PONAŠANJE KONKURENTNOG PREDUZEĆA SA SPECIJALNOM TROŠKOVNOM FUNKCIJOM

Mehmed Meta, prof. dr

Internacionalni Univerzitet u Novom Pazaru,
Novi Pazar, Srbija
E-mail m.meta@uninp.edu.rs

Dženis Bajramović, dipl. ecc.

Internacionalni - Univerzitet u Novom Pazaru,
Novi Pazar, Srbija
E-mail dz.bajramovic@uninp.edu.rs

Apstrakt

Da bi se ponašanje preduzeća u kratkom vremenskom periodu moglo objasniti nužno je razumeti karakter ograničenja sa kojima se ono u procesu svog funkcionisanja susreće. Dva su najznačajnija ograničenja koja stoje pred preduzećem i koja determinišu njegovo ponašanje: tehnološko i tržišno. Tehnološko ograničenje je sadržano u njegovoj proizvodnoj funkciji. Preduzeću stoji samo određeni (veći ili manji) broj kombinacija inputa i rezultirajućeg outputa na raspolaganju, pa ovu realnost svako preduzeće mora uvažavati. Samo tehnološko ograničenje dovodi do ekonomskog ograničenja koje je sadržano u troškovnoj funkciji. Tržišno ograničenje je drugi vid ograničenja kojeg preduzeće mora uvažavati. Naime, preduzeće može proizvesti sve ono što je fizički moguće i utvrditi cenu koja mu se prohte, ali može da proda samo onoliko koliko kupci žele kupiti i po ceni po kojoj su kupci voljni platiti.

U ovom radu želimo analizirati problem maksimiziranja profita preduzeća na konkurentnim tržištima faktora proizvodnje i na konkurentnom tržištu outputa. U radu polazimo od algebarski vrlo jednostavne proizvodne funkcije, fiksnih cena proizvodnih inputa i fiksne cene outputa i analiziraćemo ekonomske posledice odluke menadžmenta preduzeća o obimu proizvodnje na visinu ukupnog profita i proizvođačevog viška. Cilj rada je da se ukaže ne samo na algebarski i geometrijski način kvantificiranja kritičnih tačaka pri razvoju troškova (tačka minimuma proizvodnje, prag ekonomičnosti, tačka optimuma troškova, tačka maksimalnog profita, granica ekonomičnosti, tačka maksimalne proizvodnje), nego i iznosi profita i ekonomske posledice pri prelasku sa jednog na drugi obim proizvodnje.

Ključne riječi: proizvodna funkcija, troškovi, minimum i maksimum proizvodnje, prag i granica ekonomičnosti, tačka minimuma troškova, tačka maksimalnog profita, profit, proizvođačev višak

CONDUCT OF A COMPETITIVE COMPANY WITH A SPECIAL COST FUNCTION

Abstract

In order to explain the behaviour of a company in a short period of time it is necessary to understand the character of the constraints faced by it in the process of its functioning. There are two important constraints faced by businesses, which determine its behaviour: technological and market constraints. Technological limitations are contained in its production function. The company has only a (more or less) number of combinations of inputs and resulting outputs available, and this is a reality every company has to respect. The technological limitation leads to economic restrictions contained in the cost function. Competition is another form of restriction which the company has to consider. The company can produce all that is physically possible and establish a price it pleases, but it can only sell what customers want to buy and at a price at which buyers are willing to pay.

In this paper we want to analyze the problem of maximizing the profits of companies in competitive markets for factors of production and output. We will start from a very simple algebraic function of production, fixed prices of production inputs and outputs and will analyze the economic consequences of the company's management decisions on production volume to the amount of total profits and producer surplus. The aim of this paper is to point out not only the algebraic and geometric way of quantifying the critical points in the development cost (the minimum point of production, the threshold cost-effectiveness, optimum cost point, the point of maximum profit, cost limits, the point of maximum production), but also the amount of profits and economic consequences when switching from one to another volume.

Keywords: production function, costs, minimum and maximum production, threshold and cost limits, the minimum cost point, point of maximum profit, profits, producer surplus

JEL Codes: D24

UVOD

Ako za preduzeće važi proizvodna funkcija neoklasičnog tipa (funkcija proizvodnje koja poznaje samo područje opadajućih prinosa) vrlo jednostavnog algebarskog oblika:

$$x = \sqrt{R}$$

rešavanjem po R dobijamo:

$$R = x^2$$

kojom je data funkcionalna zavisnost utroška varijabilnog proizvodnog inputa preduzeća od obima njegove proizvodnje. Množenjem leve strane gornjeg izraza sa cenom varijabilnog inputa C_R dobijamo relaciju koja ukazuje na zavisnost visine ukupnih varijabilnih troškova (UVT) od obima proizvodnje, odnosno:

$$UVT = x^2$$

Ako ukupni fiksni troškovi preduzeća (UFT), kao proizvod utroška fiksnog inputa i njegove cene iznose:

$$UFT = 1$$

to će kriva ukupnih troškova preduzeća imati oblik:

$$UT = 1 + x^2$$

Polazeći od pretpostavke da preduzeće svoj output prodaje po konstantnoj ceni P , postoji vrlo jednostavan način za utvrđivanje obima proizvodnje i prodaje pri kome ono maksimizira svoj ukupan profit, za identifikovanje njegove funkcije ponude i utvrđivanje visine proizvođačevog viška.

