problem određivanje najpovoljnijeg puta odnosno problem rutiranja vozila VRP (*Vehicle Routing Problem*). U slučaju da se raspolaze samo jednim vozilom i ako ne postoje dodatna ograničenja tada VRP prelazi u dobro poznati problem trgovačkog putnika TSP (*Travelling Salesman Problem*), gde je potrebno jednim vozilom obići sve tačke grafa uz minimalnu cenu (npr. vreme ili kapacitet) [7].

Da bi definisali VRP za distribuciju ili prikupljanje dobara, potrebno je dati osnovna ograničenja problema. U zadatom vremenu, skup vozila opslužuje skup korisnika. Rešenje problema predstavlja skup ruta (puteva). Svaka ruta ima polaznu i završnu tačku u skladištu vozila koje koristi rutu. Postoji skladište/a i rastojanja između potrošača. Svi zahtevi korisnika moraju biti ispunjeni, a sva nametnuta ograničenja poštovana.

Cilj je da ukupni transportni trošak bude minimalan. Moguće je uvoditi različita ograničenja i ciljeve koji mogu uticati na konstrukciju ruta prilikom optimizacijskog procesa. Informacije potrebne za dobru strategiju pri rešavanju VRP su [8]:

- polazna tačka koja predstavlja skladište,
- količina dobara koju je potrebno prikupiti ili dostaviti,
- vremenski period u kojem je potrebno poslužiti korisnika,
- vreme potrebno da se obavi dostava ili prikupljanje,
- vreme izlaza ili ulaza koje zavisi od tipa vozila i primenjene tehnologije,
- podskup dostupnih vozila koja se mogu koristiti kod pojedinog korisnika obzirom na mogući pristup za ulaz / izlaz.

Cilj prilikom rešavanja problema je pronaći najkraću rutu koja počinje u određenom čvoru, prolazi kroz sve ostale čvorove i završava u početnom čvoru. Veličine koje optimizujemo ne moraju biti samo rastojanja, to mogu biti troškovi putovanja, vreme putovanja ili neka druga veličina. Određivanje najpovoljnijeg puta, kojeg koristi grupa vozila prilikom posluživanja skupa korisnika predstavlja opšti problem rutiranja vozila.

Za konkretnu implementaciju ovog problema primenjen je programski paket *Mathematica*, koji ima veliku primenu u oblasti simboličkih i algebarskih izračunavanja. U ovom paketu je ugrađena ogromna zbirka numeričkih algoritama, kao i mnogobrojne aproksimacije funkcija i konstanti [10].

PRISTUPI REŠAVANJU PROBLEMA RUTIRANJA VOZILA

Prvi pristup u rešavanju ovakvog problema je pretraga za egzaktnim rešenjem problema. Praktična primena ovog pristupa vrlo je ograničena jer je optimalna rešenja moguće pronaći tek za manji broj korisnika [3]. Broj mogućih ruta za opšti slučaj rutiranja vozila raste brzo, pa nije moguće očekivati da ovaj pristup u opštem slučaju generiše rešenja upotrebljiva u realnom vremenu koja se zahtevaju u praksi [5].

Heuristički pristup predstavlja korišćenje iskustva, intuicije i vlastite procene prilikom rešavanja nekog problema. Za razliku od egzaktnih metoda, heurističke metode ne predstavljaju znanje o strukturi ili odnosima unutar modela problema koji rešavamo [6].

Neke metode heurističkog pristupa rešavanja problema rutiranja vozila su: *Metoda umetanja najbližeg suseda*, *Dvo-prolazna Sweep metoda*, *Clark-Wright metoda* itd.

Heurističke metode predstavljaju pravila izbora, filtriranja i odbacivanja rešenja, a služe za smanjivanje broja mogućih puteva u postupku rešavanja problema. Heuristički algoritmi često se zasnivaju na konstrukciji ruta gde se konstruisanje i poboljšavanje ruta s obzirom na ciljnu funkciju vrši iterativno [12].

Slika 1. Postojeći VRP algoritmi

Metaheuristika u praksi je skup algoritama koji se koriste pri rešavanju više različitih optimizacionih problema gde se sam algoritam vrlo malo menja u zavisnosti od problema koji se rešava [1]. Metaheuristički pristup rešavanja problema rutiranja vozila često se zasniva na lokalnoj pretrazi vođenoj procesima

koji se preuzeti iz prirode poput *simuliranog kaljenja*, *genetskih algoritama* i *kolonije mrava* [9, 11].