Pošto je:

$$UT = 1 + x^2$$

$$UFT = 1$$

$$UVT = x^2$$

njima odgovarajuće funkcije prosečnih troškova će biti:

$$PUT = \frac{1}{x} + x$$

$$PFT = \frac{1}{x}$$

$$PVT = x$$

$$GT = 2x$$

u kojima PUT označava prosečne ukupne troškove, PFT prosečne fiksne, PVT prosečne varijabilne a GT marginalne (granične) troškove.

Znajući da su pri svakom obimu proizvodnje i prodaje prosečni varijabilni troškovi jednaki obimu proizvodnje, to se oni geometrijski prikazuju kao jedna prava linija konstantnog nagiba koja polazi iz ishodišta koordinatnog početka.

Marginalni troškovi su, kao i prosečni varijabilni, rastuća funkcija obima proizvodnje, ali imaju dvostruko veći nagib od krive PVT . Pošto su PVT rastući, to marginalni troškovi pri svim obimima proizvodnje (sem kod nultog obima kada su jednaki prosečnim varijabilnim troškovima i imaju vrednost 0) su dvostruko veći od PVT . Tačka zatvaranja za preduzeće sa ovakvom strukturom ukupnih troškova je pri nultom obimu proizvodnje i prodaje, a kriva marginalnih troškova ovog preduzeća celokupnom svojom dužinom predstavlja i krivu njegove ponude.

Kriva prosečnih ukupnih troškova dostiže svoj minimum pri obimu proizvodnje kod kojega se PUT izjednačava sa GT , odnosno tamo gde funkcija GT odozdo nagore seče funkciju PUT .

$$\frac{1}{x} + x = 2x$$

čijim rešavanjem po X dobijamo

$$x = 1.$$

Njihova visina na ovom obimu proizvodnje je $PUT = 2$, koliko iznose i granični troškovi na tom obimu.

KRIVA PONUDE KONKURENTNOG PREDUZEĆA

Kako izgleda kriva ponude za ovo preduzeće? Opšte je poznato da konkurentno preduzeće maksimizira svoj ukupan profit pri obimu proizvodnje i prodaje pri kome se njegov graničan trošak izjednačava sa cenom, odnosno:

$$p = 2x$$

čijim rešavanjem po X dobijamo izraz koji će nam pokazivati koju će količinu outputa proizvođač biti voljan da proizvede i proda pri različitim nivoima cene svog outputa. Rešavanjem gornje relacije po X dobijamo algebarski oblik krive ponude:

$$x = 0,5p$$

Ako se cena povećava proizvođač će biti voljan da proizvede i ponudi veću količinu, ako se cena smanji on će reducirati obim proizvodnje, a neće biti voljan da proizvodi uopšte ako cena bude jednaka nuli.

Ove konstatacije nas navode na zaključak da je kriva GT istovremeno i kriva ponude konkurentnog preduzeća sa ovakvom troškovnom krivom za sve alternativne obime proizvodnje. Nasuprot krivi ponude koja je uzlaznog nagiba, kriva potražnje je vodoravna, odnosno paralelna sa apcisonom osom, što upućuje na zaključak da preduzeće nije u mogućnosti da menja tržišnu cenu, ono je jednostavno mora prihvatiti kao datu veličinu i po toj ceni može prodati bilo koju količinu.

Pažljivom analizom donjeg dijagrama mogu se uočiti pet posebno značajnih obima proizvodnje:

- Obim proizvodnje pri kome se UT i UP , odnosno PUT i P prvi put seku;
- Obim proizvodnje pri kome pravac povučen iz ishodišta koordinatnog početka dodiruje (postaje tangenta) krivu UT , odnosno gde kriva PUT dostiže minimum;
- Obim proizvodnje pri kome vertikalno odstojanje krive UT od UP biva najveće, odnosno obim pri kome kriva GT seče krivu P ;
- Obim proizvodnje pri kome se UP i UT , odnosno PUT i P po drugi put seku i
- Obim proizvodnje gde se funkcije UP i UVT , odnosno P i PVT seku.

Racionalni preduzetnik sa ovakvom funkcijom troškova će uvek birati obim proizvodnje koji je jednak polovini iznosa tržišne cene po kojoj može prodavati svoje proizvode, jer će upravo pri tom obimu proizvodnje njegov ukupan profit biti maksimalno mogući. I ne samo to, pri obimu proizvodnje kod koga maksimizira ukupan profit i njegov višak (zbir ukupnih fiksnih troškova i ukupnog profita) će biti najveći mogući.

Kakve implikacije po ekonomski položaj konkurentnog preduzeća mogu nastupiti ako ono iz bilo kojih razloga ne poštuje pravilo o maksimizaciji ukupnog profita, odnosno ako se ne ponaša na ekonomski racionalan način? Drugim recima, kakve posledice na visinu njegovog ukupnog profita i visinu proizvođačevog viška se mogu očekivati ako pri datoj tržišnoj ceni preduzeće proizvodi količinu outputa koja je veća ili manja od one pri kojoj se uspostavlja jednakost cene i marginalnih troškova?

Slika 1: Razvojni tok ukupnog prihoda i ukupnih troškova i prosečnog prihoda, prosečnih i graničnih troškova pri promeni obima proizvodnje

PRAG EKONOMIČNOSTI

Prag ekonomičnosti (prag rentabilnosti) označava obim proizvodnje i prodaje kod koga je:

- Ukupan prihod jednak ukupnim troškovima;
- Ukupan profit preduzeća jednak nuli;
- Cena jednaka prosečnim ukupnim troškovima i
- Proizvođačev višak jednak iznosu ukupnih fiksnih troškova.

Ako obim proizvodnje na pragu rentabilnosti označimo sa x_1 mora važiti relacija:

$$px_1 = 1 + x_1^2$$

čijim rešavanjem po x_1 dobijamo:

$$x_1 = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1}$$

Na osnovu gornjeg izraza za izračunavanje praga ekonomičnosti zaključujemo da će se ova kritična tačka pri svakom nivou cena koji je veći od 2 nalaziti na nižem obimu proizvodnje u odnosu na kritičnu tačku optimuma proizvodnje, da će se pri ceni od 2 poklopiti sa kritičnom tačkom optimuma proizvodnje, a pri cenama nižim od 2 nje jednostavno neće biti.

Vertikalni raspon x_1C na donjem dijagramu označava iznos prosečnih varijabilnih troškova na pragu ekonomičnosti. Množenjem tog raspona sa obimom proizvodnje dobićemo iznos ukupnih varijabilnih troškova. UVT su na pragu ekonomičnosti prikazani površinom četvorougla Ox_1CD i iznose:

$$UVT_{(x_1)} = x_1x_1 = x_1^2$$

$$UVT_{(x_1)} = \left[\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right]^2$$

Ukupne varijabilne troškove smo mogli dobiti i preko funkcije marginalnih troškova, kao površinu trougla Ox_1B , što se u skladu sa definicijom marginalnih troškova.

Slika 2: Prag ekonomičnosti

Marginalni troškovi (vertikalni raspon x_1B) iznose:

$$GT_{(x_1)} = 2x_1 = 2 \left[\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right] = p - \sqrt{p^2 - 4}$$

a ukupni varijabilni troškovi:

$$UVT_{(x_1)} = \frac{x_1}{2} (p - \sqrt{p^2 - 4}) = \left[\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right]^2$$

Proizvođačev višak pri obimu proizvodnje na pragu ekonomičnosti geometrijski je jednak površini trapezoida OBAP, odnosno:

$$P_s V = \text{Površina trougla OBE} + \text{površina četvorougla EBAP}$$

$$P_s V = EB \frac{OE}{2} + EB EP$$

$$P_s V = x_1 \frac{GT(x_1)}{2} + x_1 [p - GT(x_1)]$$

jer je horizontalni raspon tačaka B od E jednak obimu proizvodnje na pragu ekonomičnosti, vertikalni raspon tačke E od O odgovara iznosu GT na obimu x_1 , a vertikalni raspon tačke P od E razlici prodajne cene i iznosa marginalnih troškova na pragu ekonomičnosti. Pošto marginalni troškovi na obimu x_1 iznose:

$$GT(x_1) = p - \sqrt{p^2 - 4}$$

to će proizvođačev višak na ovom obimu biti:

$$P_s V = \left[\left(\frac{p - \sqrt{p^2 - 4}}{2} \right) \left(\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2} \right)^2 - 1} \right) \right] + \left[\left(\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2} \right)^2 - 1} \right) (p - p + \sqrt{p^2 - 4}) \right]$$

U kojoj prvi sabirak označava površinu trougla OBE, a drugi površinu četvorougla EBAP, što nakon sređivanja daje

$$P_s V = 1$$

što se i moglo očekivati, jer je proizvođačev višak po definiciji jednak zbiru profita i ukupnih fiksnih troškova. Pošto je ukupan profit na pragu ekonomičnosti jednak nuli, to proizvođačev višak mora biti jednak iznosu UFT, što u našoj specijalnoj funkciji mora biti jednako 1.