Za rešavanje metaheurističkim pristupom upotrebljavaju se sledeće metode [13, 14]:

- Iterativna lokalna pretraga (*ILS-Iterated Local Search*),
- Simulirano kaljenje (*SA-Simulated Annealing*),
- Determinističko kaljenje (*DA - Deterministic Annealing*),
- Tabu pretraga (*TS-Tabu Search*),
- Genetski algoritmi (*Genetic Algorithm*),
- Kolonije mrava (*AC- Ant Colony*) i
- Neuronske mreže (*NN - Neural Networks*).

Slika 2. Klasifikacija VRP heuristika za rešavanje problema

METAHEURISTIČKI PRISTUP I SIMULIRANO KALJENJE

Klasičan optimizacijski postupak kreće od jednog početnog rešenja, dok se postojeće rešenje zamenjuje boljim iz neposredne okoline i uvek se nalazi najbliži *lokalni optimum*.

Metoda simuliranog kaljenja spada u oblast stohastičkih optimizacijskih algoritama. Kod ove metode se kreće od jednog početnog rešenja, postojeće rešenje zamenjuje boljim, ali ga može zameniti i lošijim, uz određenu verovatnoću prihvatanja [4]. Verovatnoća prihvatanja lošijeg rešenja opada kako algoritam napreduje. Za razliku od klasičnog optimizacijskog postupka kod metode simuliranog kaljenja se nalazi *globalni optimum*.

Implementirani algoritam, koji realizuje ovu metodu, sadrži parametar „*temperatura*“, a funkcija koja određuje globalni optimum se može posmatrati kao tzv. *energija rešetke* (ukoliko određujemo minimum), odnosno *negativnu energiju rešetke* (ukoliko određujemo maksimum).

Algoritam: Simulirano kaljenje za TSP i VRP

```

1 korak: početno rešenje i funkcija cilja
    i:=i0; c:=c0;
    Ci:=C(i);
    ponavljanje
2 korak: prihvatanje susednog rešenja
    j:=susedno_rešenje(i);
    Cj:=C(j);
    ΔC:=Cj-Ci;
    prihvati:=FALSE;
    2.1 korak
        ako je ΔC<0 tada prihvati:=TRUE;
    2.2 korak
        ako je exp(-ΔC/c)>random[0,1] tada prihvati:=TRUE;
        ako je prihvati=TRUE tada i:=j; Ci:=Cj;
        do termalne_ravnoteze
    2.3 korak
        smanji parametar c;
        do zamrzavanja

```

Algoritam počinje odabirom početnog rešenja, a početna temperatura ima relativno veliku vrednost (*1 korak*). Određivanje početnog c se vrši na sledeći način:

- zadajemo početnu verovatnoću prihvatanja ($p_0 > 50\%$),
- odredimo prosečno povećanje funkcije za nekoliko susednih rešenja, $\Delta C +$
- c_0 se računa kao: $c_0 = (\Delta C +) / \ln(1/p_0)$

Postojeće rešenje se zamenjuje boljim, ali se može zameniti i sa lošijim uz određenu verovatnoću prihvatanja (*korak 2*). Ta verovatnoća se određuje odabirom slučajnog broja iz intervala $[0,1]$ i uslova da je taj broj manji od:

$$\exp(-\Delta C/c) > \text{random}[0,1]$$

Ukoliko je izraz istinit, novo rešenje se prihvata (*korak 2.2*). Verovatnoća da će biti odabrano lošije rešenje je veće kada je veća temperatura. Ponašanje funkcije je određeno početnom vrednošću temperature i njenom brzinom padanja. Funkcija hlađenja se najčešće realizuje množenjem c sa brojem manjim od 1, dok se broj ponavljanja unutrašnje petlje (*termalna ravnoteža*) obično zadaje kao brojčana vrednost zavisna od veličine (*složenosti*) problema.

TESTIRANJE SOFTVERSKOG REŠENJA

Aplikacija realizovana u programskog paketu *Mathematica* se može preuzeti sa web adrese: <http://muzafers.uninp.edu.rs/>

Primer 1. Naveden je test primer razvijene aplikacije za problem trgovačkog putnika (*TSP*), primenom opisane metaheuristike (*metode simuliranog kaljenja*):

procedura TSP(N, S, p₀, α, KTL) ;

Ulazni parametri:

- N – broj tačaka tj. gradova (100)
- S – broj ponavljanja spoljašnje petlje (10-100)
- P_0 – početna verovatnoća prihvatanja lošeg rešenja (0.7-0.8)
- α – faktor smanjenja „temperature“ (0.5-0.99)
- KTL – Koeficijent Termalne Ravnoteže (ponavljanje, opseg: 0.1-0.5)

Slika 4. Optimalno rešenje za TSP sa parametrima [12; 40; 0.2; 0.4]

U tabeli 1 su navedeni eksperimentalni rezultati testiranja aplikacije za problem trgovačkog putnika za 8 test primera (od 50 do 1000 tačaka).