OPTIMUM PROIZVODNJE

Geometrijski posmatrano, kritična tačka optimuma proizvodnje označava obim pri kome pravac povučen iz ishodišta koordinatnog početka dodiruje krivu *UT*, odnosno pri kome pravac paralelan sa apcismom osom dodiruje krivu *PUT*. Pri ovom obimu proizvodnje *PUT* su minimalni i proizvodnja jedne jedinice proizvoda je najjeftinija. Pošto funkcija prosečnih troškova ima oblik:

$$PUT = \frac{1}{x} + x$$

Izjednačavanjem prvog izvoda gornje funkcije po argumentu X sa nulom:

$$\frac{dPUT}{dx} = -\frac{1}{x^2} + 1 = 0$$

pod uslovom da je:

$$\frac{d^2 PUT}{dx^2} > 0$$

dobićemo minimum funkcije *PUT*, odnosno obim proizvodnje pri kome funkcija *PUT* dostiže minimum. Ova kritična tačka je na obimu proizvodnje od:

$$x_3 = 1$$

Pri ovom obimu proizvodnje prosečni ukupni troškovi iznose 2.

Na ovoj kritičnoj tački prosečan profit (profit po jednoj proizvedenoj i prodatoj jedinici outputa) je najveći mogući i jednak je ukupnom profitu, pošto je po sredi proizvodnja od samo jedne jedinice outputa.

Slika 3: Kritična tačka optimuma proizvodnje

Ukupan profit iznosi:

$UPF_{(x_2)} = \text{prosečan profit } x \text{ obim proizvodnje}$

$$UPF_{(x_2)} = \left[p - \frac{UT_{(x_2)}}{x_3} \right] x_3 = \left[p - \frac{1}{x} + 1 \right] 1$$

što za $x_3 = 1$ daje:

$$UPF_{(x_2)} = p - 2$$

i on je kod naše specijalne troškovne funkcije jednak prosečnom profitu, jer obim proizvodnje na ovoj tački iznosi 1.

Znajući da je :

$$P_s V = UPF + UFT$$

a da je $UPF_{(x_2)} = p - 2$ i $UFT=1$, dobićemo:

$$P_s V = p - 1$$

što geometrijski možemo dobiti na bazi razlike površina četvorougla Ox_3SP i trougla Ox_3N i on je jednak površini trapezoida $ONSP$, odnosno

$$P_s V = \text{Površina trougla } ONL + \text{površina četvorougla } LNSP$$

Pošto obim proizvodnje na ovoj kritičnoj tački iznosi 1, marginalni troškovi, odnosno vertikalni raspon tačke N od x_3 iznosi $GT_{(x_2)} = 2$

$$P_s V = \frac{x_3}{2} GT_{(x_2)} + x_3 (p - GT_{(x_2)})$$

$$P_s V = \frac{1}{2} 2 + 1(p - 2)$$

U kojoj prvi sabirak označava površinu ONL , a drugi površinu četvorougla $LNSP$.

Sređivanjem gornjeg izraza dobijamo:

$$P_s V = p - 1$$

KRITIČNA TAČKA MAKSIMALNOG UKUPNOG PROFITA

Kritična tačka maksimalnog ukupnog profita se nalazi na obimu proizvodnje i prodaje kod koga se granični prihod izjednačava sa marginalnim troškovima. Pošto je kriva potražnje za proizvodom konkurentnog preduzeća horizontalna, to funkcija cene istovremeno označava i krivu njegovog graničnog prihoda, jer u takvim okolnostima svaka dodatna jedinica donosi isti prihod, prihod koji je upravo jednak njegovoj ceni.

Slika 4: Kritična tačka maksimalnog ukupnog profita

Na obimu proizvodnje x^* ukupan profit preduzeća je maksimalno mogući, što sa algebarskog aspekta znači da je prvi izvod funkcije ukupnog profita po argumentu X jednak 0. Funkcija ukupnog profita konkurentskog preduzeća ima oblik:

$$UPF = UP - UT = px - (1 + x^2)$$

Izjednačavanjem njenog prvog izvoda po argumentu X sa nulom dobićemo:

$$\frac{dUPF}{dx} = p - 2x = 0$$

u kojoj umanjilac označava granični prihod, a umanjilac granični trošak, odnosno $(p - 2x)$ označava razliku graničnog prihoda i marginalnih troškova, odnosno profit od prodaje dodatne jedinice:

$$p - 2x = 0$$

$$x^* = 0,5p$$

gde je:

$$p > 2$$

pod uslovom da:

$$\frac{d^2UPF}{dx^2} < 0$$

odnosno:

$$\frac{d^2UPF}{dx^2} = (p - 2x)dx = -2 < 0$$

Na osnovu izraza:

$$x^* = 0,5p$$

možemo da izračunamo iznos ukupnog profita na obimu proizvodnje x^* i visinu proizvođačevog viška, uvažavajući pravilo da će racionalni proizvođač pri datoj tržišnoj ceni uvek birati obim svoje proizvodnje i prodaje koji je jednak polovini iznosa cene outputa.

Pri x^* ukupan profit preduzeća će iznositi:

$$UPF = px^* - (1 + x^{*2})$$

$$UPF = \frac{p^2}{2} - \left(1 + \frac{p^2}{4}\right)$$

$$UPF = \frac{p^2}{4} - 1$$

Visina UPF na optimalnom obimu proizvodnje je data površinom četvorougla $ZRIP$, gde raspon ZR označava obim proizvodnje a duž RI razliku između prodajne cene i iznosa prosečnih ukupnih troškova na obimu proizvodnje pri kome preduzeće maksimizira svoj ukupan profit.

Proizvođačev višak je jednak površini ispod funkcije cene a iznad funkcije GT i pri datoj ceni i obimu proizvodnje x^* on je dat površinom pravouglog trougla OIP

$$\text{Proizvođačev višak} = \frac{1}{2}x^*p = \frac{p^2}{4}$$

i on je veći od iznosa ukupnog profita za jedinicu, što je u skladu sa njegovom definicijom, da je on kvantitativno jednak zbiru ukupnog profita i iznosa ukupnih fiksnih troškova, pošto površina koja je ispod krive GT označava iznos UVT pri različitim obimima proizvodnje.

Možemo primetiti da pri x^* prosečni varijabilni troškovi iznose:

$$PVT = \frac{p}{2}$$

a prosečni ukupni troškovi:

$$PUT = \frac{2}{p} + \frac{p}{2}$$

u kojoj prvi sabirak označava njihovu prosečnu fiksnu, a drugi prosečnu varijabilnu komponentu. Na grafikonu vertikalno rastojanje tačke R od x^* prikazuje iznos PUT a vertikalno odstojanje tačke DT od x^* iznos PVT na istom obimu proizvodnje. Vertikalno odstojanje između tačaka R i T je upravo jednako iznosu PFT pri obimu x^* . Stoga ako površina četvorougla Ox^*RZ označava ukupne troškove, površina Ox^*TW označava iznos njihove ukupne varijabilne komponente, a površina $WTRZ$ iznos njihove ukupne fiksne komponente.

Proizvođačev višak se geometrijski može dobiti i kao razlika površina četvorougla Ox^*IP (visina ukupnog prihoda) i četvorougla Ox^*TW (visina ukupnih troškova) odnosno veličine površine $WTIP$ koja bi, de fakto, označavala zbir ukupnog profita pri datoj tržišnoj ceni i iznosa UFT. Površina Ox^*DE mora biti jednaka površini OIP .

Pošto je cena veća od minimalnog iznosa PUT racionalni proizvođač će uvek proizvoditi onu količinu pri kojoj se uspostavlja jednakost cene i GT i ostvarivaće određeni profit, koji je pri datoj funkciji UT i ceni najveći mogući. Isto tako će i pri $p < PUT$

birati obim proizvodnje pri kome se uspostavlja jednakost cene i marginalnih troškova, s tim što će u datim okolnostima ostvarivati gubitak koji je manji od gubitka pri nekom većem ili manjem obimu proizvodnje pri datoj ceni.

Ako je:

$p = PUT$

preduzeće će poslovati sa nultim profitom, dok će teorijski posmatrano pri:

$p = 0$

obustaviti proizvodnju i ostvariti gubitak koji je jednak iznosu ukupnih fiksnih troškova, koji u našem primeru iznose 1.

Zaključujemo da će se pri ceni $p = 2$ i $x^* = 1$ tačka optimuma proizvodnje i tačka maksimalnog ukupnog profita poklopiti i nalaziće se na istom obimu proizvodnje. Ako je $p > 2$, kritična tačka maksimalnog ukupnog profita će biti na višem obimu proizvodnje u odnosu na tačku optimuma, dok će pri cenama koje generišu negativne profite, odnosno pri $p < 2$ tačka maksimalnog ukupnog profita biće levo od tačke optimuma proizvodnje, odnosno na nižem obimu proizvodnje.

$$P_s V = \frac{p p}{22} - \left[\left(\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2} \right)^2 - 1} - \frac{p}{2} \right) \left(\frac{p + \sqrt{p^2 - 4} - p}{2} \right) \right]$$

$$P_s V = \frac{p^2}{4} - \frac{1}{4} (p^2 - 4)$$

gde umanjnik zadnjeg izraza označava površinu trougla OEP , a umanjilac površinu trougla EAB . Rešavanjem gornje relacije dobijamo:

$$P_s V = 1$$

GRANICA EKONOMIČNOSTI

Pri određenom obimu proizvodnje i prodaje, a pri tržišnoj ceni koja je veća od dve novčane jedinice, kriva UP po drugi put seče krivu UT , odnosno kriva UPF odozgo nadole seče apcisu osu. Ako ovaj presek analiziramo sa aspekta prosečnih veličina (prosečnog prihoda, odnosno cene, prosečnih troškova i prosečnog profita) pri obimu proizvodnje x_2 funkcija PUT odozdo nagore seče funkciju cene, a funkcija prosečnog profita odozgo nadole seče apcisu osu. Nivo outputa x_2 , kao i prag ekonomičnosti x_1 , karakteriše sledeće:

- Ukupan prihod je jednak ukupnim troškovima;
- Ukupan profit preduzeća je jednak nuli;
- Cena je jednaka prosečnim ukupnim troškovima i
- Proizvođačev višak je jednak iznosu ukupnih fiksnih troškova.