Tabela 1. Eksperimentalni rezultati testiranja aplikacije za TSP

R. Br.	Broj tačaka	Br. Generac.	S	P_0	α	KTL	Dužina putanje		
							Nasumična putanja (A)	Optimalna putanja (B)	Skraćenje
1	50	1000	50	0,7	0,55	0,1	299.92	64.47	235.45
2	50	1000	80	0,7	0,60	0,1	276.24	60.33	215.91
3	100	1500	50	0,7	0,65	0,2	583.41	108.25	475.16
4	500	2000	50	0,7	0,70	0,2	2620.13	894.01	1726.12
5	500	2000	80	0,8	0,75	0,3	2798.21	990.87	1807.34
6	750	2500	50	0,8	0,80	0,3	4078.13	1396.1	2682.03
7	900	3000	30	0,8	0,85	0,4	4917.41	2369.3	2548.11
8	1000	3000	50	0,8	0,90	0,4	5319.07	2097.1	3221.97

Grafikon 1 prikazuje odnose dužine puteva A i B, za problem trgovačkog putnika (TSP), gde se jasno može uočiti efikasnost primenjene metode odnosno odnos A i B. Brojevi od 1 do 8 prikazuju redne brojeve testiranja (red u tabeli) a y-osa (od 0 do 6000) prikazuje dužinu puta.

Grafikon 1. Odnos dužine puteva A i B za TSP

Primer 2. Test primer razvijene aplikacije za složeniji problem (*problem rutiranja vozila*), primenom opisane metaheuristike (*metode simuliranog kaljenja*).

```

brojKorisnika = 8;

Koordinate={
{145,215},{151,264},{159,261},{130,254},
{128,252},{163,247},{146,246},{161,242}
};

Zahtev={0,10,7,8,14,20,40,8};

kapacitetVozila=150;
P=VRP[Koordinate,Zahtev,kapacitetVozila]
TestVRP[Koordinate,Zahtev,kapacitetVozila,P]

```

Primer 3. Moguće je uvesti i ograničenje u kapacitetu. U ovom primeru smanjićemo kapacitet (npr. kapacitetVozila=60).

Jedan tip ograničenja prednosti je zahtev da se jedan korisnik posluži u ruti u kojoj se nalazi podskup drugih korisnika, te da se taj korisnik posluži pred (ili kasnije) od podskupa korisnika.

Ograničenje ovog tipa predstavlja problem prikupljanja i dostave, gde se dobra prikupljena kod jednog korisnika moraju istim vozilom dostaviti drugom korisniku. Čest je zahtev gde se u jednoj ruti poslužuje više grupa korisnika, a poznato je koju grupu korisnika treba pred poslužiti.

Slika 5. Optimalna rešenja za VRP za primer 2 (levo) i za primer 3 (desno)

U tabeli 2 su navedeni eksperimentalni rezultati testiranja aplikacije za problem rutiranja vozila za 8 test primera (od 20 do 500 tačaka), gde je naveden odnos u brzini obilaska svih tačaka za nasumičnu putanju i optimalnu putanju koja je dobijena opisanom metodom. U eksperimentima je vršena promena kapaciteta vozila kako bi se utvrdilo kakav uticaj ima na brzinu izvršavanja.

Tabela 2. Eksperimentalni rezultati testiranja aplikacije za VRP

Broj tačaka	Broj generacija	Kapacitet	Vreme izvršavanja (u sekundama)		
			Nasumična putanja (A)	Optimalna putanja (B)	Skraćenje
20	500	50	1.5	0.8	0.7
40	500	100	2.8	1.3	1.5
60	1000	100	3.7	2.1	1.6
80	1000	150	5.2	2.9	2.3
120	1500	180	6.9	4.3	2.6
150	1500	250	10.5	5.5	5.0
200	2000	330	13.5	8.4	5.1
500	2500	350	28.9	18.7	10.2

Grafikon 2 prikazuje skraćenje vremena za optimalnu putanju B u odnosu na A za problem rutiranja vozila (**VRP**), gde se jasno može uočiti efikasnost primenjene metode sa aspekta brzine obilaska svih tačaka. Na prikazanom grafikonu se uočava da procenat smanjenja se uvećava sa povećanjem broja tačaka (x-osa prikazuje broj tačaka a y-osa prikazuje vreme izvršavanju u sekundama).