Kritična tačka koju smo nazvali granicom ekonomičnosti i označili sa x_2 se nalazi na obimu proizvodnje:

$$x_2 = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1}$$

Interesantno je primetiti da će pri $p=2$ kritične tačke praga ekonomičnosti, optimuma proizvodnje, maksimalnog profita i granice ekonomičnosti biti na istom nivou. Sve bi one, dakle, bile na obimu proizvodnje od:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x^* = \frac{p}{2} = 1$$

Na granici ekonomičnosti preduzeće ne ostvaruje profit, ali nema ni gubitka, tj. ostvarenim ukupnim prihodom pokriva u celosti samo ukupne troškove, odnosno ostvarenom prodajnom cenom pokriva samo prosečne troškove.

Ukupni varijabilni troškovi su jednaki površini trougla OX_2F ili površini četvorougla OX_2HJ . Površina trougla OX_2F iznosi:

$$x_2 \frac{GT(x_2)}{2} = \left[\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right] \left[\frac{p + \sqrt{p^2 - 4}}{2} \right] = \left[\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right]^2$$

a površina četvorougla OX_2HJ :

$$x_2 PVT(x_2) = \left(\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right) \left(\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right) = \left[\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right]^2$$

što se i moglo očekivati jer su po sredi dva različita pristupa utvrđivanja UVT , jedanputa preko funkcije marginalnih troškova, a drugi put preko funkcije prosečnih varijabilnih troškova.

Slika 5: Granica ekonomičnosti

Proizvođačev višak označava razliku između cene koju proizvođač dobija za jedinicu outputa i cene po kojoj je bio spreman da proda tu jedinicu. Pošto kriva marginalnih troškova reprezentuje krivu ponude ona upravo govori o tome po kojoj ceni je proizvođač voljan da proda svaku jedinicu outputa. Na bazi gornjeg

grafikona zaključujemo da za sve obime proizvodnje manje od x^* proizvođač dobija veću cenu od one po kojoj je bio spreman da ih proda, pa stoga po svakoj jedinici outputa ostvaruje višak, koji je geometrijski posmatrano jednak površini trougla OIP . Za jedinicu na obimu x^* on ne ostvaruje nikakav višak. Ako pri datoj ceni preduzeće poveća proizvodnju iznad nivoa x^* svaku dodatnu jedinicu je spremno prodavati po većoj ceni od tržišne, pa umesto viška trpi gubitak, koji je jednak vertikalnom rasponu krive GT od p . Ukupan proizvođačev višak će, dakle, biti jednak razlici površina trouglova OIP i IGF .

$$P_s V = \left[x^* \frac{GT(x^*)}{2} \right] - \left[(x_2 - x^*) \left(\frac{GT(x_2) - PUT(x_2)}{2} \right) \right]$$

Na graniči ekonomičnosti GT iznose:

$$GT(x_2) = 2x_2 = p + \sqrt{p^2 - 4}$$

a prosečni troškovi:

$$PUT(x_2) = \frac{1}{\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1}} + \left(\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} \right)$$

što nakon sređivanja daje:

$$PUT(x_2) = p$$

Proizvođačev višak na ovoj kritičnoj tački će iznositi

$$P_s V = \left[\frac{p}{2} \frac{p}{2} \right] - \left[\left(\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1} - \frac{p}{2} \right) \left(\frac{(p + \sqrt{p^2 - 4}) - p}{2} \right) \right]$$

odnosno:

$$P_s V = \frac{p^2}{4} - \left(\frac{p^2}{4} - 1 \right) = 1$$

U gornjem izrazu umanjenik označava visinu proizvođačevog viška na kritičnoj tački maksimalnog profita, a izraz u zagradi gubitak na visku za sve proizvedene jedinice između nivoa x^* i x_2 odnosno površinu trougla IGF

KRITIČNA TAČKA MAKSIMALNE PROIZVODNJE

Kritična tačka maksimalne proizvodnje se nalazi na obimu proizvodnje pri kome preduzeće iz ostvarenog ukupnog prihoda može pokriti samo ukupne varijabilne troškove, odnosno pri kome je prodajna cena jednaka prosečnim varijabilnim troškovima. Nju, u našem primeru, karakteriše sledeće:

- Ukupan prihod je jednak ukupnim varijabilnim troškovima;
- Ukupan profit je negativan i jednak iznosu ukupnih fiksnih troškova;
- Prosečni varijabilni troškovi su jednaki ceni outputa i
- Proizvođačev višak je jednak nuli.

Pri datoj visini i strukturi troškova i tržišnoj ceni, preduzeće može maksimalno proizvesti količinu x_4 . Ako bi samo jednu jedinicu više proizvelo njegov gubitak bi

bio veći od iznosa ukupnih fiksnih troškova i sa ekonomskog aspekta posmatrano izbor alternative obustave proizvodnje za njega bi bilo racionalnije rešenje.

Slika 6: Kritična tačka maksimalne proizvodnje

Iz grafikona možemo primetiti da nam površina četvorougla Ox_4LM označava ukupne troškove, površina Ox_4KP ukupne varijabilne troškove, dok površina četvorougla $PKLM$ ukupne fiksne troškove. Ukupni varijabilni troškovi su dati i površinom trougla Ox_4M . Pošto se kritična tačka maksimuma proizvodnje nalazi na obimu:

$$x_4 = p$$

marginalni troškovi iznose:

$$GT(x_4) = 2p$$

Ukupan proizvođačev višak na obimu x_4 je jednak razlici površina šrafiranih trouglova OIP i IKM , odnosno:

$$P_sV = \left[x^* \frac{GT(x^*)}{2} \right] - \left[(x_4 - x^*) \left(\frac{GT(x_4) - PVT(x_4)}{2} \right) \right]$$

Pošto prosečni varijabilni troškovi na nivou proizvodnje x_4 iznose p zamenom u gornji izraz dobijamo:

$$P_sV = \frac{pp}{2} - \left[\left(p - \frac{p}{2} \right) \left(\frac{2p - p}{2} \right) \right]$$

odnosno

$$P_sV = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{4} = 0$$

Proizvođačev višak je jednak 0 jer su površine trouglova OIP i IKM jednake.

KOMPARACIJA PROIZVOĐAČEVOG VIŠKA I PROFITA NA KRITIČNIM TAČKAMA

Na donjoj tabeli i grafikonu dat je prikaz obima proizvodnje, proizvođačevog viška i visine ukupnog profita na kritičnim tačkama.

Kritična tačka	Obim proizvodnje	Prodajna cena	Marginalni troškovi	Ukupan profit	Proizvođačev višak
1	2	3	4	5	6
Prag ekonomičnosti	$x_1 = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1}$	p	$p - \sqrt{p^2 - 4}$	0	1
Tačka minimuma troškova	$x_3 = 1$	p	2	$p - 2$	$p - 1$
Tačka maksimalnog profita	$x^* = \frac{p}{2}$	p	p	$\frac{p^2}{4} - 1$	$\frac{p^2}{4}$
Granica ekonomičnosti	$x_2 = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1}$	p	$p + \sqrt{p^2 - 4}$	0	1
Maksimum proizvodnje	$x_4 = p$	p	$2p$	-1	0

Slika 7: Komparacija proizvođačevog viška i profita na kritičnim tačkama

Gornji grafikon nam na najbolji vizuelni način može pomoći pri kvantificiranju veličine proizvođačevog viška i profita na različitim kritičnim tačkama. Isto tako, pomoću njega je vrlo jednostavno moguće izraziti promenu u proizvođačevom višku, a samim tim i u profitu pri svakom prelasku sa jedne na drugu kritičnu tačku. U tom smislu površina četvorougla *OBAP* predstavlja kvantitativnu meru proizvođačevog viška na kritičnoj tački praga ekonomičnosti, površina *ONSP* veličinu proizvođačevog viška na kritičnoj tački optimuma proizvodnje a površina trougla *OIP* kvantitativno meri visinu proizvođačevog viška na kritičnoj tački maksimalnog ukupnog profita. Veličina proizvođačevog viška na kritičnoj tački graniče ekonomičnosti je jednaka razlici površina trouglova *OIP* i *IGF*, dok je veličina proizvođačevog viška na kritičnoj tački maksimalne proizvodnje jednaka 0, jer su kvantificirane površine trouglova *OIP* i *IKM* međusobno jednake, a proizvođačev višak na ovog kritičnoj tački se dobija iz njihove razlike. Ako se sa praga ekonomičnosti dislociramo na kritičnu tačku optimuma proizvodnje proizvođačev višak, a samim tim i ukupan profit će se povećati za površinu

četvorougla *BNSA*, jer je ukupna promena proizvođačevog viška rezultirala samo promenom visine ukupnog profita, a ne i njihovih ukupnih fiksnih troškova koji su po definiciji konstantni za sve nivoe outputa. Premeštanjem iz tačke x_3 u x^* ukupan profit se povećava za površinu trougla *NIS*, dok se na nivou x_2 u odnosu na x^* smanjuje za iznos trougla *IGF*. Na ovom obimu proizvodnje ukupan profit je jednak 0, a ukupan proizvođačev višak iznosi 1. Pošto je na obimu x_4 ukupan profit negativan i iznosi -1 a proizvođačev višak je jednak 0, to površina četvorougla *GKMF* mora biti jednaka jedinici.