Grafikon 2. Skraćenje vremena za optimalnu putanju B u odnosu na A

ZAKLJUČAK

Navedena analiza i implementacija mogućeg rešenja problema rutiranja vozila na osnovu metode simuliranog kaljenja daje dobre rezultate kada je u pitanju brzina obilaska svih zadatih tačaka (sa dodatnim parametrima). Pored brzine postignuti su dobri rezultati u pronalaženju optimalne rute, odnosno postignuto je značajnije skraćenje dužine putanje.

Dato testiranje razvijene aplikacije u programskom paketu *MATHEMATICA* može biti od koristi kada je sistem (poslovni) ili proces relativno složen (npr. kada ne raspolažemo analitičkim metodama za rešavanje postavljenog matematičkog modela). Predstavljenu metaheuristiku možemo smatrati kao efikasnu prirodnu dopunu matematičke analize. Takođe, metoda može da bude korisna i kada nije moguće detaljno analizirati sistem u stvarnom okruženju.

BIBLIOGRAFIJA

1. Chiang, W.C., Russell R. A. (1996) Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows, *Annals of Operations Research*, 63(1), p. 3-27.
2. Cormen, T., Leiserson C., Rivest R., Stein, C. (2001) *Introduction to Algorithms (second edition)*. MIT Press and McGraw Hill.
3. Garey, M., Johnson, D. (1979) *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman.
4. Kirkpatrick S., Gellat C. D., Vecchi M. P. (1983) Optimization by simulated annealing, *Science*, 220 (4598), p. 671-679.
5. Laporte, G. (1992) The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59 (3), p. 345-358.
6. Lin, S., Kernighan, B. (1973) An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations research*, 21(2), p. 498-516.
7. Little, J., Murty, K., Sweeney, D., Karel, C. (1963) An algorithm for the traveling salesman problem. *Operations research*, 11 (6), pp. 972-989.
8. Osman, I. H. (1993) Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, , 41 (4), p. 421-451.
9. Pilat, M., White, T. (2002) Using genetic algorithms to optimize ACS-TSP, *Lecture Notes in Computer Science*, 2463, p. 282-287.

10. Richard, J., Gaylord, S., Kamin, N., Wellin, P. (1993) *Introduction to Programming with Mathematica*. TELOS/Springer-Verlag Publishers.
11. Saračević, M., Mašović, S., Plojović, Š. (2012) UML modeling for travelling salesman problem based on genetic algorithms. *Southeast European Journal of Soft Computing*, 1(2), p.72-79.
12. Saračević, M., Mašović, S., Mededović, E. (2010) Application of object-oriented analysis and design in navigation systems and transport networks. *10th International Conference "Research and Development in Mechanical Industry" - RaDMI 2010*, p. 656-664.
13. Thamilselvan, R., Balasubramanie, P. (2009) A Genetic Algorithm with a Tabu Search for Travelling Salesman Problem. *Int. Journal of R.T. in Engineering*, 1 (1), p. 607-610.
14. White, C., Yen, G. (2004) A Hybrid Evolutionary Algorithm for Traveling Salesman Problem. *Evolutionary Computation - CEC2004. Congress*, 2, p. 1473 – 1478.

RESUME

Linear optimisation methods are often used in business economics in order to find the most appropriate (optimal) solution to a problem in which the objective function (profit) and necessary resources are linearly proportional to the values of the independent variables. Transportation problem is one of the problems in the field of operations research. The task is to provide an array of suppliers of a commodity to organise transport in such a way so the price is optimal. One of the transportation problems which belongs to a linear programming problem is the problem of determining the best times and the vehicle routing problem (VRP). In the event that only one vehicle is available, and if there are no additional restrictions then the VRP transforms into the well-known travelling salesman problem (TSP), where it takes a vehicle to reach every point of the graph with minimal costs (e.g. time or volume).

Some methods of heuristic approaches to solving the problems of routing vehicles are: the nearest neighbour method, time-oriented sweep heuristic, Clark-Wright methodologies. Heuristic methods consist of eligibility rules, filtering and rejecting solutions, and are used to reduce the number of possible ways in solving problems. Heuristic algorithms are often based on the construction of routes where the construction and improvement of the loop is done iteratively with respect to the target function.

Our analysis and implementation of possible solutions to the problem of vehicle routing based on simulated annealing method gives good results when it comes to visiting all the speed setpoints (with additional parameters). In addition to the speed, good results are achieved in finding the optimal route, i.e. achieved a significant shortening of the path. Testing the developed application in "Mathematica" can be used when the system (business) or process is relatively complex (for example, when we do not have analytical methods for the solution of the mathematical model). Presented metaheuristics can be considered as an effective natural supplement to mathematical analysis. The method is also useful when it is not possible to analyse in detail the system in a real environment.