ZAKLJUČAK

U ovom radu analizirali smo problem maksimiziranja profita preduzeća na konkurentnim tržištima faktora proizvodnje i na konkurentnom tržištu outputa. Cilj rada je bio da se ukaže ne samo na algebarski i geometrijski način kvantificiranja kritičnih tačaka pri razvoju troškova, nego i na iznos profita i ekonomske posledice pri prelasku sa jednog na drugi obim proizvodnje. Konstruisani grafikon nam je na najbolji vizuelni način pomogao pri kvantificiranju veličine proizvođačevog viška i profita na različitim kritičnim tačkama gde je pomoću njega vrlo jednostavno moguće izraziti promenu u proizvođačevom višku i u profitu. Površina *OBAP* predstavlja kvantitativnu meru proizvođačevog viška na kritičnoj tački praga ekonomičnosti, površina *ONSP* veličinu proizvođačevog viška na kritičnoj tački optimuma proizvodnje a površina trougla *OIP* kvantitativno meri visinu proizvođačevog viška na kritičnoj tački maksimalnog ukupnog profita. Veličina proizvođačevog viška na kritičnoj tački granice ekonomičnosti je jednaka razlici površina *OIP* i *IGF*, dok je veličina proizvođačevog viška na kritičnoj tački maksimalne proizvodnje jednaka 0. Ako se sa praga ekonomičnosti dislociramo na kritičnu tačku optimuma proizvodnje proizvođačev višak, a samim tim i ukupan profit će se povećati za površinu *BNSA*. Premeštanjem iz tačke x_3 u x^* ukupan profit se povećava za površinu trougla *NIS*, dok se na nivou x_2 u odnosu na x^* smanjuje za iznos *IGF*. Na ovom obimu proizvodnje ukupan profit je jednak 0, a ukupan proizvođačev višak iznosi 1. Na obimu x_4 ukupan profit negativan i iznosi -1 a proizvođačev višak je jednak 0, to površina *GKMF* mora biti jednaka 1.

BIBLIOGRAFIJA

1. Babić, M. (1997) *Mikroekonomska analiza*, 4. izdanje. Zagreb: Mate.
2. Bakalar, J. (1997) *Mikroekonomija*. Mostar-Sarajevo: HKD Napredak.
3. Begg, D., Fischer, S. & Dornbusch, R. (2010) *Ekonomija*, 8. izdanje. Beograd: Datastatus.
4. Kolarić, V., Sekulić, R. (1989) *Upravljanje troškovima - teorije i modeli analize dinamike troškova u poslovnoj i razvojnoj politici preduzeća*. Beograd: V. Kolarić.
5. Majcen Ž. (1981) *Troškovi u teoriji i praksi*. Zagreb: Informator.
6. Mankiw, G. (2005) *Osnovi Ekonomije*. Zagreb: Mate.
7. Marinković, R., Maksimović, Lj. (2005) *Teorija cena*. Beograd: Ekonomski fakultet.

8. Markovski, S. (1978) *Troškovi u poslovnom odlučivanju*. Zagreb: Informator.
9. Milenović, S. B. (1998) *Mikroekonomija (teorija i primena)*. Beograd: Fakultet za trgovinu i bankarstvo Univerziteta Braće Karić, Beograd i Niš: Europrojekat.
10. Samuelson, A. P., Nordhaus D.V. (2000) *Ekonomija*, 15. izdanje. Zagreb: Mate.
11. Varijan, R. H. (2003) *Mikroekonomija (moderan pristup)*. Beograd: Ekonomski fakultet.

RESUME

In this paper we want analyze the problem of maximizing the profits of companies in competitive markets for factors of production and output. We start from a very simple algebraic function of production, fixed prices of production inputs and outputs and will analyze the economic consequences of the company's management decisions on production volume to the amount of total profits and producer surplus. The aim of this paper is to point out not only the algebraic and geometric way of quantifying the critical points in the development cost (the minimum point of production, the threshold cost-effectiveness, optimum cost point, the point of maximum profit, cost limits, the point of maximum production), but also the amount of profits and economic consequences when switching from one to another volume. Therefore, we constructed a chart, which at the best visual way helped us to quantify the size of the producer surplus and profit at various critical points where it is very easy to express the change in the manufacturer's surplus and profit. Area OBAP is a quantitative measure of producer surplus at a critical point threshold cost, area ONSP is the size of producer surplus at a critical point of production and the optimum size of the triangle OIP is a quantitative measure for the amount of producer surplus at a critical point of maximum total profit. The size of producer surplus at the critical point of marginal economy is equal to the surface OIP and IGF, while the size of the producer surplus at a critical point of maximum production is equal to 0 if the cost-effectiveness threshold dislocate the critical point optimum production producer surplus, and therefore the total profit will rise to the surface BNSA. Moving from point x_3 at x^* total profit increases for the area of a triangle NIS, while the level of x_2 to x^* reduces the amount of IGF. At this scale production total profit is equal to 0, and the total producer surplus is 1 To the extent x_4 total profit is negative and -1 and producer surplus is equal to 0, the surface of GKMF must be equal to 1.